

# 加窗傅里叶变换在谐波分析中的应用

张颖超<sup>1</sup> 周滢<sup>1</sup>

## 摘要

针对稳定状态下的电能质量信号,采用一种组合余弦窗的汉宁窗,将该窗函数与快速傅里叶变换相结合进行电能质量中的谐波分析,并利用 Matlab7.0 进行仿真验证,发现将窗函数与快速傅里叶变换相结合,在很大程度上能减少谐波泄漏,有效减弱谐波之间的干扰,有利于测量到较为精确的电能信号的幅值和相位。

## 关键词

谐波分析;傅里叶变换;窗函数

中图分类号 TM714

文献标志码 A

## 0 引言

电能质量即电力系统中电能的质量,主要指标包括频率、供电持续性、电压稳定和电压波形等<sup>[1]</sup>。随着各种电力电子装置在电力系统及其他行业的广泛应用,电能得到了更加充分的利用,但也产生了大量的谐波,对电网产生了严重的污染<sup>[2]</sup>。在谐波分析中,常常采用的是经过改进的快速傅里叶变换对信号进行等间隔的采样,随之将采样值转换成数字序列,最后借助计算机进行谐波分析<sup>[3]</sup>。快速傅里叶变换可以从信号的时域和频域分别进行观察,但它不能把二者有效地结合起来。鉴于傅里叶变换的不足,加窗傅里叶变换应运而生。所谓加窗傅里叶变换又被称为短时傅里叶变换,就是加了窗函数的傅里叶变换(WFFT)。一定程度上,加窗傅里叶变换克服了标准傅里叶变换不具备局部分析能力的缺陷。在本文中,就加窗傅里叶变换在具有稳态状态的谐波分析的应用进行了讨论。

## 1 加窗傅里叶变换

### 1.1 加窗傅里叶变换

根据傅里叶变换的定义,它可以通过把周期性变化的非正弦信号由一族不同频率(基波频率的整数倍)的正弦波线性叠加而得到,然后利用采样装置对该信号的时间连续信号进行等间隔采样,并把相应的采样值转换成数字序列,最后借助计算机进行一些分析研究<sup>[4]</sup>。

加窗傅里叶变换(WFFT),由 Dennis Gabor 在 1946 年提出。该方法的基本思想是:把信号划分为一些小的时间间隔,在每个时间间隔内采用傅里叶变化对其进行分析,以确定本时间间隔内存在的频率。事实上,就是以傅里叶变换为手段,把某一个非平稳过程当做一系列短时平稳信号的叠加进行处理。短时性是通过一个参数  $\tau$  的平滑移动来覆盖整个时域,就是采用一个时间宽度很短的窗函数  $w(t-\tau)$  对信号  $s(t)$  作乘积来实现在  $\tau$  附近的平移和开窗,最后再进行傅里叶变换。表达式为

$$S(\omega, \tau) = \int_R s(t) w^*(t - \tau) e^{-j\omega t} dt, \quad (1)$$

其中,  $*$  表示复共轭,  $w(t)$  是定义域有限的函数,  $s(t)$  表示待分析的信号,  $R$  表示时间间隔。随着参数  $\tau$  的变化,  $w(t)$  确定的“时间窗”在  $t$  轴

收稿日期 2012-03-06

资助项目 江苏省产学研联合创新资金——前瞻性联合研究资助(BY2011111);江苏省高校优势学科建设工程(PAPD)项目

作者简介

张颖超,男,教授,主要研究复杂系统建模与仿真、自动化与信息技术、嵌入式技术等。  
yc.nim@163.com

上移动,使  $s(t)$  “逐渐”得以分析,因此,  $w(t)$  被称为窗口函数. 滑动窗的位置由  $\tau$  来反映. 从式(1)可以看出,  $S(\omega, \tau)$  大致反映了  $s(t)$  在时刻为  $\tau$ 、频率为  $\omega$  时的信号成分的相对含量. 通过这种方法,信号采用 WFFT 得到的展开就可以表示为在区间  $[\tau - \lambda, \tau + \lambda]$ 、 $[\omega - \varepsilon, \omega + \varepsilon]$  内的状态,并把这一区域称为窗口,  $\lambda$  和  $\varepsilon$  被称为窗口的时宽和频宽. 为了有更好的时频分析结果,希望  $\lambda$  和  $\varepsilon$  都非常小,但是根据海森堡测不准原理可知,  $\lambda$  和  $\varepsilon$  是互相制约的,两者不能同时任意小,它们之间的关系可以表示为

$$\lambda \cdot \varepsilon \geq \frac{1}{2}. \quad (2)$$

在实际应用中,快速傅里叶变换(FFT)较易产生栅栏效应、泄漏效应和混叠效应等,所以,通常情况下,可采用以下几种常见的信号处理方式:频率跟踪、插值法以及加窗快速傅里叶变换与频域插值算法相结合的方法等. 由于前2种方法都不能对间谐波和次谐波进行采集,即不能完全消除栅栏效应和泄漏效应,而最后一种方法不但可以提高计算的精度,而且当满足一定条件的时候也可获得准确的频率、幅值以及相位. 所谓的加窗插值快速傅里叶算法,是一种异步采样方法. 它按照某一固定不变的采样频率对信号进行采样,依据选择的窗函数截断信号时产生的泄漏频谱获得信号的实际频谱值,这样就可以把异步采样引起的误差减小.

## 1.2 组合窗的选择

一般情况下,电力系统中的信号主要包含整数次谐波,因此本文重点研究一类基于余弦窗的组合窗. 这类组合窗具有一个特点,即:如果所选取的观

测时间为信号周期的整数倍,则该观测频谱在各次整数倍谐波频率处幅值为0,因而可以达到对谐波泄漏进行抑制的效果. 即使信号频率在小范围内波动,泄漏误差也比较小. 所以,这样的特性非常适合对电能信号的谐波频率和相位进行提取. 这类窗函数一般可以表示为

$$\omega(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^K \lambda_k \cos\left(\frac{2\pi}{N} kn\right), n = 0, 1, \dots, N-1, \quad (3)$$

其中,  $k$  是窗函数的阶数.

文献[5]指出,采用加汉宁窗插值对谐波进行分析有助于减轻非同步采样情况下得到的频谱泄漏和栅栏效应. 汉宁窗函数的公式为  $\omega(n) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos\left(\frac{2\pi}{N} n\right)$ ,  $n = 0, 1, \dots, N-1$ . 由文献[6]可知,汉宁窗不满足具有线性相位的条件,Blackman 窗函数虽然旁瓣衰减较大,但它的计算相对复杂. 对于电能信号的分析,若选用汉宁窗,不但计算量小,还可以通过调节采样长度减少谐波间泄漏. 汉宁窗函数的频谱如图1所示,图1a表示的是汉宁窗函数的时域波形,显示其相频特性,图1b表示的是频域波形,显示其衰减特性.

## 2 仿真例证

多数情况下,电力系统更注重谐波的幅值. 表1给出了一个信号所含有的实际谐波的幅值,相位值自拟,基波频率为50 Hz. 根据采样定理,设定采样频率  $f_s = 3\ 200$  Hz,采样点  $N = 512$ . 在仿真过程中,对该信号进行不加窗和加汉宁窗2种操作.

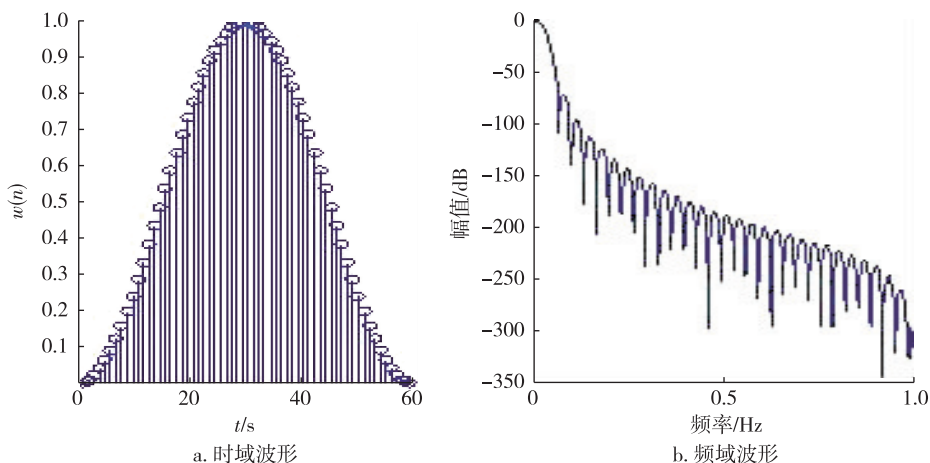


图1 汉宁窗函数的频谱

Fig. 1 Frequency spectrum of Hanning window

表1 信号的谐波参数  
Table 1 Harmonic parameters

基波	谐波次数						
	2次	3次	4次	5次	6次	7次	
电压/V	30	6	0.5	1.2	10	0	0.3

根据文献[7]提出的双峰谱线插值修正算法,所得到的各次谐波的幅值如图2所示,相位和频率的修正可类比幅值的算法得到.图2为采用 Matlab7.0 所获得的与原信号有关的各个波形.在图2中可以直观地查看基波以及各次谐波成分的频谱信息.由于在本次仿真中,采用的是加汉宁窗的快速傅里叶变换的插值算法,所以根据文献[8]可知,汉宁窗函数的恢复系数是2.从图2中可看出,加窗的傅里叶变换可以对时域和频域同时进行分析,但是一旦决定了所采用的窗口函数,该窗函数的形状就不能进行改变,那么时频分辨率就确定了.

仿真的分析结果如表2所示.在表2中, $dA_i (i=1 \sim 6)$ 表示基波和其他各次谐波幅值与初始值的误差.通过对比分析,很明显加汉宁窗修正的误差较不加窗的误差小很多.信号在没有进行加汉宁窗处理

时,其幅值和初始值相差较大,不能达到测量精度的要求,而采用加窗插值方法对快速傅里叶变换进行修正,在很大程度上减少了泄漏,有效地减弱了谐波之间的干扰,这样就有利于测量到较为精确的电能信号的幅值和相位.

表2 不加窗与加汉宁窗插值修正后的误差对比  
Table 2 Error comparison between analysis with no window and with Hanning interpolation

	误差/%					
	$dA_1$	$dA_2$	$dA_3$	$dA_4$	$dA_5$	$dA_6$
不加窗	0.012 5	0.612 1	0.146 2	-0.079 2	0.265 8	0.210 5
加窗	0.001 2	-0.217 5	0.015 2	0.022 1	0.018 2	0

### 3 小结

基于加窗傅里叶变换的谐波分析方法对稳态信号具有良好的检测性能,能较好地检测到稳态谐波的频率及相位,但对于暂态信号,也存在缺陷,即在实际中多尺度分析要求时频窗口具有自适应性,而加窗傅里叶变换的窗口是固定不变的,因此对于非平稳信号,还要进一步探索有效的研究分析方法.

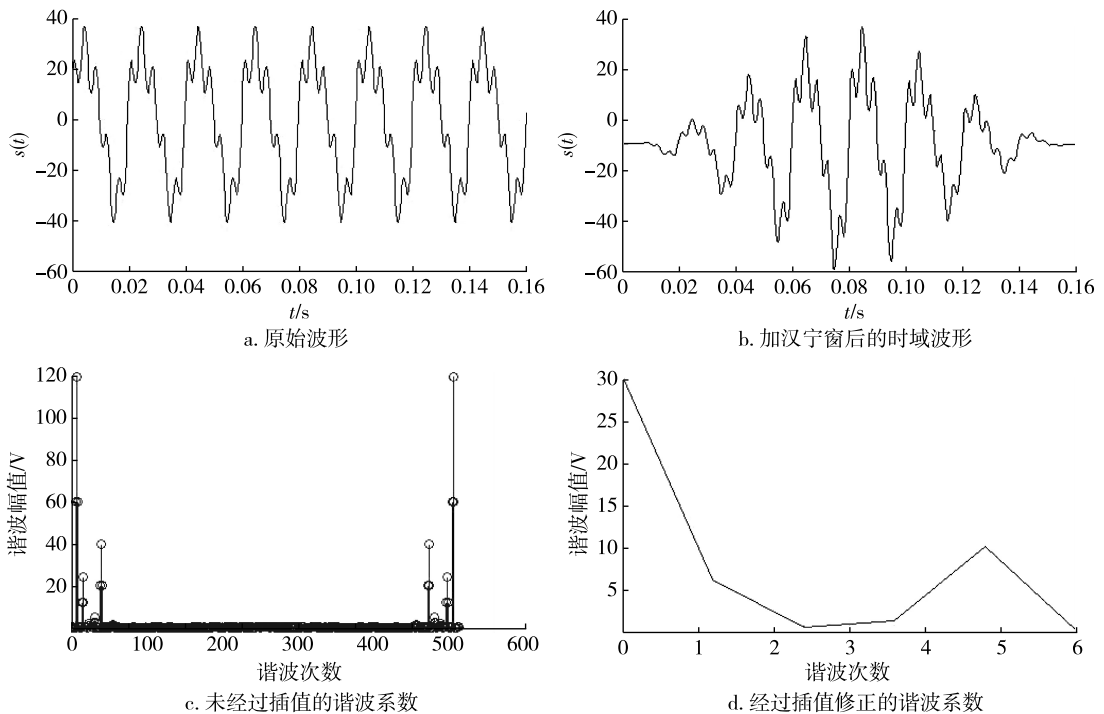


图2 信号采用加汉宁窗及插值后的波形及谐波系数

Fig. 2 Waveform and harmonic coefficient with Hanning window added and interpolation

## 参考文献

## References

- [ 1 ] Nara K, Hasegawa J, Oyama T, et al. FRIENDS: Forwarding to future power delivery system [ C ] // Proceeding of IEEE International Conference on Harmonics and Quality of Power, IX. Orlando, USA, 2000: 8-18
- [ 2 ] 卢秀和, 徐铭. 基于瞬时无功功率理论的电流高次谐波检测方法研究 [ J ]. 南京信息工程大学学报: 自然科学版, 2009, 1(2): 161-164  
LU Xiuhe, XU Ming. Study of high-order harmonic current detecting method based on instantaneous reactive power theory [ J ]. Journal of Nanjing University of Information Science & Technology: Natural Science Edition, 2009, 1(2): 161-164
- [ 3 ] 周利东, 滕欢. 电力系统谐波分析的有效方法 [ J ]. 四川电力技术, 2010, 33(1): 61-65  
ZHOU Lidong, TENG Huan. An effective analysis method for power system harmonics [ J ]. Sichuan Electric Power Technology, 2010, 33(1): 61-65
- [ 4 ] 吕润徐. 电力系统高次谐波 [ M ]. 北京: 中国电力出版社, 1998: 34-38  
LÜ Runyu. High-order harmonics in electrical system [ M ]. Beijing: Chinese Electric Power Press, 1998: 34-38
- [ 5 ] 柴旭峥, 关根志, 文习山, 等.  $\tan \delta$  高精度测量的加窗插值 FFT 算法 [ J ]. 高电压技术, 2003, 29(2): 32-33  
CHAI Xuzheng, GUAN Genzhi, WEN Xishan, et al. The Hanning-windowed interpolated algorithm for dielectric loss measurement with high accuracy [ J ]. High Voltage Engineering, 2003, 29(2): 32-33
- [ 6 ] 潘文, 钱俞寿, 周鸷. 基于加窗插值 FFT 的电力谐波测量理论. I: 窗函数研究 [ J ]. 电工技术学报, 1994, 9(1): 50-54  
PAN Wen, QIAN Yushou, ZHOU E. Power harmonics measurement based on windows and interpolated FFT. I: Study of windows [ J ]. Transactions of China Electrotechnical Society, 1994, 9(1): 50-54
- [ 7 ] 庞浩, 李东霞, 俎云霄, 等. 应用 FFT 进行电力系统谐波分析的改进算法 [ J ]. 中国电机工程学报, 2003, 23(6): 50-54  
PANG Hao, LI Dongxia, ZU Yunxiao, et al. An improved algorithm for harmonic analysis of power system using FFT technique [ J ]. Proceedings of the CSEE, 2003, 23(6): 50-54
- [ 8 ] 焦新涛, 丁康. 加窗频谱分析的恢复系数及其求法 [ J ]. 汕头大学学报: 自然科学版, 2003, 18(3): 26-30  
JIAO Xintao, DING Kang. Resetting moduli and solutions in windowing spectrum analysis [ J ]. Journal of Shantou University: Natural Science, 2003, 18(3): 26-30

## Application of windowed FFT in harmonic analysis

ZHANG Yingchao<sup>1</sup> ZHOU Ying<sup>1</sup><sup>1</sup> School of Information and Control, Nanjing University of Information Science & Technology, Nanjing 210044

**Abstract** On account of the power quality signal under stable state, this paper integrates the function of Hanning window with Fast Fourier Transform (FFT), and uses it to harmonic analysis for power quality. Matlab simulation is carried out for the feasibility of the proposed windowed FFT method, and results show that the integration of Hanning window function with FFT can significantly reduce the harmonic leakage, effectively weaken the interference between the harmonics, and accurately measure the amplitude and phase of power signal.

**Key words** harmonic analysis; Fourier transform; window function