

# 平面相控阵脉冲压缩的雷达气象方程

张子良<sup>1,2</sup> 郑国光<sup>3</sup> 葛文忠<sup>4</sup> 魏鸣<sup>1</sup>

## 摘要

在低发射功率条件下,相控阵多普勒天气雷达为了增加探测距离和提高分辨率,需要采用脉冲压缩技术.由于采用相控阵技术,波束扫描过程中,在平面阵非法线方向上会产生波束展宽,引起波束内功率下降,需要在计算雷达气象方程时弥补功率下降的误差.平面相控阵天气雷达在探测远距离目标时,使用宽脉冲发射,经脉冲压缩处理以提高分辨率,因此需要建立适用的雷达气象方程.首先讨论了脉冲压缩低峰值功率的平面相控阵多普勒天气雷达的结构、线性调频脉冲压缩的距离(多普勒测量)、调频波形的耦合问题以及目标距离的测量;然后给出了适用于脉冲压缩的平面相控阵雷达气象方程,此方程同时也适用于一维线性阵的脉冲压缩的天气雷达.

## 关键词

脉冲压缩;平面相控阵;波形的耦合;雷达气象方程

中图分类号 TN959.4

文献标志码 A

收稿日期 2012-09-23

资助项目 国家高技术研究发展计划(863计划)(2007AA061901)

## 作者简介

张子良,男,博士,研究员级高级工程师,主要研究方向为大气物理与大气环境.

zzliang3@163.com

## 0 引言

脉冲压缩天气雷达有3大优点<sup>[1]</sup>:1)增加有效峰值功率和灵敏度;2)增加距离分辨率;3)适用于快扫描.脉冲压缩技术对于低峰值功率雷达的发展有特别重要的价值,能使低峰值功率雷达具有与高峰值功率雷达相同的灵敏度和距离分辨率.低峰值功率雷达具有价格低、业务费用低、失效风险低的特点,且易于维护.更为重要的是“频率谱友好”,更易获得业务许可证.一个8 kW峰值功率气象雷达可提供与传统250 kW雷达相同或更好的距离分辨率.

目前国际上脉冲压缩技术在天气雷达业务系统上的应用日趋成熟<sup>[2]</sup>,而我国的雷达脉冲压缩技术近期才逐渐应用于天气雷达上,其中有2个主要原因:1)天气目标不同于点目标,它的覆盖范围大,但是移动速度 $\leq 100$  km/h.由于脉冲压缩在接收信号中出现累积距离时间旁瓣电平(ISL),高的旁瓣电平值会增加虚警率或者遮蔽弱的目标回波,因此对旁瓣电平抑制是绝对必要的,然而脉冲压缩系统中ISL值的抑制一直是难点,随着技术的进步和数字波形的产生,以及仔细选择脉冲波形,这个问题才得到解决.2)脉冲压缩系统算法处理需要花费高昂的代价,但是随着计算机技术的进步,目前已可提供高性价比的可靠算法支持.

相控阵多普勒天气雷达在低发射功率条件下为了增加探测距离和提高距离分辨能力,需要采用脉冲压缩技术<sup>[3]</sup>来实现.发射脉冲时先对载频做线性调频,或者二相编码使脉冲展宽,从而增大平均发射功率,使探测距离增大.

脉冲压缩是一种信号处理技术,经过调制的大频带宽度的发射脉冲,遇到目标后的回波经过信号匹配处理,一方面可以达到短脉冲的分辨率,另一方面回波又保持长脉冲的能量,使接收到的信号具有足够的强度,易于处理.由于雷达接收信号的强度与雷达的脉冲宽度成正比,因此长脉冲宽度的回波对接收信号的处理更有利,但是雷达的距离分辨率又取决于脉冲宽度,而短脉冲宽度的距离分辨率较高,这对于中小尺度天气现象的探测和目标识别又显得十分重要.脉冲压缩技术利用雷达发射宽脉冲增加目标处的平均功率,但是宽发射脉冲也带来近距离探测的盲区问题.当发射宽脉冲时,雷达的接收通道不能接收信号.雷达近距离的盲区问题可以利用低灵敏度的单载频窄脉冲进行补盲.脉冲压缩的宽脉冲和单载频的窄脉冲可以弥补

1 南京信息工程大学 大气物理学院,南京,210044

2 南京电子技术研究所,南京,210013

3 中国气象局,北京,100081

4 南京大学 大气科学学院,南京,210093

彼此在探测上的不足. 相控阵天气雷达发射单载频率窄脉冲信号时, 需要使用过采样技术, 以提高雷达的扫描速度.

本文着重讨论脉冲压缩低峰值功率的平面相控阵多普勒天气雷达的结构、线性调频脉冲压缩的距离-多普勒测量、调频波形的耦合以及目标距离测量等问题, 研究建立适用于脉冲压缩技术的二维相控阵天气雷达的雷达气象方程, 以促进平面相控阵多普勒天气雷达的理论研究, 并适应气象业务需求.

## 1 脉冲压缩信号

当脉冲压缩雷达发射一个宽脉冲时, 由于脉冲宽度  $\tau$  ( $\mu\text{s}$ ) 与接收到的信号的带宽  $B$  (MHz) 成反比 ( $B = \frac{1}{\tau}$ ), 为了提高雷达的距离分辨能力 ( $\Delta R = \frac{c\tau}{2}$ ,  $c$  是光速), 宽脉冲的带宽应与窄脉冲的带宽一致, 这就要求发射脉冲必须被调制或者编码, 增加脉冲的时间和带宽的乘积, 使发射脉冲有足够的带宽以便提供雷达所需的距离分辨率.

脉冲压缩以线性调频 (Linear Frequency Modulation, LFM) 和二相编码信号的研究与应用最为广泛, LFM 信号是连续变化的编码信号, 相位编码是离散型编码信号.

### 1.1 线性调频脉冲信号

图 1 表示线性调频脉冲信号在雷达发射脉冲持续时间  $T$  内, 雷达载波频率由低端  $f_1$  到高端  $f_2$  按线性规律均匀变化, 其频率变化范围  $B = \Delta f = f_2 - f_1$ , 线性调频波形的斜率  $k = \frac{B}{T}$ , 单位为  $\text{Hz/s}$ ,  $B$  为信号带宽. 例如: 脉冲压缩雷达的发射脉冲被调制的有效带宽  $B = 5 \text{ MHz}$ 、相应的有效脉冲宽度  $\tau_i = 0.2 \mu\text{s}$ , 相当于距离分辨率  $30 \text{ m}$ .

线性调频脉冲信号的表达式:

$$s(t) = A \cos\left(2\pi f_1 t + \frac{1}{2} k t^2 + \phi_0\right), \quad 0 \leq t \leq T, \quad (1)$$

其中,  $A$  是信号振幅,  $f_1$  是起始频率 (Hz),  $\phi_0$  是初位相.

### 1.2 相位编码脉冲信号

相位编码脉冲信号是在雷达的发射脉冲内以频率相同、初始相位不同、宽度相等的子脉冲编码组成, 利用相位的变化可以增加脉冲信号的频带宽度, 从而达到所要求的带宽. 图 2 表示码长 7 位的二元相位编码脉冲信号. 对于常用的巴克编码, 将  $7 \mu\text{s}$

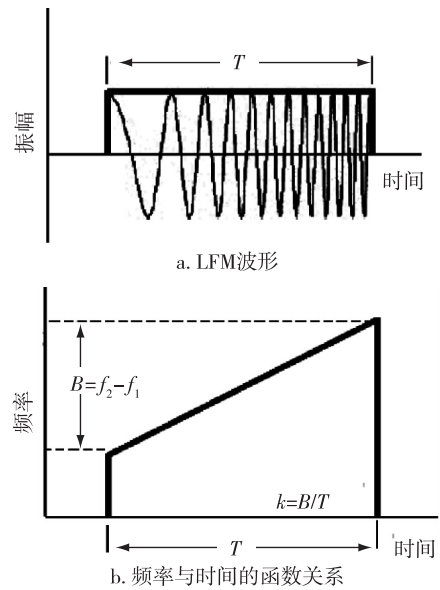


图 1 线性调频 (LFM) 脉冲信号波形  
Fig. 1 Chirp modulated pulse signal waveform

的长脉冲信号分成宽度为  $1 \mu\text{s}$  的 7 个码元, 每个码元的相位按照二元相位编码被  $0^\circ$  或  $180^\circ$  移相, 标记为 1 或 0, 其组成的二进制码就是 1110010.  $1 \mu\text{s}$  的子脉冲宽度其带宽是  $1 \text{ MHz}$ , 其旁瓣电平为  $-16.9 \text{ dB}$ .

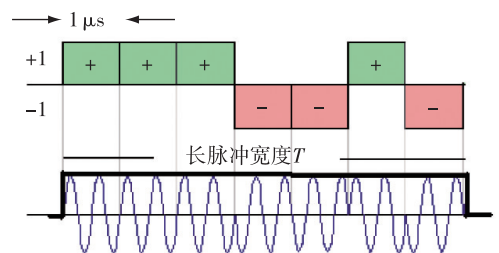


图 2 相位编码脉冲信号  
Fig. 2 Phase coded pulse signal

## 2 平面相控阵脉冲压缩多普勒天气雷达结构

具有电扫描能力的阵列被称为相控阵. 相控阵是一种定向天线, 它由许多较小的单个辐射单元组成, 它所产生的辐射方向图, 其形状和方向都由一个个辐射单元的幅度和相位所决定. 辐射单元可以由偶极子、端口开放的波导、波导中的裂缝或印制电路板组成. 采用相控阵天线的雷达被称为相控阵雷达, 它能精确而快速地控制雷达波束的形状和指向, 能同时形成多个波束, 大幅度增加雷达系统探测的时效性. 相控阵所具有的这种对波束的捷变控制能力, 使雷达可以实现较快速度的扫描, 并能够几乎同时

完成诸如扫描和多目标跟踪之类的多项功能. 相控阵雷达因其天线为相位控制的阵面而得名. 在一维天线上排列若干辐射单元即为线阵, 在二维平面上排列若干辐射单元称为平面阵.

相控阵雷达波束宽度取决于辐射器阵列中各个辐射器之间的距离, 在波束指向不出现栅瓣的情况下, 波束宽度和所用辐射器的数目成反比, 辐射器数目越多波束越窄. 由于采用无惯性的电子扫描, 减少了机械旋转, 可以节省雷达扫描的工作时间.

相控阵雷达大体可分为两大类, 即全电扫相控阵和有限电扫相控阵. 全电扫相控阵又可称固定式相控阵, 即在方位上和仰角上都采用电扫, 天线阵是固定不动的, 即二维相控阵雷达. 有限电扫相控阵是一种混合设计的天线, 即在一个维度(水平)机械扫描, 另一个维度(垂直)电扫, 以少量的辐射单元获得所需要的效果, 可大大降低设备造价和复杂程度, 这就是一维相控阵雷达.

平面相控阵天气雷达是方位和俯仰均采用电扫描的二维相控阵天气雷达. 水平和垂直方向的覆盖区域均为  $-60^\circ \sim +60^\circ$ . 图 3 是平面相控阵脉冲压缩天气雷达原理框图, 这里主要说明脉冲压缩雷达的结构特点.

一般固态天气雷达发射机的发射功率在受到限制的情况下, 常采用脉冲压缩技术<sup>[4]</sup>. 长持续时间的发射脉冲通过编码或频率调制达到要求的带宽, 使雷达同时达到宽脉冲的辐射能量和窄脉冲的距离分辨率. 雷达脉冲压缩信号是由相位编码或调频产生的, 从而使回波脉冲信号的压缩具有可能性. 同时在雷达接收信号处理中有一个信号压缩网络, 它的相

位和频率特性与发射信号实现相位或频率共轭匹配, 即相位或频率色散的绝对值相同而符号相反, 以消除输入回波信号的相位或频率色散, 使脉冲得到必要的压缩. 脉冲压缩雷达实际应用的是匹配滤波器系统, 滤波器输出的是经过压缩的脉冲, 即接收到的信号  $H(\omega)$  乘以匹配滤波器响应函数  $H^*(\omega)$ , 滤波器输出的峰值(主瓣)信号也是接收信号能量的函数, 匹配滤波器使峰值信号和平均噪声之比达到最大. 脉冲压缩匹配滤波器可以用模拟电路实现, 也可以用数字电路完成.

对于天气雷达来说, LFM 技术更适用于宽的带宽要求. 脉冲压缩技术增加了发射机和接收机的复杂性, 也带来距离旁瓣的问题, 由于天气目标是分布目标, 对距离旁瓣电平的抑制显得尤为重要. 为了尽可能降低距离旁瓣电平, 一般匹配滤波器应用窗函数实现, 但是窗函数加权后形成的失配将导致主瓣信噪比增益下降, 主瓣的宽度加宽. 此外, 也可以利用非线性调频(NLFM)即分段线性调频技术来降低距离旁瓣电平.

### 3 平面相控阵的雷达气象方程

在瑞利散射条件下, 考虑衰减和充塞程度的雷达气象方程<sup>[5]</sup>如下:

$$P_r = \frac{\pi^3}{1024 \ln 2} \frac{P_t h G^2 \vartheta_1 \varphi_1}{\lambda^2 R^2} \psi \left| \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right|^2 Z \cdot 10^{-\alpha \int_0^R dr}, \quad (1)$$

其中  $P_r$  是天线接收到的来自散射体的总回波功率,  $P_t$  是发射功率,  $G$  是天线增益,  $R$  是距离,  $\lambda$  是波长,  $\vartheta_1, \varphi_1$  分别是半功率点的水平波束宽度和垂直波束宽度,  $h$  是脉冲长度,  $h = c\tau$ ,  $c$  是光速( $3 \times 10^8$  m/s),  $\tau$

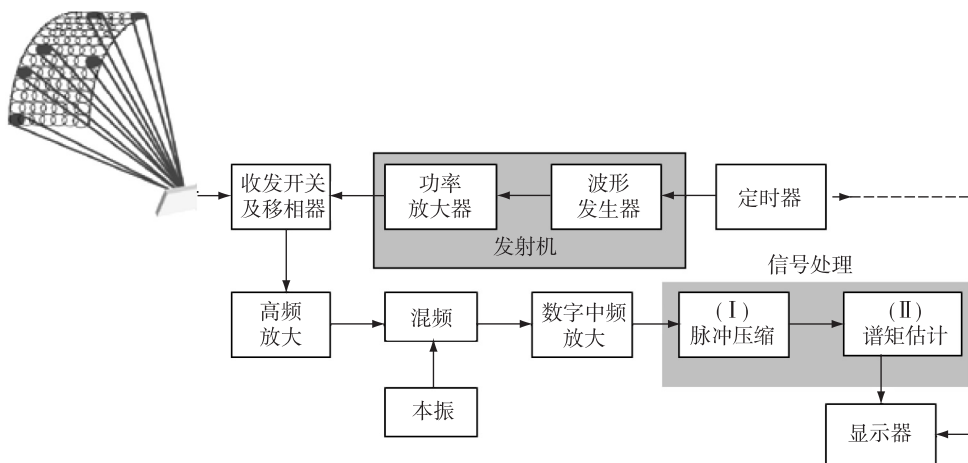


图 3 平面相控阵脉冲压缩天气雷达原理框图

Fig. 3 Frame of planer phase-array radar with pulse compression

是脉冲宽度 ( $\mu\text{s}$ ),  $\psi$  是充塞系数,  $\left| \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right|^2$  表示复数模的平方,  $m$  是降水粒子的复折射指数,  $k$  是考虑大气、云和降水的总衰减系数,  $k = k_g + k_c + k_p$ .

为了后面讨论的方便, 设:  $\psi = 1, l = 10^{-0.2} \int_0^R k dR$ ,  $\left| \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right|^2 = |K|^2, h = c\tau$ , 当雷达照射的脉冲体积内存在直径大于波长或近似等于和小于波长的球形米散射粒子, 常利用等效反射率因子  $Z_e$  代替  $Z$ , 则式(1)可写为

$$P_r = \frac{\pi^3}{1.024 \ln 2} \frac{P_t c \tau G^2 \vartheta_1 \varphi_1 l |K|^2 Z_e}{\lambda^2 R^2} \quad (2)$$

相控阵天气雷达天线的方向性图在垂直于天线阵面的法线方向(或视轴方向), 以及和法线方向偏离  $\pm 45^\circ$  时是不同的, 而且它们的旁瓣也不相同<sup>[6]</sup>. 对于电子扫描的相控阵雷达, 不仅需要考虑波束的方向变动作为天线辐射单元相位延迟的函数, 还要研究波束形状的变化. 相控阵雷达的扫描速度和扫描模式与机械扫描模式完全不同, 当抛物面天线做俯仰和方位旋转扫描时, 在旋转半球上的任何一点天线辐射的方向性图都是一致的, 但是利用相控阵天线却不可能, 当波束扫描偏离阵面法线方向的角度变大时, 波束的宽度则增加.

这里需要指出波束的方向、波束宽度和波束的形状都是相移的函数, 在讨论各向同性辐射的一维和二维扫描阵对于波束变形和波束指向的误差时, 定义一个平面阵坐标系, 由一维线性阵组合成的矩形阵. 阵位于  $XY$  平面,  $X$  轴为仰角方向,  $Y$  轴为方位方向,  $Z$  轴指阵面的法线方向, 垂直方向的扫描角  $\phi_e$ , 即平面阵的法线和波束能流密度最大方向之间的夹角(图4), 方位方向的扫描角  $\theta_e$ .

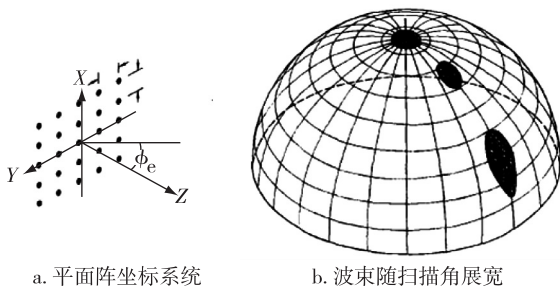


图4 平面阵坐标和波束展宽

Fig. 4 Planar array coordinate system and beam broadening

电子扫描天线的波束随扫描角度不同而变形, 从而导致相控阵天气雷达的天线增益、波束宽度和

灵敏度会随着波束指向角的位置不同而变化. 对于圆锥形波束, 假设天线阵面法线(视轴)方向的水平面上波束宽度为  $\vartheta_{10}$ , 垂直面波束宽度为  $\varphi_{10}$ , 法线方向的天线增益为  $G_0 \approx \frac{\pi^2}{\vartheta_{10} \varphi_{10}}$ , 对于相控阵雷达每一个收/发单元, 控制相位和振幅的激励, 可以控制阵列天线辐射波束的方向和形状. 相位激励控制波束的指向角(扫描角)  $\theta_e$  和  $\phi_e$ , 振幅激励控制波束的形状和旁瓣电平. 在水平和垂直方向, 对于偏离法线方向天线水平面上波束宽度为<sup>[7]</sup>

$$\vartheta_1 = \frac{\vartheta_{10}}{\cos \theta_e}, \quad \varphi_1 = \frac{\varphi_{10}}{\cos \phi_e} \quad (3)$$

天线增益  $G^{[5]}$  可以近似写为

$$G = \frac{9.9}{\vartheta_1 \varphi_1} \approx \frac{\pi^2}{\vartheta_1 \varphi_1} = G_0 \times \cos \theta_e \times \cos \phi_e \quad (4)$$

图5是法线方向和偏离法线波束宽度的比较, 说明偏离法线波束的峰值减小, 波束的宽度增加. 在极端情况下, 当电扫波束位置在水平和垂直方向都偏离阵面法线  $45^\circ$  时, 天线增益  $G$  较  $G_0$  降低 3 dB.

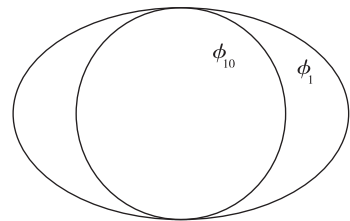


图5 波束宽度(内圆表示法线方向的波束, 外椭圆表示偏离法线方向的波束)<sup>[7]</sup>

Fig. 5 Sketch of antenna beam widths for the NWRT (The inner circle represents the beam at broadside, and the outer ellipse represents that away from broadside)

因此, 考虑天线波束扫描偏离法线方向时, 如果  $\theta_e \neq \phi_e$ , 波束的圆截面渐变成椭圆截面, 平面相控阵的天气雷达方程可以写为

$$P_r = \frac{\pi^3}{1.024 \ln 2} \frac{P_t c \tau G_0^2 \vartheta_{10} \varphi_{10} l |K|^2 Z_e}{\lambda^2 R^2} \cos \theta_e \times \cos \phi_e \quad (5)$$

如果平面相控阵的天气雷达波束在仰角方向的扫描角  $\phi_e < \pm 10^\circ$ ,  $\cos \phi_e \approx 0.98$ , 在垂直方向的扫描角订正可以忽略不计, 所以波束宽度的订正是雷达气象方程乘上方位扫描角的余弦. 式(5)写为

$$P_r = \frac{\pi^3}{1.024 \ln 2} \frac{P_t c \tau G_0^2 \vartheta_{10} \varphi_1 l |K|^2 Z_e}{\lambda^2 R^2} \cos \theta_e \quad (6)$$

式(6)与文献[7]的式(4)一致. 如果将  $\theta_e$  转换成

$\phi_e$ ,式(6)同样成立,它适用于一维线性阵垂直扫描波束的雷达气象方程<sup>[8]</sup>.

#### 4 脉冲压缩平面相控阵的雷达气象方程

相控阵天气雷达具有相对低的峰值发射功率,与高功率雷达相比,其灵敏度比较低.采用脉冲压缩技术后,使低功率雷达系统具有高功率雷达相同的灵敏度,并保持原有的高的距离分辨率.

定量描述脉冲压缩技术对雷达信噪比的改善,可用时宽和带宽的积  $BT$  表示,  $B$  是发射波形的频带宽度,  $T$  是发射脉冲宽度.对于无超带宽的常规脉冲雷达,  $BT = 1$ ,信号的频带宽度与脉冲宽度成反比.天气雷达的距离分辨率主要取决于发射脉冲长度,也就是说它不能区分雷达脉冲体积内沿雷达距离上的多个目标.

对于脉冲压缩雷达系统,脉冲压缩比

$$\rho = \frac{T}{\tau_l} = BT, \quad (7)$$

系统的有效带宽近似地写为  $B = \frac{1}{\tau_l}$ .

例如:若  $B = 5 \text{ MHz}$ ,  $T = 100 \text{ } \mu\text{s}$ ,  $BT = 500$ ,用分贝表示为 27 dB,这也就是通常所谓的脉冲压缩增益.经研究,天气雷达  $BT$  在 80 ~ 100 之间<sup>[1]</sup>.对于宽脉冲,如脉冲带宽  $B = 3 \text{ MHz}$ ,脉冲长度(时间)  $T = 40 \text{ } \mu\text{s}$ ,则有  $BT = 120$ ,使用频率调制,距离分辨率 50 m,取代了未经调制的 6 km 距离分辨率.

已知脉冲压缩增益,考虑脉冲压缩后的平面相控阵天气雷达方程,由式(5)可得:

$$P_r = \frac{\pi^3}{1.024 \ln 2} \frac{P_t c \tau_l G^2 \vartheta_{10} \varphi_{10} l |K|^2 Z_e BT \times \cos \theta_e \times \cos \phi_e}{\lambda^2 R^2} \quad (8)$$

注意在式(8)中的  $\tau_l$  是系统压缩后的有效脉冲宽度.

如果垂直方向的扫描角订正可以忽略不计,则式(8)可写为

$$P_r = \frac{\pi^3}{1.024 \ln 2} \frac{P_t c \tau_l G^2 \vartheta_{10} \varphi_{10} l |K|^2 Z_e BT \times \cos \theta_e}{\lambda^2 R^2} \quad (9)$$

如将  $\theta_e$  转换成  $\phi_e$ ,式(9)适用于一维线性阵脉冲压缩垂直扫描波束的雷达气象方程.

当设计脉冲压缩雷达系统时,距离分辨率和相关的发射信号是需要考虑的重要因子.脉冲雷达的距离分辨率  $\Delta r = \frac{cT}{2}$ ,对于脉冲压缩雷达系统,则有

$$\Delta r = \frac{c\tau_l}{2} = \frac{c}{2B} \text{ 这里 } B \text{ 应是发射脉冲的宽度.假设采}$$

用了发射信号带宽 2 和 5 MHz,它们相应的距离分辨率分别为 75 和 30 m.发射信号的带宽应低于接收机的带宽,便于应用不同的后处理技术.

#### 5 结论

1) 讨论了脉冲压缩信号中应用最广泛的线性调频脉冲信号和相位编码脉冲信号的原理.根据平面阵脉冲压缩多普勒天气雷达的框图,分析了其结构特点.

2) 由于采用相控阵技术,波束扫描的过程中,在平面阵非法线方向上会产生波束展宽,引起波束内功率下降,需要在计算时弥补误差,本文据此建立了平面相控阵的雷达气象方程.

3) 相控阵天气雷达在探测远距离目标时,使用宽脉冲发射,经脉冲压缩处理以提高分辨率.本文给出了适用于脉冲压缩的平面相控阵雷达气象方程,此方程同时也适用于一维线性阵的脉冲压缩的天气雷达.

#### 参考文献

##### References

- [1] Puhakka T, Chandrasekar V, Puhakka P. Evaluation of FM pulse compression for weather radars [C] // AMS 33rd International Conference on Radar Meteorology, 2007
- [2] Brown R A, Wood V T. Simulated vortex detection using a four-face phased array Doppler radar [J]. Weather and Forecasting, 2012, 27(6): 1598-1603
- [3] Skolnik M I. Introduction to radar systems [M]. 3rd Ed. New York: McGraw-Hill, 2001: 6
- [4] Mudukutore A S, Chandrasekar V, Keeler R J. Pulse compression for weather radars [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 1998, 36(1): 125-142
- [5] 张培昌,戴铁丕,杜秉玉. 雷达气象学 [M]. 北京:气象出版社, 2001  
ZHANG Peichang, DAI Tiepi, DU Bingyu. Radar meteorology [M]. Beijing: China Meteorological Press, 2001
- [6] Kummer W H. Basic array theory [J]. Proceedings of the IEEE, 1992, 80(1): 127-140
- [7] Zhang G F, Doviak R J, Curtis C, et al. Multi-patterns to reduce sidelobe effects on the national weather radar testbed [C] // Symposium on Recent Developments in Atmospheric Applications of Radar and Lidar, NCAR, 2008
- [8] Knorr J B. Weather radar equation correction for frequency agile and phased array radars [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2007, 43(3): 1220-1227

## Weather radar equation for planar array pulse compression radars

ZHANG Ziliang<sup>1,2</sup> ZHENG Guoguang<sup>3</sup> GE Wenzhong<sup>4</sup> WEI Ming<sup>1</sup>

1 School of Atmospheric Physics, Nanjing University of Information Science & Technology, Nanjing 210044

2 Nanjing Research Institute of Electronics Technology, Nanjing 210013

3 Meteorological Bureau of China, Beijing 100081

4 School of Atmospheric Sciences, Nanjing University, Nanjing 210093

**Abstract** Pulse compression is employed in phased-array Doppler weather radar to increase the detection range and improve the range resolution under the condition of low transmission power. Three aspects, including the composition of low power Doppler weather radar with planar array and pulse compression, and range and Doppler measurements coupled with linear frequency modulated waveforms, and target range measurements, are discussed in this paper. Due to the nature of the conical beams scanning, the main beam broadens as it is scanned from broadside, and the power decreases within the main beam. For accurate and efficient computation of a reflectivity estimated from the weather signal data samples, the scan angle error correction for the two dimensional arrays weather radar equation is necessary. This paper presents the derivation of a correction to the weather radar equation for use with planar phased array and pulse compression radars. It is shown that the equation is also suitable for linear array pulse compression radars.

**Key words** pulse compression; planar phased-array; waves coupling; radar weather equation