



基于事件触发 γ 滑模的多智能体系统一致性控制

摘要

针对存在未知非线性函数的二阶领导-跟随者多智能体系统,提出一种基于事件触发 γ 滑模控制设计方案.首先,选择一种基于反双曲正弦函数的新型滑模趋近律,以保证多智能体系统在有限时间内达到一致性.其次,设计带有增益缩放因子 γ 的滑模函数,并引入事件触发机制.通过 Lyapunov 稳定性分析,证明了提出的控制方法是有效的.该方法不仅可以消除系统中的抖振还可以降低控制过程的采样频率.此外,还证明了触发时间间隔的最小下界,排除了芝诺现象.最后,通过 Matlab/Simulink 仿真实验,验证了该方法的有效性.

关键词

事件触发; γ 滑模控制; 多智能体系统; 一致性

中图分类号 TP273

文献标志码 A

收稿日期 2023-09-07

资助项目 国家自然科学基金(61973169);江苏省自然科学基金(BK20201392);江苏高校“青蓝工程”项目(R2021Q04)

作者简介

李小萌,女,硕士生,研究方向为多智能体系统一致性控制.1024581522@qq.com

郑柏超(通信作者),男,博士,教授,博士生导师,研究方向为网络安全控制.zhengbochao@nuist.edu.cn

1 南京信息工程大学 自动化学院,南京,210044
2 南京信息工程大学 大气环境与装备技术协同创新中心,南京,210044

0 引言

多智能体系统是由若干个智能体组成的,智能体之间通过网络结构相互传递数据、共享信息,并完成单个智能体难以解决的复杂任务的系统.因此,多智能体系统在各学科领域得以研究,并在实际生活中得到了广泛应用.针对多智能体系统一致性问题,许多研究者提出了分布式控制^[1-2]、滑模控制^[3-4]、自适应控制^[5-6]等控制方法.滑模控制具有算法简单、鲁棒性好、可靠性高等优点被广泛应用于各种控制领域中^[7].文献[8]研究了具有未知扰动的混合多智能体系统,设计了两种滑模控制协议以提高多智能体系统的鲁棒一致性.文献[9]针对无领导者和有领导者的多智能体系统,提出了基于积分滑模控制技术的跟随共识协议,该协议保留了滑模控制的抗扰动性能和鲁棒性能.

上述多智能体系统问题研究大多基于连续通信控制策略的框架.在实际应用中,由于多智能体是通过网络互相传递信息,而连续通信对智能体之间的通信通道有很高的要求.因此,许多研究者引入事件触发机制^[10-11]以降低通信依赖要求.与传统的周期信号采样控制不同,事件触发控制是根据任务需求执行的,满足事件触发条件时智能体之间才进行通信和控制输入更新^[12].这既能保持系统性能,又能大大提高资源利用率.文献[13]针对领导跟随者多智能体系统引入了事件触发机制,该方法有效缓解了多智能体之间的网络传输压力,节省了网络通信资源.文献[14]针对二阶异构多智能体系统,引入了事件触发机制并且提出的事件触发规则是动态的,根据该规则进行采样确定了期望闭环性能不会受到损害,而且减少了系统的能量损耗.

最近,滑模控制理论研究中提出了 γ 滑模控制方法.与传统的滑模控制方法相比, γ 滑模控制方法里包含一个增益缩放因子 γ ,通过对该缩放因子的调节给控制系统设计带来了灵活性,可以对系统整体稳定性带来提升.文献[15]针对四旋翼系统,设计了一种 γ 滑模控制器,通过增益缩放因子 γ 的调节可减小四旋翼无人机位姿状态的最小界限,且比传统滑模控制器拥有更好的控制效果.在文献[15]的基础上,文献[16]引入了事件触发机制.实验结果表明,基于事件触发的 γ 滑模控制器比传统的时间触发滑模控制器能减少四旋翼飞行器系统控制更新频率,且没有明显抖振现象.目前,有关 γ 滑模控制方法的研究均以单架四旋翼无人机为主要研究对象,相比较而言,多智能

体系统则更为复杂.在多智能体系统中使用 γ 滑模控制方法是具有挑战性的,值得深入研究.

本文提出一种基于事件触发 γ 滑模的多智能体一致性控制方法,主要贡献如下:

1) 与传统滑模控制中的趋近律不同,本文选择一种基于反双曲正弦函数的新型滑模趋近律,该函数是单调奇函数且具有非线性增益因子 γ, K, w , 通过参数调节,可以使系统无抖振、更快地收敛至滑模面.

2) 为避免多智能体系统之间通信成本的增加,本文引入了事件触发机制,并设计带有增益缩放因子 γ 的滑模函数.仿真实验表明, γ 系数对系统稳定性有一定影响, γ 越小,系统稳定性越好.

1 预备知识和问题描述

1.1 预备知识

跟随者之间的通信拓扑图用 $G = (\varpi, E, A)$ 来表示.其中: $\varpi = \{1, 2, \dots, n\}$ 表示节点集,每个节点代表一个智能体; $E = \{(i, j), i, j \in \varpi\}$ 表示边集,每条边代表边端节点智能体之间的通信关系; $A = (a_{ij})_{n \times n}$ 为邻接矩阵,邻接矩阵中的元素 a_{ij} 表示节点 i 与节点 j 间的通信系数,如果节点 i 与节点 j 直接有通信,则 $a_{ij} = 1$, 否则 $a_{ij} = 0$.图 G 的拉普拉斯矩阵定义为 $L = D - A$, 其中, $D = \text{diag}\{d_1, d_2, \dots, d_n\}$ 称为 G 的度矩阵, $d_i = \sum_{j=1}^n a_{ij}$ 为节点 i 的度.根据拉普拉斯矩阵的定义,可以得到 $L \cdot \mathbf{1}_n = 0$.领导-跟随者多智能体系统的通信拓扑图为 $\tilde{G} = (\tilde{\varpi}, \tilde{E}, \tilde{A})$, 其中, $\tilde{\varpi} = \varpi \cup \{0\}$ 并且 0 代表的是领导者.由上述信息可知图 G 是图 \tilde{G} 的子图. \mathbf{R} 表示实数集, $\|\cdot\|$ 表示欧几里得范数, \mathbf{I}_n 是 n 维单位矩阵.

1.2 问题描述

本文考虑由 $n + 1$ 个智能体组成的领导-跟随者多智能体系统,其动力学模型为

$$\begin{cases} \dot{x}_0 = v_0, \\ \dot{v}_0 = f(x_0, v_0) + u_0, \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \dot{x}_i = v_i, \\ \dot{v}_i = f(x_i, v_i) + u_i. \end{cases} \quad (2)$$

式(1)表示领导者动力学模型.其中: $x_0 \in \mathbf{R}, v_0 \in \mathbf{R}$ 分别表示领导者的位置和速度; $f(x_0, v_0) \in \mathbf{R}$ 表示领导者的非线性函数; u_0 表示领导者的控制输入.式(2)表示跟随者 i 的动力学模型.其中: $x_i \in \mathbf{R}, v_i \in \mathbf{R}, i \in \varpi$ 分别表示第 i 个跟随者的位置和速度;

$f(x_i, v_i) \in \mathbf{R}, i \in \varpi$ 表示第 i 个跟随者的非线性函数; u_i 表示第 i 个跟随者的控制输入.

定义 1^[17] 对于任意的初始状态 $x_i(0), v_i(0), i \in \varpi$, 满足下列条件式(3)和式(4)时,则领导-跟随者多智能体系统(1)和(2)实现一致性.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|x_i(t) - x_0(t)\| = 0, i \in \varpi, \quad (3)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|v_i(t) - v_0(t)\| = 0, i \in \varpi. \quad (4)$$

假设 1^[18] 图 \tilde{G} 包含有向生成树.

假设 2^[19] 系统中非线性函数和领导者的输入是有界的,即存在正常数 d_{\max} 和 τ ,使得 $\|f(x_i, v_i)\| \leq d_{\max}, i \in \varpi, \|u_0(t)\| \leq \tau$.

对第 i 个智能体定义位置误差和速度误差:

$$e_{x_i} = \sum_{j=1}^n a_{ij}(x_i - x_j) + b_i(x_i - x_0), \quad (5)$$

$$e_{v_i} = \sum_{j=1}^n a_{ij}(v_i - v_j) + b_i(v_i - v_0). \quad (6)$$

其中: a_{ij} 是邻接矩阵 A 中第 i 行第 j 列中的通信系数; b_i 是领导者与跟随者之间的通信系数.为下文表述方便,记 $B = \text{diag}\{b_1, b_2, \dots, b_n\}$.

引理 1^[20] 如果 \tilde{G} 包含有向生成树,则矩阵 $L + B$ 是可逆的.

用克罗内克积对式(5)和式(6)进行改写得:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_1 = L_B \tilde{\boldsymbol{x}}, \quad (7)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_2 = L_B \tilde{\boldsymbol{v}}. \quad (8)$$

式中: $\boldsymbol{\varepsilon}_1 = [e_{x_1}, e_{x_2}, \dots, e_{x_n}]^T, \boldsymbol{\varepsilon}_2 = [e_{v_1}, e_{v_2}, \dots, e_{v_n}]^T, \tilde{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{x} - \mathbf{1}_n \otimes x_0, \tilde{\boldsymbol{v}} = \boldsymbol{v} - \mathbf{1}_n \otimes v_0, L_B = (L + B) \otimes \mathbf{I}_n, \boldsymbol{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T, \boldsymbol{v} = [v_1, v_2, \dots, v_n]^T$.

对式(7)和式(8)进行求导得:

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_1 = \boldsymbol{\varepsilon}_2, \quad (9)$$

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_2 = L_B(\boldsymbol{F} - \mathbf{1}_n \otimes f_0 + \boldsymbol{u} - \mathbf{1}_n \otimes u_0). \quad (10)$$

其中: $\boldsymbol{F} = [f(x_1, v_1), \dots, f(x_n, v_n)]^T,$

$$\boldsymbol{u} = [u_1, u_2, \dots, u_n]^T.$$

2 控制器设计和系统分析

2.1 有限时间一致性分析

设计含增益缩放因子 $\gamma_i (i = \tilde{\varpi})$ 的滑模函数 $s_i(t)$:

$$s_i(t) = \boldsymbol{c}_i \boldsymbol{e}_i. \quad (11)$$

其中: $\boldsymbol{c}_i = \begin{bmatrix} \rho_i & 1 \\ \gamma_i & \end{bmatrix}, \boldsymbol{e}_i = \begin{bmatrix} e_{x_i} \\ e_{v_i} \end{bmatrix}, \rho_i > 0, 0 < \gamma_i \leq 1$.

引理 2^[21] 考虑非线性系统 $\dot{x} = f(x), f(0) = 0$, 假设存在定义在原点邻域中的正定函数 $V(x)$, 且实

数 $c > 0, \alpha \in (0, 1)$ 使得:

- 1) $V(x)$ 是正定的;
- 2) $\dot{V}(x) + cV^\alpha(x) \leq 0$.

则系统在原点是局部有限时间稳定, 且有限时间 $T(x_0)$ 与初始状态 $x(0) = x_0$ 有关, 满足 $T(x_0) \leq \frac{V(x_0)^{1-\alpha}}{c(1-\alpha)}$.

有限时间一致性控制器设计为

$$\mathbf{u}(t) = -\mathbf{L}_B^{-1} [\mathbf{K} \operatorname{asinh}(m, w, \mathbf{s}(t)) \operatorname{sign}(\mathbf{s}(t)) + \mathbf{M}_{(\gamma)} \boldsymbol{\varepsilon}_2(t)]. \quad (12)$$

其中: $\mathbf{K} = \operatorname{diag}\{K_1, K_2, \dots, K_n\}$ 且 $K_i > 0$ 是非线性增益因子; $\operatorname{asinh}(\cdot)$ 是反双曲正弦函数; $m > 0$ 是充分小的正数, 使反双曲正弦函数不会等于 0, 一般情况下 $m \ll w; w > 0$ 是可调的;

$$\operatorname{asinh}(m, w, \mathbf{s}(t)) = \operatorname{diag}\{\operatorname{asinh}(m + w \|\mathbf{s}_1(t)\|), \operatorname{asinh}(m + w \|\mathbf{s}_2(t)\|), \dots, \operatorname{asinh}(m + w \|\mathbf{s}_n(t)\|)\};$$

$$\operatorname{sign}(\mathbf{s}(t)) =$$

$$[\operatorname{sign}(s_1(t)), \operatorname{sign}(s_2(t)), \dots, \operatorname{sign}(s_n(t))]^T;$$

$$\mathbf{s}(t) = \mathbf{H}\boldsymbol{\varepsilon} = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_n(t)]^T;$$

$$\mathbf{H} = [\mathbf{M}_{(\gamma_i)} \quad \mathbf{I}_n];$$

$$\mathbf{M}_{(\gamma_i)} = \operatorname{diag}\{M_{(\gamma_1)}, M_{(\gamma_2)}, \dots, M_{(\gamma_n)}\},$$

$$\mathbf{M}_{(\gamma_i)} = \frac{\rho_i}{\gamma_i}; \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_1 \\ \boldsymbol{\varepsilon}_2 \end{bmatrix}.$$

注 1 与符号函数 $\operatorname{sign}(\cdot)$ 相比, 反双曲正弦函数 $\operatorname{asinh}(\cdot)$ 是光滑、单调递增的. 这意味着函数 $\operatorname{asinh}(\cdot)$ 不会发生剧烈变化^[22]. 反双曲正弦函数的收敛速度随滑模变量的变化而变化, 当滑模变量远离切换面时, 收敛速度加快. 当滑模变量趋于 0 时, 引入一个最小偏移量 m , 防止反双曲正弦函数 $\operatorname{asinh}(\cdot)$ 等于 0.

定理 1 对于领导-跟随者非线性多智能体系统 (1)–(2), 在滑模控制器 (12) 的作用下, 多智能体系统在有限时间内实现一致性, 且有限时间 T 满足:

$$T \leq \frac{2V_1(s(x_0))^{\frac{1}{2}}}{\eta}. \quad (13)$$

其中: $V_1(s(x_0)) = \frac{1}{2} \mathbf{s}^T \mathbf{s}$.

证明 构造 Lyapunov 函数

$$V_1 = \frac{1}{2} \mathbf{s}^T \mathbf{s}, \quad (14)$$

则关于时间 t 对其求导可得:

$$\dot{V}_1 = \mathbf{s}^T \{\mathbf{M}_{(\gamma)} \boldsymbol{\varepsilon}_2(t) + \mathbf{L}_B (\mathbf{F} - \mathbf{1}_n \otimes)$$

$$f_0 - \mathbf{L}_B^{-1} (\mathbf{K} \operatorname{asinh}(m, w, \mathbf{s}(t)) \operatorname{sign}(\mathbf{s}(t)) + \mathbf{M}_{(\gamma)} \boldsymbol{\varepsilon}_2(t)) - \mathbf{1}_n \otimes u_0\}, \quad (15)$$

放缩可得:

$$\dot{V}_1 \leq \|\mathbf{s}\| (\|\mathbf{F} - \mathbf{1}_n \otimes f_0\| \|\mathbf{L}_B\| + \|\mathbf{1}_n \otimes u_0\| \|\mathbf{L}_B\|) - \mathbf{s}^T (\mathbf{K} \operatorname{asinh}(m, w, \mathbf{s}(t)) \operatorname{sign}(\mathbf{s}(t))). \quad (16)$$

根据克罗内克积定义和矩阵范数的定义, 有 $\|\mathbf{1}_n \otimes u_0\| \leq n\tau$, $\|\mathbf{F} - \mathbf{1}_n \otimes f_0\| \leq 2nd_{\max}$, 因此, 可以得到:

$$\dot{V}_1 \leq \|\mathbf{s}\| (n\tau \|\mathbf{L}_B\| + 2nd_{\max} \|\mathbf{L}_B\|) - \|\mathbf{s}\| (\mathbf{K} \operatorname{asinh}(m, w, \mathbf{s}(t))) \leq -\boldsymbol{\eta} \|\mathbf{s}\|, \quad (17)$$

即:

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2} \boldsymbol{\eta} V_1^{\frac{1}{2}}. \quad (18)$$

由此得出 $\dot{V}_1 + \frac{1}{2} \boldsymbol{\eta} V_1^{\frac{1}{2}} \leq 0$. 根据引理 2, 多智能体系统在有限时间 T 内到达滑模面, 且 T 满足式 (13).

2.2 事件触发方法

为降低智能体与智能体之间的通信负荷问题, 本节设计基于事件触发方法的 γ 滑模的一致性控制方法.

由事件触发机制引起的离散误差定义为

$$\zeta_{x_i}(t) = x_i(t) - x_i(t_i^k), i = \tilde{w}, \quad (19)$$

$$\zeta_{v_i}(t) = v_i(t) - v_i(t_i^k), i = \tilde{w}. \quad (20)$$

其中: t_i^k 是智能体 i 的第 k 次触发时刻, 满足 $0 = t_i^0 < t_i^1 < \dots < t_i^{k-1} < t_i^k < t_i^{k+1}$. 记 $\boldsymbol{\zeta}_x = [\zeta_{x_1}, \zeta_{x_2}, \dots, \zeta_{x_n}]^T$, $\boldsymbol{\zeta}_v = [\zeta_{v_1}, \zeta_{v_2}, \dots, \zeta_{v_n}]^T$.

设计基于事件触发的 γ 滑模控制器为

$$\mathbf{u}(t) = -\mathbf{L}_B^{-1} [\mathbf{K} \operatorname{asinh}(m, w, \mathbf{s}(t_i^k)) \operatorname{sign}(\mathbf{s}(t_i^k)) + \mathbf{M}_{(\gamma)} \boldsymbol{\varepsilon}_2(t_i^k)]. \quad (21)$$

事件触发条件设计如下:

$$t_i^{k+1} = \inf\{t_i > t_i^k : \|\mathbf{C}_i\| \|\tilde{\mathbf{e}}_i\| > \xi_i \|\mathbf{s}_i(t)\|\}. \quad (22)$$

其中: $\mathbf{C}_i = \begin{bmatrix} -\frac{K_i \rho_i}{\gamma_i^2} & -\frac{K_i}{\gamma_i} \end{bmatrix}$, $\tilde{\mathbf{e}}_i(t) = \mathbf{e}_i(t) - \mathbf{e}_i(t_i^k)$, $\xi_i > 0$.

定理 2 对于领导-跟随者非线性多智能体系统 (1)–(2), 在事件触发条件 (22) 和 γ 滑模控制器 (21) 的作用下, 多智能体系统实现一致性.

证明 构造 Lyapunov 函数

$$V_2 = \frac{1}{2} \mathbf{s}^T \mathbf{s}, \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & \mathbf{s}^T \{ \mathbf{M}_{(\gamma)} \boldsymbol{\varepsilon}_2(t) + \mathbf{L}_B (\mathbf{F} - \mathbf{1}_n \otimes f_0 - \\ & \mathbf{L}_B^{-1} (\mathbf{K} \operatorname{asinh}(m, w, \mathbf{s}(t_i^k)) \operatorname{sign}(\mathbf{s}(t_i^k)) + \\ & \mathbf{M}_{(\gamma)} \boldsymbol{\varepsilon}_2(t_i^k)) - \mathbf{1}_n \otimes u_0) \}. \end{aligned} \quad (24)$$

从理论上讲, 需要考虑 $\operatorname{sign}\{s_i(t)\} \neq \operatorname{sign}\{s_i(t_i^k)\}$ 和 $\operatorname{sign}\{s_i(t)\} = \operatorname{sign}\{s_i(t_i^k)\}$ 两种情况. 类似于文献[16]与文献[23]中的证明, 易知只有当 $s_i(t) = 0$ 时, 事件触发条件式(22)才会被满足, 所以, 在 $t \in [t_i^k, t_i^{k+1}]$ 上 $\operatorname{sign}\{s_i(t)\} \neq \operatorname{sign}\{s_i(t_i^k)\}$ 不会发生. 因此, 只需要考虑 $\operatorname{sign}\{s_i(t)\} = \operatorname{sign}\{s_i(t_i^k)\}$ 的情况.

在 $\operatorname{sign}\{s_i(t)\} = \operatorname{sign}\{s_i(t_i^k)\}$ 情况下, 式(24)的上界为

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 \leq & \|\mathbf{s}\| (\|\mathbf{M}_{(\gamma)}\| \|\boldsymbol{\varepsilon}_2(t_i^k)\| + \\ & \|\mathbf{M}_{(\gamma)}\| \|\boldsymbol{\zeta}_v\| + \|\mathbf{F} - \mathbf{1}_n \otimes f_0\| \|\mathbf{L}_B\| + \\ & \|\mathbf{1}_n \otimes u_0\| \|\mathbf{L}_B\|) - \\ & \mathbf{s}^T (\mathbf{K} \operatorname{asinh}(m, w, \mathbf{s}(t_i^k)) \operatorname{sign}(\mathbf{s}(t_i^k))). \end{aligned} \quad (25)$$

根据矩阵范数的定义有 $\|\boldsymbol{\zeta}_v\| \leq n\beta$, $\|\mathbf{1}_n \otimes u_0\| \leq n\tau$, $\|\mathbf{F} - \mathbf{1}_n \otimes f_0\| \leq 2nd_{\max}$, β 是事件触发阈值. 由此可得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 \leq & \|\mathbf{s}\| (\|\mathbf{M}_{(\gamma)}\| \|\boldsymbol{\varepsilon}_2(t_i^k)\| + n\beta \|\mathbf{M}_{(\gamma)}\| + \\ & n\tau \|\mathbf{L}_B\| + 2nd_{\max} \|\mathbf{L}_B\|) - \\ & \|\mathbf{s}\| (\mathbf{K} \operatorname{asinh}(m, w, \mathbf{s}(t_i^k))), \end{aligned} \quad (26)$$

$$\dot{V}_2 \leq -\boldsymbol{\eta} \|\mathbf{s}\|. \quad (27)$$

因此, 基于滑模控制理论^[24]证明了系统状态达到了渐近稳定.

注 2 对于 $t \in [t_i^k, t_i^{k+1}]$ 时, 领导者控制输入 $u_0(t)$ 保持不变, 每个跟随者根据通信信息只在自己的触发时刻更新 $u_i(t)$, 即:

$$u_0(t) = u_0(t_i^k). \quad (28)$$

定理 3 考虑非线性多智能体系统(1)–(2), 若触发条件(22)满足, 则在控制器(21)作用下, 任意两个连续事件触发之间的间隔 $t_i^{k+1} - t_i^k$ 满足:

$$\begin{aligned} T_i^k = & t_i^{k+1} - t_i^k \geq \\ & \ln \left(1 + \frac{\beta}{\|v_i(t_i^k)\| + \|u_i(t_i^k)\| + d_{\max}} \right). \end{aligned} \quad (29)$$

证明 将多智能体系统式(1)和式(2)改写为如下形式:

$$\dot{\mathbf{X}}_i = \mathbf{f}_i(\mathbf{X}_i(t)) + \tilde{\mathbf{B}}_i u_i(t). \quad (30)$$

其中: $\mathbf{X}_i = [x_i \ v_i]^T$, $\mathbf{f}_i(\mathbf{X}_i) = \begin{bmatrix} v_i \\ f_i(x_i, v_i) \end{bmatrix}$, $\tilde{\mathbf{B}}_i =$

$[0 \ 1]^T$. 令 $\boldsymbol{\zeta}_i(t) = [\zeta_{x_i}(t) \ \zeta_{v_i}(t)]^T$, 有

$$\frac{d}{dt} \|\boldsymbol{\zeta}_i(t)\| \leq \|\dot{\boldsymbol{\zeta}}_i(t)\| \leq \left\| \frac{d}{dt} \mathbf{X}_i(t) \right\|.$$

进而,

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \|\boldsymbol{\zeta}_i(t)\| \leq & \|\mathbf{f}_i(\mathbf{X}_i(t)) + \tilde{\mathbf{B}}_i u_i(t)\| = \\ & \left\| \begin{bmatrix} v_i(t_i^k) - \zeta_{v_i}(t) \\ u_i(t_i^k) + f_i(t) \end{bmatrix} \right\|. \end{aligned} \quad (31)$$

通过不等式关系 $\|[x \ y]\| \leq \|x\| + \|y\|$, 式(31)可以重写为

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \|\boldsymbol{\zeta}_i(t)\| \leq & \|v_i(t_i^k)\| + \|\boldsymbol{\zeta}_v(t)\| + \\ & \|u_i(t_i^k)\| + d_{\max}. \end{aligned} \quad (32)$$

利用比较引理, 当初始条件 $\boldsymbol{\zeta}_i(t_i^k) = 0$ 时, 可以得到系统方程的解满足:

$$\begin{aligned} \|\boldsymbol{\zeta}_i(t)\| \leq & (\|v_i(t_i^k)\| + \|u_i(t_i^k)\| + \\ & d_{\max}) (e^{(t-t_i^k)} - 1). \end{aligned} \quad (33)$$

经推导可得, 当 $t \in [t_i^k, t_i^{k+1}]$ 时, 设计的事件触发 γ 滑模控制方法在事件触发条件(21)作用下的触发时间间隔有如式(29)所示的最小下界.

3 数值仿真

本节通过数值仿真来验证基于事件触发 γ 滑模控制方法的有效性和优越性. 领导-跟随者多智能体系统 1 个领导者智能体和 4 个跟随者智能体组成. 假设 0 是领导者, 1, 2, 3, 4 是跟随者, 并且假设连通图是有向的, 则多智能体系统的通信拓扑^[19]如图 1 所示.

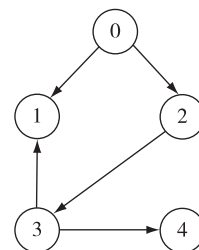


图 1 多智能体系统的通信拓扑

Fig. 1 Communication topology for a multi-agent system

根据多智能体系统通信拓扑图的信息, 可以得到一些相关的矩阵:

$$\begin{aligned} \mathbf{A} = & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{D} = & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

$$L = D - A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix},$$

$$L + B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}.$$

仿真中使用的系统参数如表 1 所示.

表 1 系统参数

Table 1 System parameters

参数	数值	参数	数值
u_0	$2\cos(0.1\pi t)$	$[x_0(0), v_0(0)]$	$[0, 0]$
$f(x_0, v_0)$	$0.2\sin(x_0)$	$[x_1(0), v_1(0)]$	$[30, 13]$
$f(x_1, v_1)$	$0.1\sin(v_1) + \cos^2(2t)$	$[x_2(0), v_2(0)]$	$[20, -5]$
$f(x_2, v_2)$	$0.1\sin(v_2)$	$[x_3(0), v_3(0)]$	$[5, 15]$
$f(x_3, v_3)$	$-\cos(v_3) - \sin(x_3)$	$[x_4(0), v_4(0)]$	$[10, -18]$
$f(x_4, v_4)$	$\sin(x_4)$		

仿真中使用的控制器参数如表 2 所示.

表 2 控制器参数

Table 2 Controller parameters

K	ρ	m	w	γ	ξ
12.5	1	0.01	1.74	0.2	0.7

根据上述参数信息,通过 Matlab/Simulink 得到仿真实验结果,如图 2—5 所示.图 2 给出了领导者 and 跟随者之间的位置状态响应曲线和速度状态响应曲线,可以看出 4 个跟随者的位置和速度在一定时间内和领导者的位置和速度保持一致.图 3 展示的是 4 个跟随者之间的位置误差和速度误差,显然,误差变量可以很快收敛至 0,这说明了所提控制算法的有效性.图 4 给出的是 4 个跟随者的滑模函数和控制输入响应情况,可以看出,当 γ 取 0.2 时,在本文设计的控制器下,一致性误差进入了一个很小的滑模带.图 5 是 4 个跟随者的采样时间间隔情况.

对于本文提出的基于事件触发 γ 滑模控制方法,选取几个不同的 γ 值进行比较,仿真结果如图 6—11 所示.

图 6 和图 7 分别是不同 γ 取值下的位置响应曲线和速度响应曲线.从仿真结果中可以清楚地看出, γ 越大,系统收敛速度较慢.

图 8—11 分别是 γ 取不同值时,滑模函数 s_1, s_2, s_3, s_4 之间的比较.很明显,当 γ 取值越小时,系统状

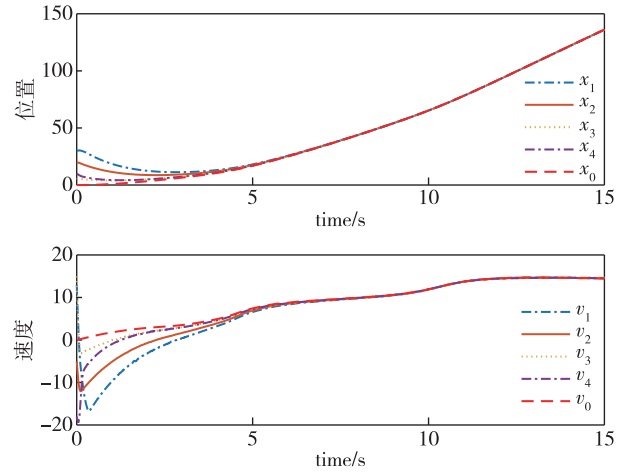


图 2 多智能体系统的状态响应曲线

Fig. 2 State response curves of the multi-agent system

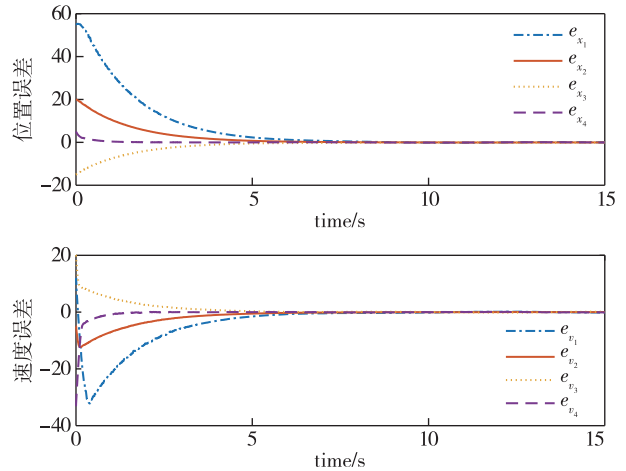


图 3 多智能体系统的误差响应曲线

Fig. 3 Error response curves of the multi-agent system

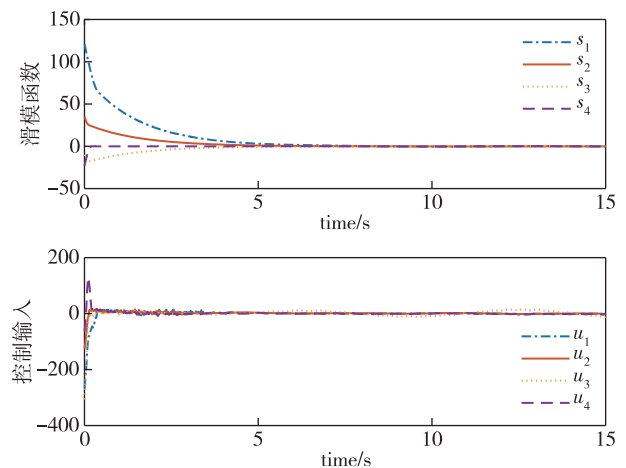


图 4 滑模函数和控制输入响应曲线

Fig. 4 Sliding mode functions and control input response curves

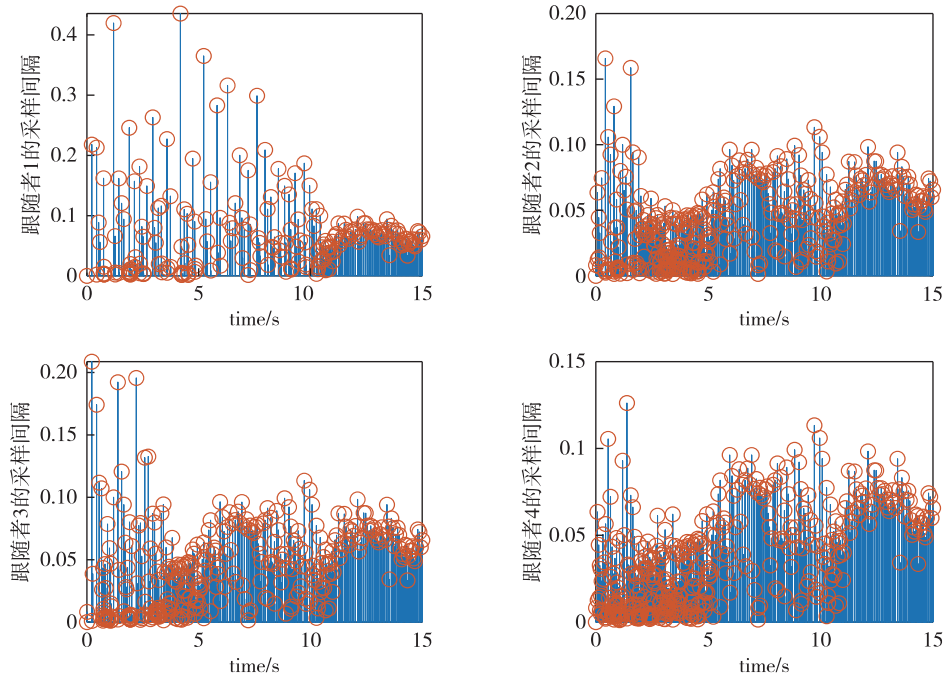


图 5 跟随者的采样时间间隔情况

Fig. 5 Sampling time intervals of the followers

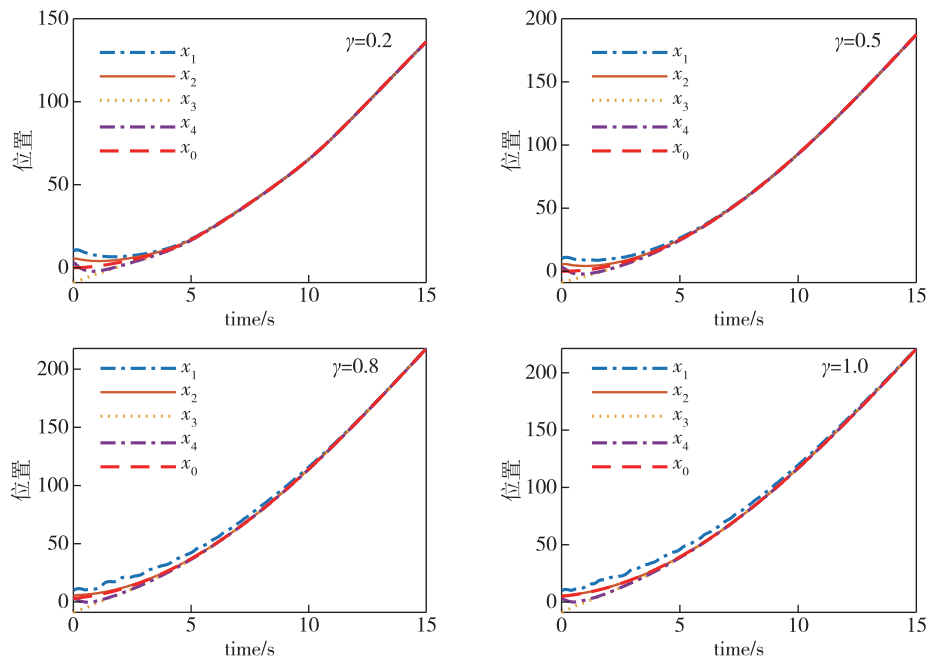


图 6 多智能体系统的位置响应曲线

Fig. 6 Position response curves of the multi-agent system

态能在设计的控制器作用下快速收敛至期望的滑模面, 实现稳定, 且系统中出现的抖振得到很好的抑制.

综上所述, 分别选取 $\gamma=1$ 、 $\gamma=0.8$ 、 $\gamma=0.5$ 和 $\gamma=0.2$ 进行仿真, 从实验结果中可以明显看出, 当 γ 在

$(0, 1]$ 上取值越小时, 系统状态能更快地到达期望的滑模面, 且不再来回波动, 即系统抖振也越小.

4 结论

本文针对含未知非线性的领导-跟随者多智能

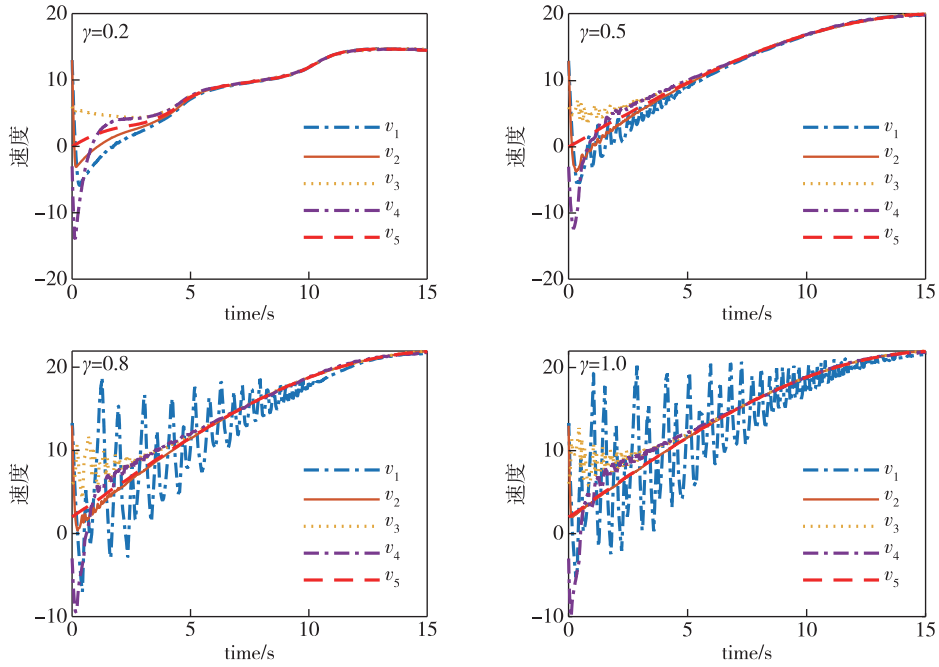


图 7 多智能体系统的速度响应曲线

Fig. 7 Velocity response curves of the multi-agent system

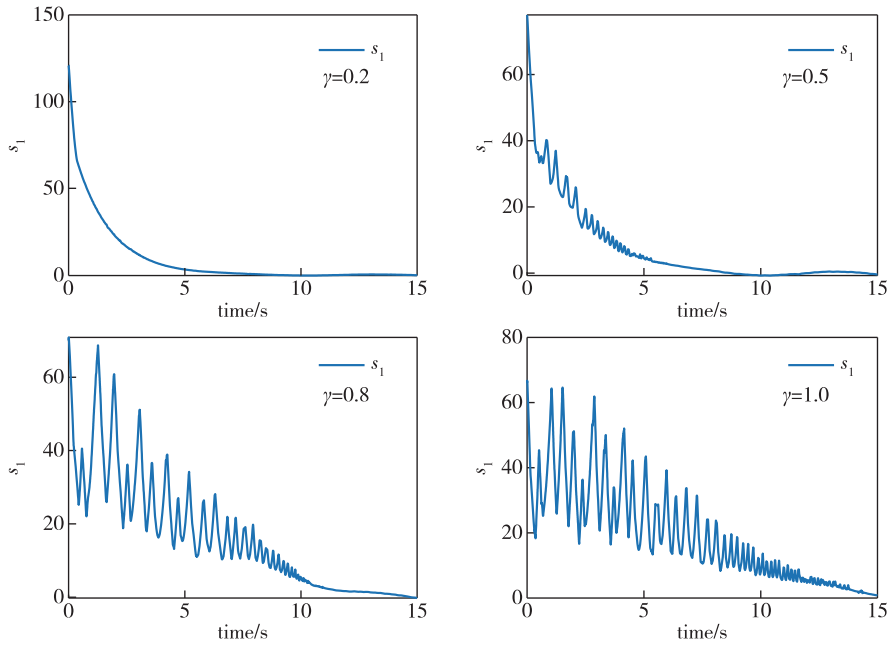


图 8 滑模函数 s_1

Fig. 8 Sliding mode function s_1

体系统,提出一种基于事件触发的 γ 滑模控制方法.利用 Lyapunov 稳定性方法证明了多智能体系统有限时间 T 内到达滑模面,且事件触发时间间隔最小下界计算给出,排除了芝诺现象.仿真结果表明,引入事件触发策略能有效降低控制器的控制更新频率.此外,与传统的滑模控制器相比, γ 滑模控制器可

通过增益缩放因子 γ 的调节有效抑制系统抖动,提高多智能体系统的响应速度和稳定性.

参考文献

References

[1] 张润凡,别朝红.主动配电网的动态虚拟微电网群分

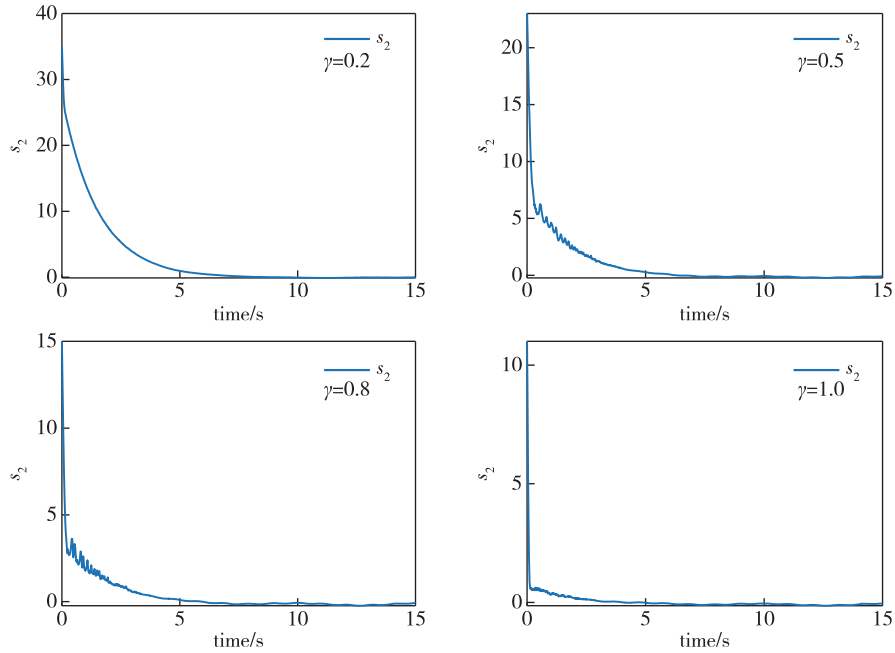


图9 滑模函数 s_2

Fig. 9 Sliding mode function s_2

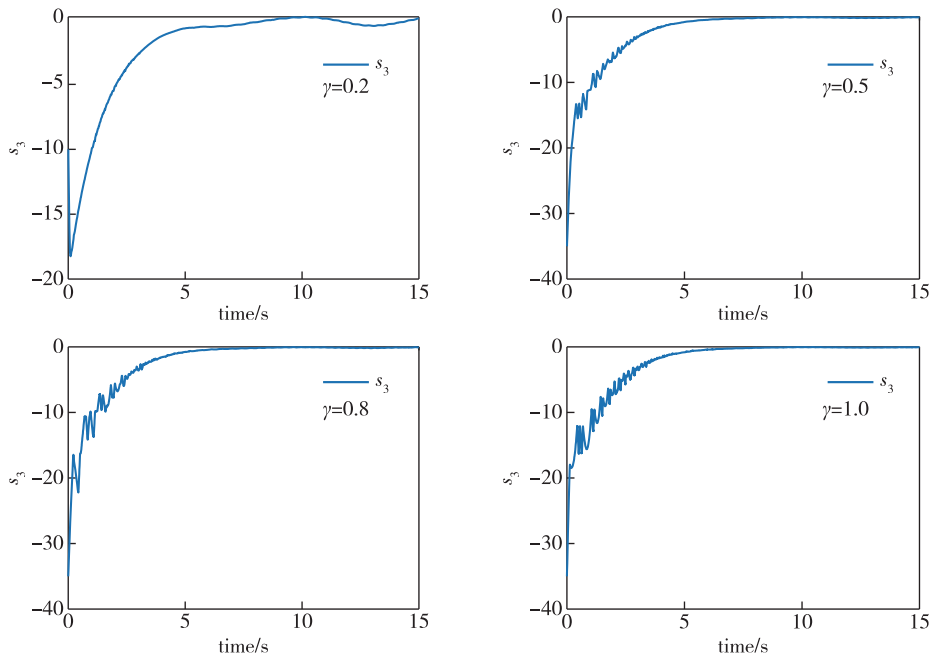


图10 滑模函数 s_3

Fig. 10 Sliding mode function s_3

布式群级协同控制[J].电力系统自动化, 2022, 46(14): 55-62

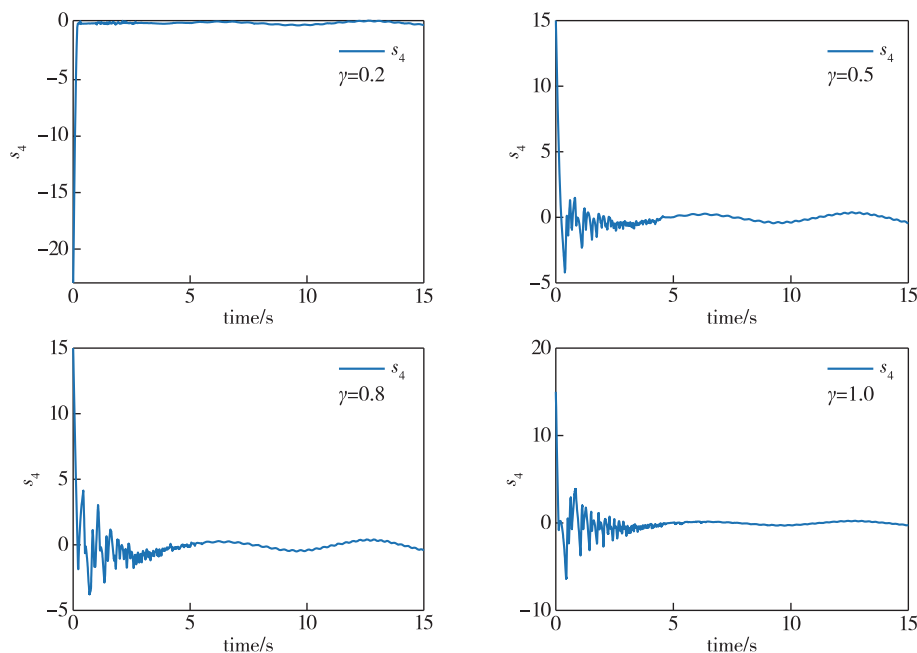
ZHANG Runfan, BIE Zhaohong. Distributed cluster-level cooperative control of dynamic virtual microgrid cluster for active distribution network[J]. Automation of Electric Power Systems, 2022, 46(14): 55-62

[2] 汤泽, 王佳枫, 王艳, 等. 非连续混合自时延多智能体

系统的饱和和分布式控制[J]. 控制与决策, 2023, 38(3): 670-680

TANG Ze, WANG Jiafeng, WANG Yan, et al. Consensus of discontinuous multi-agent systems with hybrid self-delays via saturated distributed control[J]. Control and Decision, 2023, 38(3): 670-680

[3] Zheng B C, Lai C, Li T. Adaptive sliding mode control for

图 11 滑模函数 s_4 Fig. 11 Sliding mode function s_4

optimal L2-gain performance of interconnected large-scale cyber physical systems under FDIA environments [J]. International Journal of Control, Automation and Systems, 2023, 21: 2566-2576

- [4] Xue Y M, Ren W, Zheng B C, et al. Event-triggered adaptive sliding mode control of cyber-physical systems under false data injection attack [J]. Applied Mathematics and Computation, 2022, 433: 127403
- [5] Wang W, Li Y M, Tong S C. Distributed estimator-based event-triggered neuro-adaptive control for leader-follower consensus of strict-feedback nonlinear multiagent systems [J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2023, PP(99): 1-13
- [6] 李刚, 苗国英, 张静怡. 基于观测器的多智能体系统的自适应一致性控制 [J]. 南京信息工程大学学报 (自然科学版), 2019, 11(4): 373-379
LI Gang, MIAO Guoying, ZHANG Jingyi. Observer-based adaptive consensus control for multi-agent systems [J]. Journal of Nanjing University of Information Science & Technology (Natural Science Edition), 2019, 11(4): 373-379
- [7] 姜林. 基于切换干扰观测器的近空间飞行器滑模控制设计 [D]. 沈阳: 东北大学, 2019
JIANG Lin. Sliding mode control design for variable structure near space vehicles based on switched disturbance observer [D]. Shenyang: Northeastern University, 2019
- [8] Chen S M, Wang M Y, Li Q. Second-order consensus of hybrid multi-agent systems with unknown disturbances via sliding mode control [J]. IEEE Access, 2020, 8: 34973-34980
- [9] Wang G D, Wang X Y, Li S H. Sliding-mode consensus algorithms for disturbed second-order multi-agent systems

[J]. Journal of the Franklin Institute, 2018, 355(15): 7443-7465

- [10] 杨飞生, 汪璟, 潘泉. 基于事件触发机制的网络控制研究综述 [J]. 控制与决策, 2018, 33(6): 969-977
YANG Feisheng, WANG Jing, PAN Quan. A survey of networked event-triggered control [J]. Control and Decision, 2018, 33(6): 969-977
- [11] 张凯杰, 王丹丹, 吕跃祖. 多智能体系统分布式事件触发控制综述 [J]. 南京信息工程大学学报 (自然科学版), 2020, 12(5): 540-548
ZHANG Kaijie, WANG Dandan, LÜ Yuezhu. An overview of distributed event-triggered control for multi-agent systems [J]. Journal of Nanjing University of Information Science & Technology (Natural Science Edition), 2020, 12(5): 540-548
- [12] 龙江, 刘玉晓, 王薇, 等. 事件触发一致性控制研究进展: 触发条件的角度 [J]. 指挥与控制学报, 2022, 8(2): 107-121
LONG Jiang, LIU Yuxiao, WANG Wei, et al. Recent advances in event-triggered consensus control: a triggering condition viewpoint [J]. Journal of Command and Control, 2022, 8(2): 107-121
- [13] 王誉达, 查利娟, 刘金良, 等. 基于事件触发和欺骗攻击的多智能体一致性控制 [J]. 南京信息工程大学学报 (自然科学版), 2019, 11(4): 380-389
WANG Yuda, ZHA Lijuan, LIU Jinliang, et al. Event-based consensus of multi-agent systems with deception attacks [J]. Journal of Nanjing University of Information Science & Technology (Natural Science Edition), 2019, 11(4): 380-389
- [14] Mishra R K, Sinha A. Event-triggered sliding mode based consensus tracking in second order heterogeneous

- nonlinear multi-agent systems [J]. European Journal of Control, 2019, 45: 30-44
- [15] Um Y C, Choi H L. Hovering control using γ -sliding surface of quadrotor with uncertain time-varying mass and external disturbance [J]. The Transactions of the Korean Institute of Electrical Engineers, 2020, 69 (10): 1474-1483
- [16] Um Y C, Oh S Y, Choi H L. An event-triggered γ -sliding mode controller for hovering control of a quadrotor with uncertain time-varying mass and external disturbance [J]. International Journal of Control, Automation and Systems, 2022, 20(10): 3372-3382
- [17] Lu M Y, Wu J, Zhan X S, et al. Consensus of second-order heterogeneous multi-agent systems with and without input saturation [J]. ISA Transactions, 2022, 126: 14-20
- [18] Ren C E, Chen C L P. Sliding mode leader-following consensus controllers for second-order non-linear multi-agent systems [J]. IET Control Theory & Applications, 2015, 9 (10): 1544-1552
- [19] Zheng B C, Guo L N, Li K. Event-triggered sliding mode fault-tolerant consensus for a class of leader-follower multi-agent systems [J]. International Journal of Control, Automation and Systems, 2021, 19(8): 2664-2673
- [20] Qin J H, Zhang G S, Zheng W X, et al. Adaptive sliding mode consensus tracking for second-order nonlinear multi-agent systems with actuator faults [J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2019, 49(5): 1605-1615
- [21] 崔艳, 乔丹妮. 具有外部干扰的混合阶多智能体系统的有限时间一致性 [J]. 计算机应用与软件, 2021, 38 (10): 179-183, 215
- CUI Yan, QIAO Danni. Finite-time consensus problem of hybrid-order multi-agent systems with external disturbance [J]. Computer Applications and Software, 2021, 38(10): 179-183, 215
- [22] Tao L, Chen Q, Nan Y R, et al. Double hyperbolic reaching law with chattering-free and fast convergence [J]. IEEE Access, 2018, 6: 27717-27725
- [23] Zheng B C, Yu X H, Xue Y M. Quantized sliding mode control in delta operator framework [J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2018, 28(2): 519-535
- [24] Shtessel Y, Edwards C, Fridman L, et al. Sliding mode control and observation [M]. New York: Springer New York, 2014

Consensus control of multi-agent systems based on event-triggered γ sliding mode

LI Xiaomeng¹ ZHENG Bochao^{1,2}

1 School of Automation, Nanjing University of Information Science & Technology, Nanjing 210044, China

2 Collaborative Innovation Center of Atmospheric Environment and Equipment Technology, Nanjing University of Information Science & Technology, Nanjing 210044, China

Abstract Here, an event-triggered γ sliding mode control scheme is proposed for the second-order leader-follower multi-agent systems with unknown nonlinear functions. First, a novel sliding mode reaching law based on inverse hyperbolic sine function is selected to ensure that the multi-agent system achieves consensus in limited time. Second, a sliding mode function with gain scaling factor γ is designed and the event triggering mechanism is introduced. Through Lyapunov stability analysis, it is proved that the proposed control scheme is effective, which can not only eliminate the system chattering but also reduce the sampling frequency of the control action. In addition, the minimum lower bound of the triggering time interval is proved, which excludes Zeno phenomenon. Finally, the effectiveness of the proposed scheme is verified by Matlab/Simulink simulation results.

Key words event-triggered; γ sliding mode control; multi-agent systems; consensus