

多智能体系统的协调控制研究综述

苗国英¹ 马倩²

摘要

近年来,多智能体系统的协调控制在多机器人合作控制、交通车辆控制、无人飞机编队和网络的资源分配等领域有着广泛的应用,成为当前控制学科的一个热点问题.首先介绍了多智能体系统的研究背景、智能体的概念和相关的图论知识;然后从多智能体系统协调控制包含的几个问题入手,即群集问题、编队控制问题、一致性问题、网络优化问题等,对其国内外的发展现状进行了总结和分析;最后,给出了多智能体系统有待解决的一些问题,以促进对多智能体系统协调控制理论与应用的进一步研究.

关键词

多智能体系统;一致性;队形控制;群集/蜂拥

中图分类号 TP13

文献标志码 A

收稿日期 2013-10-08

资助项目 教育部高等学校博士学科点专项科研基金(20113219110026)

作者简介

苗国英,女,博士,讲师,主要研究方向为多智能体系统的协调控制. mgyss66@163.com

1 南京信息工程大学 信息与控制学院,南京,210044

2 南京理工大学 自动化学院,南京,210094

0 引言

在落叶飘飞的秋天,人们经常看见大雁排着整齐的“人”字型队伍迁徙到南方;在阴暗潮湿的环境下,细菌部落聚集而生;夏天池塘的青蛙同时发出“哇哇”的叫声;夏日的一群萤火虫同时发出一道一闪一闪的光线;自然界中成群的蜜蜂,事先没有商量建筑蜂巢的蓝图,但是它们各自搬运泥土,筑成了坚固的蜂巢;在海洋中某些鱼类,具有规则队形聚集在一起运动,当发现新的食物来源或者受到外部攻击时,原来规则的队形被打乱了,但是在没有外界力量的介入下,一段时间之后,这群鱼类又建立了规则的队形聚集在一起运动,如图1是摄影师在南极拍摄到企鹅捕猎前群集鱼类的图片.自然界中的这些自组织现象在没有集中中央控制的条件下,是什么样的工作机制,使得内部个体相互感知和交换信息,从而外部表现出规则而有序的智能行为运动?并且这种智能行为是单个个体所不能达到的,因而这些现象引起了生物学家的兴趣.生物学家试图了解这些自然界生物系统内部的工作机制,期望把这些理论应用到实际的系统中,为一些新出现的系统,例如交通车辆系统、机器人编队系统、无人飞机或者水下航行器系统等复杂智能系统提供理论指导.生物学家最初使用模拟仿真实验的方法,不能在理论上真正揭示这些生物界自组织现象的本质.



图1 摄影师在南极拍摄到企鹅捕猎前群集鱼类的图片

Fig. 1 Picture of clustering fish before hunting by penguins in the Antarctic, which is captured by photographers

在计算机和工程领域,随着它们的发展,早期的集中式和分布式计算系统不能处理越来越复杂和规模越来越大的实际问题.20世纪70年代以后,分布式人工智能方法出现,能够解决当时的问题,得到了迅速的发展.但是这种分布式人工智能有其缺点,就是低层子系统个体之间的相互作用方式是被高层系统根据任务预先设定好的,采用“自上而下”的分析方法,因此缺乏灵活性,很难为实际中的复杂大系统建模.为了克服上述的缺点,美国麻省理工学院的Minsky^[1]最早提出了智能体(agent)的概念,同时把生物界个体社会行为的概念引入到计算机学科领域.这时,生物学和计算机科学领域发生了交叉.所谓的智能体可以是相应的软件程序,也可以是实物例如人、车辆、机器人、人造卫星等.

近些年来,由于生物学、计算机科学、人工智能、控制科学、社会学等多个学科交叉和渗透发展,多智能体系统越来越受到众多学者的广泛关注,已成为当前控制学科的热点问题.对多智能体系统的研究成果日益增多.在《Automatica》、《IEEE Transactions on Automatic Control》、《Systems and Control Letters》、《International Journal of Control》、《IEEE Transactions on Robotics》等工程和控制学科国际权威期刊上,都有对多智能体系统协调控制最新的研究成果.来自众多学科的知名学者,从不同的学科角度研究了多智能体系统的协调控制.据文献[2]的统计,2011年6月—2012年6月在期刊《IEEE Transactions on Automatic Control》上发表的348篇文章中,与多智能体相关的论文达到30篇.自2004年以来,很多国际论坛和会议都有多智能体系统方面的论文,例如在国际会议“IFAC World Congress”和“IEEE Conference on Decision and Control”中,都有多智能体系统相关的专题报告.即将于2014年在南京举办的第33届中国控制会议征稿通知中,把“多智能体系统与分布式控制”作为一个专门的方向进行征稿,可见多智能体系统备受关注.国内的很多高校及科研院所开展了多智能体系统课题的深入研究,例如北京大学、清华大学、中国科学院、南开大学、上海交通大学、华中科技大学、东南大学、北京航空航天大学、哈尔滨工业大学、南京理工大学等.

众多知名学者致力于多智能体系统的研究,例如美国的Ren Wei^[3]、Randal W. Beard^[4]、Frank L. Lewis^[5]和John S. Baras^[6],新加坡的学者Xie Lihua^[7]等.同时,国内的众多学者对多智能体系统进

行研究,可谓欣欣向荣、百花齐放,得到大量颇具价值的研究成果.例如香港城市大学的Daniel W. C. Ho^[8]教授和陈关荣^[9]教授,香港中文大学的黄捷^[10]教授,中国科学院的陈翰馥^[11]教授、郭雷^[12]教授、程代展^[11]教授、张纪峰^[13]教授和洪奕光^[14]教授,北京大学的王龙^[15]教授,上海交通大学的汪小帆^[16]教授,北京航空航天大学的贾英民^[17]教授,南开大学的陈增强^[18]教授,东南大学的田玉平^[19]教授和曹进德^[20]教授,南京理工大学的徐胜元^[21]教授等.

1 智能体的概念和相关图论知识

1.1 智能体的概念

多智能体系统是由一系列相互作用的智能体构成,内部的各个智能体之间通过相互通信、合作、竞争等方式,完成单个智能体不能完成的,大量而又复杂的工作.多智能体系统有以下特点:

1) 每个智能体都有独立的决策、计算能力以及独立的通信能力,但是自身的感知能力又是有限的,只能根据局部邻居的信息作出判断.例如,用一组机器人完成某个地方的地面情况勘察,每个机器人通过自身携带的传感器获取自己周围地面的信息,然后把这些信息进行融合,于是这一组机器人获得地面信息比单个机器人获得的地面信息全面.

2) 多智能体系统中采用大规模的分布式控制,不会因为个别智能体之间的通信故障,而影响整个多智能体系统的运行,因而具有更好的灵活性和可扩展性.例如,现在的互联网就是一个多智能体系统,不会因为某些路由器的损坏,而影响网络的通信.这种分布式控制的方式,与集中式控制相比,具有更强的鲁棒性.在工业成本上来讲,分布式控制的工业成本要小于集中式的工业成本.例如,在工业上,往往一些简单而且价格低廉的设备相互协调作用,从而取代工业中价格昂贵、结构复杂的大设备,大大节省了工业成本.

3) 每个智能体以自己的利益达到最大化为自己的行动和决策准则.当面临决策的时候,每个智能体都会让自己的利益达到最大化.例如在有限的资源下,智能体之间会抢夺有限的资源.

1.2 图论

现实中的多智能体系统,具有个体的数量多,且它们之间的相互作用关系复杂,构成一个巨大的网络结构.因而,很多学者在研究多智能体系统时,把它建模成图,再利用现有图论的知识,解决多智能体

系统的协调控制的有关问题.

下面就介绍一下基于多智能体系统的图论的相关知识. 为了方便说明图论的知识, 假设一个多智能体系统中含有 5 个智能体, 例如用一组机器人完成某些任务, 每个机器人可以看作是一个智能体. 用阿拉伯数字对这组智能体编号, 用数字 1 表示指定的第 1 个机器人即第 1 个智能体, 用数字 2 表示第 2 个智能体, 同样的用数字 5 表示第 5 个智能体. 用 $V = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 表示智能体的集合. 如果第 1 个机器人向第 2 个机器人进行信息传递时, 用 $e_{21} = (2, 1)$ 表示智能体 1 和智能体 2 之间的边, 如图 2 所示. 智能体 2 到智能体 1 没有信息的传递, 则智能体 2 到智能体 1 不存在边. 用 $E = (e_{21}, e_{31}, e_{43}, e_{53}, e_{35})$ 表示图 2 中所有边的集合. 用 $a_{21} > 0$ 表示智能体 1 和智能体 2 边上的连接权重. 从以上定义可以看出, a_{ij} 存在的充分必要条件是智能体 j 和智能体 i 存在边 $e_{ij} = (i, j)$, 其中 $i = 1, 2, \dots, 5, j = 1, 2, \dots, 5$. 用 $A = [a_{ij}]_{n \times n}$ 表示这个多智能体系统的加权邻接矩阵, 其中 n 表示智能体的个数. 用 $G = (V, E, A)$ 表示这个多智能体系统对应的图. 与第 i 个智能体存在边的智能体所成的集合, 称为智能体 i 的邻居, 表示为 $N_i = \{j | (i, j) \in E\}$. 例如在图 2 中, 智能体 2 的邻居是智能体 1. 对于智能体 i , 定义智能体 i 的入度为

$$\text{deg}_{in}(i) = \sum_{j=1}^n a_{ij}, \text{智能体 } i \text{ 的出度为 } \text{deg}_{out}(i) = \sum_{j=1}^n a_{ji}.$$

当 $\text{deg}_{in}(i) = \text{deg}_{out}(i)$ 时, 称加权有向图 G 为平衡图. 有向图 G 的拉普拉斯 (Laplacian) 矩阵定义为 $L = D - A$, 其中 $D = \text{diag}(\text{deg}_{in}(1), \dots, \text{deg}_{in}(n))$, n 表示智能体的总数, 如在图 2 中, n 为 5. 从上述拉普拉斯矩阵的定义可以看出, L 存在一个零特征根, $L\mathbf{1}_n = 0$. 当有向图 G 是平衡图时, 则 $L\mathbf{1}_n = \mathbf{1}_n L = 0$. 在有向图 G 中, 如果从任何智能体出发, 都有一条有向路径到达智能体 i , 称智能体 i 是全局可达的. 例如, 图 3 中, 智能体 3 是全局可达的.

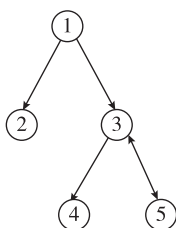


图 2 拓扑对应的有向图

Fig. 2 Directed graph corresponding to topology

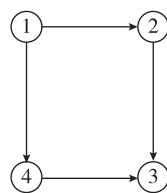


图 3 智能体 3 是全局可达的

Fig. 3 Globally reachable agent 3

2 多智能体系统的协调控制研究

从控制理论的角度来看, 由于各智能体之间的合作、竞争、通信等关系能刻画复杂大系统内部的本质特性, 所以多智能体系统能为复杂大系统提供建模思想, 成为前复杂系统理论中一个重要的研究方向. 例如在文献[22]中, 在军事上, 传统的战争模型是兰切斯特 (Lanchester) 方程, 即用一组微积分方程表示的数学模型. 这种模型的优点是比较形象且容易操作, 而且从方程中可以清楚地看到各种可量化因素和作战损耗的约束关系. 缺点是, 把战争建模成一个确定系统, 即对于兰切斯特 (Lanchester) 方程来讲, 只要给定了初始条件, 解方程得到结果, 即战争的结局. 其实, 现实中的战争是一个时刻动态变化而又及其复杂的系统, 所以用这类数学模型是难以刻画的. 而对于多智能体系统来讲, 智能体之间的协调、合作、竞争等方式, 能使智能体获取时刻变化的信息, 能形象地刻画现实系统的内部特性, 是采取“自下而上”的分析方法, 能很好地为复杂的大系统提供建模方法, 同样也为现实中的战争提供很好的建模方法.

随着工业和经济的发展, 人们越来越关注各个智能体之间相互协调合作而不冲突的完成任务, 因此多智能体系统的协调控制显得非常重要^[23]. 在多智能体系统的协调控制中, 基本而又重要的问题是群集问题 (swarming/flocking problems)、队形问题 (formation control problems) 和一致性问题 (consensus problems).

2.1 多智能体系统的群集问题

多智能体系统的群集问题 (swarming/flocking problems)^[11, 24-25] 是通过智能体之间的相互感知和作用, 产生宏观上的整体同步效应, 称作是涌现行为. 例如, 前文例子中的蜜蜂筑巢、成群的鱼共同的觅食和逃避天敌等行为. 20 世纪 70 年代以前, 对生物界的群集现象的研究只局限于根据长期的观察, 得到

研究结果.由于计算机技术的发展,推动了对群集现象的深入研究.文献[26]推动了对群集的研究发展.在1987年,Reynolds在文献[26]中基于仿真实验的方法研究了鸟类个体之间的行为,在仿真实验的时候,提出了鸟类在运动的过程中所遵循的3条规则(Boid模型):

- 1) 与周围的同伴密切保持在一起,即向飞行的中心靠拢(flock centering);
- 2) 避免与周围的同伴碰撞,要求各个体之间保持一定的距离,即避免碰撞(collision avoidance);
- 3) 与周围的同伴速度保持一致,即速度匹配(velocity matching).

1995年,Vicsek等^[27]将Boid模型进行了简化,提出了一个简单的离散模型来模拟生物界大量粒子的自治运动.文献[26]只是用计算机进行了模拟自然界鸟类的运动,而文献[27]是把鸟类运动建模成简单的离散模型(称作是Vicsek模型),其优点是可以借助数学工具,研究鸟类的运动.在Vicsek模型中假设所有的智能体速度的大小是一样的,第*i*个智能体速度更新的方向用下式表示:

$$\theta_i(t+1) = \langle \theta(t) \rangle_r + \Delta\theta, \quad (1)$$

其中 $\langle \theta(t) \rangle_r = \arctan [\langle \sin(\theta(t)) \rangle_r / \langle \cos(\theta(t)) \rangle_r]$ 表示*t*时刻所有智能体速度的平均方向, $\Delta\theta$ 表示噪声干扰.可以看出,式(1)是非线性的算法.

Vicsek模型的提出引起了众多学者的关注.在2003年,Jadbabaie等^[28]将Vicsek模型的式(1)非线性算法进行线性化得到如下的算法:

$$\langle \theta_i(t) \rangle_r = \frac{1}{1+n_i(t)} (\theta_i(t) + \sum_{j \in N_i(t)} \theta_j(t)), \quad (2)$$

其中, $n_i(t)$ 表示*t*时刻多智能体系统中个体的总数.由于线性化以后,可以用经典的线性系统理论处理多智能体系统的相关问题,促进了多智能体系统的发展.Jadbabaie等^[28]利用图论、矩阵理论和动态系统理论,给出了文献[27]一致性问题的理论分析,指出了在有界区域内网络拓扑保持联合联通的条件下,各智能体位置和速度的运动方向趋于一致.在文献[27]中,虽然把大量粒子的自治运动建模成一个离散模型,但是处理方法仍然是用仿真实验的方法,而在文献[28]中,利用理论分析的方法,为在本质上揭示多智能体系统群集现象打下了基础.

文献[11]和[24]给出了群集的若干问题的研究现状,文献[25]给出了蜂拥控制的研究.目前很多学者研究群集问题的时候,主要关注如何设计智能

体之间的通信方式,最终使各个智能体的状态满足Boid模型的3条规则.例如,在有向切换拓扑和外界环境的约束下,文献[29]设计了自适应的群集算法.

2.2 多智能体系统的队形问题

对多智能体系统的队形控制(formation control)研究最早起源于生物界^[30].人们观察到自然界群居的捕食者通常是排成一定的队形捕获猎物,某些动物排成一定的队形抵抗攻击,这是达尔文进化论中的自然选择的结果,适者生存,自然界中的群居的动物采用队形的方式有利于自身的生存.受自然界队形思想的启发,多机器人队形问题、无人飞机编队、人造航天器编队和多车辆系统等,引起了国内外学者的极大兴趣.

多智能体的队形控制问题是指,一组多智能体通过局部的相互作用(通信、合作、竞争),使它们在运动过程中保持预先指定的几何图形,向指定的目标运动,要求每个智能体在运动的过程中,各智能体之间保持一定的距离避免发生碰撞,在运动的道路上能绕过障碍物.多智能体系统的队形问题与多智能体系统的群集问题的区别是,队形问题要求智能体之间在运动的过程中保持预先给定的几何图形.多智能体系统的队形问题在航天、工业、交通和娱乐等领域都有广泛的应用前景.例如,用一组智能的机器人编成合理的队形,代替士兵在极度恶劣的环境中执行人员搜求救援、侦查和排雷等工作.在航天领域,把人造卫星进行合理的编队,其功能远远超过了卫星相加的功能之和.其他如日本的机器人足球比赛等.

多智能体系统的队形控制主要解决的是以下问题^[2]:

- 1) 各智能体之间如何相互作用,才能生成指定的队形;
- 2) 在队形移动的过程中,智能体之间是如何相互作用,才能保持指定队形的;
- 3) 在运动的过程中,队形中的个体如何才能躲避障碍物;
- 4) 当外界环境突然改变时,如何自适应地改变队形或者保持队形,以适应环境.

研究多智能体系统的编队控制常用的方法第1种是基于行为的方法(behavior-based approach)^[30-31],是由一系列行为控制器组成,每个行为都有自己的目标和内部状态,其输入可以是智能体自身的信息,也可以是邻居智能体输出的信息,设

计智能体之间的基本行为,使智能体的整体行为满足所期望的队形.这种方法的优点是灵活性、并行性和实时性好,其缺点是智能体之间局部行为很难设计满足指定的队形,在设计局部行为规则下,多智能体系统的稳定性很难保证.第2种方法是虚拟结构法(virtual structure)^[30],把多智能体系统的队形看作是一个虚拟结构,每个智能体看作是虚拟结构上位置固定的一点,当队形移动的时候,每个智能体跟踪虚拟结构上对应的固定点即可.第3种方法是势能场的方法(potential field)^[30,32],是利用物理学上的吸引力和排斥力的概念,即目标对各智能体存在吸引力,障碍物对各智能体存在排斥力,各智能体在吸引和排斥的合力的最小势能方向运动.有很多学者研究队形控制的时候,是上述几种的方法的结合.文献[2]和文献[30]给出了多智能体系统队形控制中的若干问题的研究发展现状.

下面给出多智能体系统队形问题的一个应用例子^[33].考虑由 n 个机器人组成的动态系统,每个机器人动态满足方程

$$\dot{\mathbf{x}}_i(t) = \mathbf{u}_i(t), i = 1, \dots, n,$$

其中 $\mathbf{x}_i(t)$ 和 $\mathbf{u}_i(t)$ 分别是第 i 个机器人的位置和状态输入,目标是使这组机器人排成一定的队形,形成的队形由各个机器人的相对位置表示.假设第 i 个机器人和第 j 个之间期望的距离为位置矢量 $\mathbf{r}_{ij} > 0$,即

$$\mathbf{x}_i(t) - \mathbf{x}_j(t) = \mathbf{r}_{ij},$$

其中 $\mathbf{x}_i(t)$ 和 $\mathbf{x}_j(t)$ 分别表示第 i 个机器人和第 j 个机器人的位置.设计每个机器人的控制输入为

$$\mathbf{u}_i(t) = - \sum_{j=1}^n a_{ij} (\mathbf{x}_i(t) - \mathbf{x}_j(t) - \mathbf{r}_{ij}),$$

采用梯度算法极小化如下目标即可得各智能体之间期望的距离,即期望的队形:

$$J_i(t) = \sum_{j=1}^n a_{ij} \|\mathbf{x}_i(t) - \mathbf{x}_j(t) - \mathbf{r}_{ij}\|^2.$$

2.3 多智能体系统的一致性控制

多智能体系统中的一个基本问题就是一致性(consensus)问题.一致性问题来源于多智能体系统的协调合作控制问题.一致性问题就是如何设计智能体局部之间的作用方式,使各智能体根据邻居传来的信息,不断调整自己的行为,使所有的智能体的状态随着时间的推移达到共同的值.设计智能体之间的通信方式,称作是一致性协议(protocol)或者是一致性算法(algorithm).为什么说一致性问题是多智能体系统中的一个基本问题?例如,用一组机器

人排成特定的队形,完成某个地域的地面扫雷工作,突然一个机器的零件更换导致不能运行,其他的几个机器人意识到这个突发状况,首先对这种情况达成共同的认识即一致性,然后才能做出决定,调整队形,继续完成扫雷任务.所以,一致性问题是多智能体系统协调合作控制问题的一个首要和基本的条件,是非常有必要进行研究的.

根据上文的介绍,多智能体系统中的群集问题和编队控制中,只考虑位置靠拢和速度匹配问题,就是一致性问题.群集问题和编队问题最后都要化为多智能体系统的一致性的相关问题.因此,从另外一个角度说明了一致性问题是多智能体系统的协调合作控制的一个基本和首要问题.

在20世纪80年代,多智能体系统的一致性问题最早在统计学和管理学中被研究^[34],其借助随机分析的工具分析了这一问题.近些年来,由于文献[26]和[27]的出现,推动了对多智能体一致性问题的研究.2004年,Olfati-Saber等^[35]建立了研究多智能体系统的理论框架.其中考虑每个智能体的连续动态方程如下:

$$\dot{\mathbf{x}}_i(t) = \mathbf{u}_i(t), \quad (3)$$

其中 $\mathbf{x}_i(t)$ 是第 i 个智能体的状态, $\mathbf{u}_i(t)$ 是第 i 个智能体的控制输入.设计智能体之间的算法为 $\mathbf{u}_i(t) = \sum_{j \in N_i} a_{ij} (\mathbf{x}_j(t) - \mathbf{x}_i(t))$.在上述算法下,一阶多智能体系统动态达到一致的充分和必要条件是 $\lim_{t \rightarrow \infty} (\mathbf{x}_j(t) - \mathbf{x}_i(t)) = 0$.同时给出了平均一致的概念,就是使智能体的各个状态最终达到初值状态的平均值,即 $\mathbf{x}_i(t) = \mathbf{x}_j(t) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i(0)$,其中 $\mathbf{x}_i(0)$ 是每个智能体的状态.从上述定义可以看出,平均一致的条件要比一致性的条件要强.文献[35]还提出了代数连通度的概念,即无向图所对应的拉普拉斯矩阵第2个最小特征根,用代数连通度(即数学表达式)表示智能体之间的联通情况.研究带有时滞的系统时,最大时滞的最大上界为 $\frac{\pi}{2\lambda_n}$,其中 $\lambda_n = \lambda_{\max}(\mathbf{L})$,即拉普拉斯矩阵的最大特征值.

在以上研究成果的基础上,随后大量学者沿着不同思路和方法对多智能体系统一致性问题进行了研究,分别从连续和离散、固定和切换拓扑、带有时滞和无时滞、有领导者和无领导者等多个方面进行研究多智能体系统的一致性问题.下面从多智能体系统一致性问题备受关注的几个子问题入手,介绍

一下多智能体系统的发展现状.

1) 有领导者的多智能体系统的一致性问题

在多智能体系统中,有个别智能体代表着整个多智能体系统的共同利益或者是其他智能体跟踪的目标,把这些智能体称作是领导者,把其他的智能体称作是跟随者.带有领导者的多智能体系统的一致性问题,也称作是一致性跟踪问题(consensus tracking problem),就是通过合适的算法,使得领导者和跟随者的最终状态达到一致.这种方法有其缺陷,就是当领导者遭到破坏或者是领导者的速度变化过快导致跟随者跟踪不上时,领导者和跟随者的最终状态无法达到一致.

在研究带有领导者的一致性问题,把领导者分为单个领导者和有多个领导者的情况.先介绍一下单个领导者的一致性问题的发展状况.在现实的系统中,跟随者不能在线得到领导者的速度,这给设计一致性控制算法带来了困难.因此为了设计算法的需要,每个跟随者要估计领导者的速度. Hong 等^[14]对于一阶连续系统,设计了基于局部信息的分布式观测器,使每个跟随者能在线估计领导者的速度.文献[36]把文献[14]的结果推广到二阶连续多智能体系统,给出了跟随者和领导者达到一致的充分条件. Hu 等^[37]研究了具有一阶动态的领导者的一致性问题,利用盖尔圆定理和图论的知识,给出了矩阵 $\mathbf{H} = \mathbf{L} + \mathbf{B}$ 的特征根具有正实部当且仅当拓扑所对应的有向图中领导者是一个全局可达的节点,其中 \mathbf{L} 表示拉普拉斯矩阵, $\mathbf{B} = \text{diag}(b_1, \dots, b_n)$ 是一个对角矩阵, $b_i = 1$ 表示第 i 个跟随者与领导者之间有通信时,否则, $b_i = 0$. Zhu 等^[38]研究了带有多时滞和领导者的二阶多智能体系统一致性问题,给出了时滞的最大上界和一致性收敛速率的估计.由于多智能体系统内部元素的相互耦合,导致出现含有非线性动态的多智能体系统. Yu 等^[39]研究了非线性动态的多智能体系统. Song 等^[40]把上述结果推广到带有领导者的一致性问题,其中的非线性动态是满足局部 Lipschitz 条件的.考虑的领导者是个非线性系统,利用了牵制控制的方法,即选择小部分节点进行输入控制使得整个多智能体系统达到一致.文献[39]和[40]的非线性动态由于满足 Lipschitz 条件,因此可以化为线性系统进行处理. Hui 等^[41]是利用非线性系统理论进行处理一致性问题的. Peng 等^[42]把文献[14]的结果推广到带有领导者和时滞的多智能体系统,利用了模型的分解和相关知识得

到多智能体系统的一致性的充分条件.

以上文献研究的是一个领导者的问题.在实际的生活中,例如用一组自主的机器人去移除一些对人类有害的物质(例如一些放射性物质),为了保证这些装有有害物质的机器人按照预先指定的路线搬运到特定的地方,需要另外的一些机器人对它们进行约束,即这些机器人称为领导者,装有有害物质的机器人称为跟随者.要求设计合适的算法,使跟随者要在领导者形成的凸包里面,这就是多领导者的一致性问题,也称作是多智能体系统的包含控制问题(containment control problem). Cao 等^[43]分别设计了静止和动态的多个领导者的一致性算法. Chen 等^[44]考虑的是一阶连续多智能体系统,利用位置的几何中心,分别设计一致性算法,达到静态包含和动态包含,用仿真说明了这种算法的有效性. Li 等^[21]研究的是二阶连续系统的多领导者的一致性问题,在一致性算法中只利用了位置的信息,利用 Lyapunov 函数和图论的知识,给出了多领导者的一致性的充分条件.

2) 无领导者的多智能体系统一致性问题

在多智能体系统中,如果各智能体的地位和作用是平等的,称这样的系统是无领导者的多智能体系统.无领导者的系统也可以看作是带有领导者的系统,即把其中一个智能体看作是虚拟的领导者就可以了,大量的文献^[34,45-46]采用了虚拟领导者的方法研究了无领导者的问题.通用的一般方法是把其中的一个智能体作为第 1 个智能体,其余的智能体和第 1 个智能体状态求差值,这样就化成了线性系统的稳定性问题.利用经典的控制理论和图论知识,得到一致性的相关条件. Ren 等^[4]分别考虑了一阶离散和连续多智能体系统的一致性问题,给出了拉普拉斯矩阵只有一个零特征根和其他特征根分布在左半平面充要条件是有向图中含有一颗生成树,利用这一结论和相关的数学知识,得到在固定拓扑结构下,一阶离散和连续多智能体系统达到一致当且仅当拓扑对应的有向图中含有一颗生成树.同时,给出了在切换拓扑下,上述多智能体系统的一致性的充分条件是联合生成的拓扑对应的有向图中含有一颗生成树.文献[3]中考虑每个智能体动态满足二阶方程:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_i(t) = \mathbf{v}_i(t), \\ \dot{\mathbf{v}}_i(t) = \mathbf{u}_i(t), \end{cases} \quad (4)$$

其中 $\mathbf{x}_i(t)$, $\mathbf{v}_i(t)$, $\mathbf{u}_i(t)$ 分别表示第 i 个智能体的位

置、速度和控制输入,给出了经典的一致性算法为

$$\mathbf{u}_i(t) = - \sum_{j=1}^n a_{ij} [(\mathbf{x}_i(t) - \mathbf{x}_j(t)) + \gamma(\mathbf{v}_i(t) - \mathbf{v}_j(t))], \quad (5)$$

其中 γ 是一个常数. 在文献[45]中,指出了固定拓扑所对应的有向图中含有一颗生成树,对于二阶连续多智能体系统一致性问题,只是一个必要不充分条件,并且用仿真的形式说明了这一问题. 二阶多智能体系统要想达到一致性,除了有向图中含有一颗生成树之外,还要选择合适的参数和设计合适的一致性算法. 多智能体系统(4)在一致性算法(5)的作用下,可以达到动态一致,即各个智能体的位置和速度是动态一致的. 在文献[46]中,给出了二阶连续多智能体系统静态一致性算法,即最终各智能体的速度是趋于0,位置最终是相同的(静止在某个地方),经典的静态一致性算法为

$$\mathbf{u}_i(t) = -k\mathbf{v}_i(t) - \sum_{j=1}^n a_{ij} [(\mathbf{x}_i(t) - \mathbf{x}_j(t)) + \gamma(\mathbf{v}_i(t) - \mathbf{v}_j(t))], \quad (6)$$

其中 k 和 γ 是正增益. 由于通信带宽限制和通信介质等影响,导致智能体之间通信产生延后,对于一阶连续多智能体系统,带有时滞经典的一致性算法为

$$\mathbf{u}_i(t) = \sum_{j=1}^n a_{ij} (\mathbf{x}_j(t - \tau) - \mathbf{x}_i(t - \tau)), \quad (7)$$

其中 τ 表示时滞,它可以是具体的数值,也可以是不知道的函数和数值. 假设智能体之间的时滞是已知的,Moreau^[47]给出带有时滞的一致性算法:

$$\mathbf{u}_i(t) = \sum_{j=1}^n a_{ij} (\mathbf{x}_j(t - \tau) - \mathbf{x}_i(t)).$$

对于二阶连续多智能体系统,当智能体之间存在通信时滞时,文献[48]给出了带有时滞的二阶多智能体系统一致性算法.

对于带有时滞的多智能体系统,分2种方法处理时滞,一种是利用 Lyapunov 函数的方式,使得选定的 Lyapunov 函数的微分小于0,得到时滞的相关条件;另外一种就是把时域问题通过拉普拉斯变换,转换为频域求解时滞的相关条件. Tian等^[19]就是利用频域解决带有时滞二阶多智能体系统的一致性问题. Yu等^[49]研究的是带有时滞的多智能体系统,与经典的带有时滞的一致性算法式(7)不同的是,利用了采样的方法储存过去的信息,这样节省了数据储存空间,同时给出了采样时间间隔 T 的取值范围,只有满足这个范围,才能达到一致,过大或者过小的时间间隔都不能达到一致性.

上述经典的一致性算法中,各个增益和每个边上的连接权重是确定的,这样带来了局限性. 实际中,智能体之间的通信方式在变化时,每条边上的连接权重是变化的. 很多学者对自适应一致性算法很感兴趣. 自适应一致性算法分为2种,一种是假设每条边上的连接权重是变化的,另外一种是在经典的一致性算法中每个智能体对应的增益是变化的,根据需要,设计相应的自适应算法. 因为智能体的个数相对于边的个数是少的,因此第2种方法的阶数小于第1种方法的阶数. Li等^[50]对于高阶多智能体系统,设计了2种基于边和智能体节点的自适应一致性算法,利用 Lyapunov 函数和图论的知识,得到一致性的充分条件. Su等^[51]研究了带有非线性动态的二阶多智能体系统一致性算法,基于分段的设计协议方法,得到一致性的充分条件. 目前对上述2种自适应算法的研究,是在无向图的基础上,而对有向图的自适应算法还是个挑战.

对高阶多智能体系统一致性问题的研究,来源于自然界. 例如自然界中排着规则队形的鸟类,由于遇到食物来源或者危险,原来的规则队形被打乱了,需要重新建立队形,各个个体不仅需要邻居的位置和速度的信息,还要需要加速度的信息. He等^[20]研究的高阶多智能体系统,设计了基于状态反馈的一致性算法,使得各个智能体的一阶微分、二阶微分以及高阶微分的状态达到一致.

3) 随机一致性问题

当拓扑结构是固定的,或者连续变化的拓扑是按一定顺序的,称作是确定的拓扑,即各智能体之间的通信连接是确定的. 这种情况是在比较理想的情况下出现的. 在现实中,由于通信介质、通信信道的限制,外部环境不确定的影响以及随机噪声的干扰,导致智能体之间的通信连接是随机变化的. 例如,数据传输的过程中丢包的发生导致智能体之间的通信中断;一组机器人合作搬运大的物件,由于机器人自身携带的传感器受距离的限制,当2个智能体之间的距离超过此最大距离时,它们之间的通信就会中断;又或者个别的智能体为了绕开障碍物,可能会出现通信中断,当智能体移动到此最大距离范围之内,2个智能体之间开始建立通信. 研究智能体之间的通信是随机变化的情况,是非常有意义的工作. 当智能体之间通信的随机变化满足一定的条件时,即当前时刻的状态只依赖于前一刻的状态,是马尔可夫链中的一个性质,因此可以借助随机过程的相关

知识处理一致性问题.当智能体通信的变化满足马尔可夫链,且智能体之间各个状态差值平方的期望趋于0,称作是多智能体系统的均方一致性问题.Zhang等^[52]考虑的二阶离散多智能体系统在马尔可夫切换拓扑下的一致性,利用模型的转化,把多智能体系统的均方一致性问题转化为线性系统中的稳定性问题,然后利用了特征根分析和随机分析的工具,得到了均方一致性的充要条件,是联合生成的拓扑对应的有向图中有一个全局可达的点.Li等^[13]研究带有通信噪声一阶连续多智能体系统,每个智能体接收到邻居的信息时,受到了随机干扰的噪声,为了减弱噪声的强度,在设计的一致性算法中引入了一个衰减因子 $a(t)$,如果衰减因子满足收敛性条件和稳定性条件,并且拓扑对应的有向图中含有一颗生成树,利用随机分析和比较定理的知识,得到了多智能体各个状态达到均方一致性充分条件.文献^[53]把上述文献的结果推广到带有领导者的多智能体系统.Huang等^[54]研究带有通信噪声的一阶离散多智能体系统,研究的方法是先每2个智能体达到均方一致,然后是整个系统达到均方一致性.在随机切换拓扑下,Tahbaz-Salehi等^[55]研究一阶离散多智能体系统的几乎处处一致性问题,给出了几乎处处一致性的充要条件,即权矩阵的特征值小于1.Cheng等^[56]考虑的是二阶连续多智能体系统当智能体之间通信时存在噪声干扰的情况,在设计的一致性算法下,利用求解方程的方法,给出了系统达到均方一致的充分和必要条件,即联合生成的拓扑对应的是一个平衡且强连通的图和引入的时变增益满足随机最优化的条件.解决多智能体系统均方一致性问题另外一个重要的研究方法就是Gossip算法^[57].Gossip算法描述为:对于系统中的各个智能体,以等概率被选中;选中的智能体记做 i ,智能体 i 与邻居智能体 j 通信的概率为 p_{ij} ,其中 $p_{ij} \geq 0$ 和 $\sum_{j=1}^n p_{ij} = 1$.

4) 快速一致性收敛和有限时间一致性问题

在多智能体系统中,因为收敛速度会影响系统的控制精度和抑制干扰的能力,也是衡量一个系统性能的重要指标,因此一致性收敛速度较快标志着系统性能较强.快速一致性收敛问题受到众多学者的关注.Xiao等^[58]考虑的一阶离散系统为 $\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{W}\mathbf{x}(k)$,其中 \mathbf{W} 是个随机矩阵,即矩阵中的每个元素都大于0,且矩阵行和为1.文献^[58]把快速一致性收敛问题转化为一个半正定规划,利用了梯度法处理数目较大的系统,提出了如何选取矩阵 \mathbf{W}

中的元素,使得一致性收敛的速度加快.因为代数连通度是反应动态系统稳定性和鲁棒性的一个重要的参数.从物理拓扑的方面,即优化网络连通度方面, Kim等^[59]研究了快速一致性收敛问题.在外界环境条件的约束下,优化系统的代数连通度使其最大化,加快一致性收敛的速度.由图论的介绍可知,代数连通度是拉普拉斯矩阵的第2特征值,即找出各智能体之间的最佳位置,使得代数连通度最大.文献^[60]提出了利用过去的状态信息可以加快一致性收敛的速度.

还有很多学者研究了有限时间一致性问题.与一般的一致性比较,在有限的时间内,各智能体的状态达到一致,称为有限时间一致性问题(finite-time consensus problem).Cortes^[61]研究了有限时间一致性问题,设计基于符号函数的一致性算法,利用了不连续系统的稳定性理论和LaSall不动点定理,给出有限时间一致性收敛的充分条件和一致性收敛的上界.Chen等^[5]把文献^[61]中的结果推广到带有领导者和有向图的情况,考虑每个跟随者的动态满足式(3),设计的一致性算法为

$$\mathbf{u}_i(t) = \sum_{j \in N_i} a_{ij} \text{sgn}(\mathbf{x}_j(t) - \mathbf{x}_i(t)) + b_i \text{sgn}(\mathbf{x}_0(t) - \mathbf{x}_i(t)), \quad (8)$$

其中 sgn 表示符号函数, $b_i \geq 0$ 表示领导者与牵制控制的跟随者有通信.算法(8)与经典的一致性算法(5)比较,只需要智能体之间位置的相对差值,不需要知道智能体各个位置的具体数值,大大减少了计算量.一致性算法(8)来源于自然界萤火虫一闪一闪的发出亮光,相当于开关的一开一合,把算法(8)也称作是开关控制.在无向图下,利用Filippov解和Lie微分的方法,给出了一致性的充分条件.Cao等^[62]研究了有限时间一致性估计算法,设计了基于滑膜控制的一致性算法,把上述一致性算法推广到有限时间一致性跟踪和有限时间一致性队形控制问题上,给出了有限时间一致性问题的充分条件.Wang等^[15]给出了基于连续系统稳定性理论,给出了一致性算法.对于每个智能体满足一阶动态方程,设计了如下的有限时间一致性算法:

$$\mathbf{u}_i(t) = \sum_{j \in N_i} a_{ij} \text{sgn}(\mathbf{x}_j(t) - \mathbf{x}_i(t)) \|\mathbf{x}_j(t) - \mathbf{x}_i(t)\|^{\alpha_{ij}},$$

其中 $0 < \alpha_{ij} < 1$.利用了图论和相关数学知识,得到有限时间一致性的充分条件即在无向图下生成的拓扑对应的有向图是联通的.

有一些学者研究了多智能体系统的组一致性问

题.例如,由于环境、温度、地势和完成的任务不同等多个原因,多智能体系统就出现多个一致性,即多个子系统的一致性.在无向拓扑的结构下,Yu等^[63]针对一阶连续系统,设计了一致性状态反馈算法,给出多智能体系统达到组一致性充分条件.随后推广到切换拓扑和时滞的情况^[64].

当各智能体之间通信时,受到噪声的干扰,且这种干扰是有界时,Sun等^[65]研究了 H 无穷一致. H 无穷一致的定义为当干扰为0时,系统是渐近稳定的;当干扰不为0时,输出和干扰信息之间满足 H 无穷性能.

2.4 多智能体系统协调控制的其他问题

目前大家所熟知的Internet网络,就是一个多智能体系统.网络上的每个路由器都可以看作是一个智能体,路由器之间的联系,看作是智能体之间的连接方式.当智能体之间传输信息的时候,由于通信介质的限制,通信信道只能传输有限的信息量.因此,每个智能体向其邻居传递信息的时候,首先通过量化器把信息进行量化后,再传输.量化信息一致性的问题引起了众多学者的兴趣.在目前的研究结果中,通常用的量化器分为2种,即确定性量化器和概率性量化器^[66].上述的2种量化器都存在量化误差.概率性量化器与确定性量化器比较,虽然量化误差的期望为0,但是引入了随机因素.

多智能体系统的优化问题受到了国内外学者的广泛关注^[67].例如网络上资源的分配问题,就是如何分配资源,使得每个智能体不出现空闲或者过载.由于多智能体系统最早起源于生物界,而生物界的物种以及生活方式是自然优化的结果^[67].因此,人们从生物演化的过程中或许受到启发,得到网络优化的方法.由于多智能体系统中,没有集中的中央处理器,只能利用智能体之间的局部信息设计算法,实现整个网络的目标或者任务最优化,这给经典的优化方法带来了困难.目前研究多智能体网络优化问题上,Kuhn等^[68]研究了路由器算法,使得信息在传输过程中达到最大值,即最优化.还有的学者从研究网络拓扑的结构入手,即如何优化网络拓扑结构,加快多智能体系统的收敛速度等.还有带有状态约束、不等式约束等情形的优化问题.研究多智能体系统优化问题,常用的方法有凸优化、半定规划、动态规划、粒子群算法和蚁群算法等.目前对多智能体优化算法方面的研究,都是假设网络中智能体的个数是固定的,当智能体的个数是动态变化时,对优化算法

将是一种考验.国内外学者对多智能体系统的分布式优化算法的研究,只是刚刚起步,更多有趣的优化问题值得进一步研究.

3 总结

由于多智能体系统的协调控制问题有着广泛的应用前景,例如军事、航天和工业等方面,受到国内外学者的广泛关注,需要来自各个学科的学者从不同角度进行研究.虽然目前的关于多智能体系统的结果层出不穷,取得了令人瞩目的成果,但是仍然没有形成普遍使用的理论和方法.对多智能体系统的很多方面工作的研究,只是刚刚起步,例如对多智能体系统网络优化方面的问题等.又由于随着社会的发展,新问题的出现,需要对多智能体系统从各个领域进行深入研究.

1) 复杂动态网络的建模问题.复杂动态网络可以看作是多智能体系统.由于动态网络中的个体数目是不固定的,且个体之间的相互作用关系是动态变化的,如何建立精确的数学模型,是复杂系统走向量化的关键点.数学模型是一个桥梁,从生物界的群集和队形内部个体的作用机制得到启发,把它运用到复杂网络系统中,还是一个挑战.

2) 在实际的网络中,智能体之间的通信会受多时滞、噪声的干扰、外部的攻击以及不确定因素的影响,如何设计多智能体系统的群集、队形以及一致性算法,使它们具有更强的可靠性、灵活性和鲁棒性,是一个重要的问题.

3) 目前大多数文献假设智能体个体是相同的,而在现实的系统中,智能体个体之间的差别会很大,但是对异质的多智能体问题的研究成果很少,非常有必要进行研究.

4) 目前处理网络优化问题的时候,假设目标是一个凸函数,得到优化的结果.当目标是一个非凸函数的时候,是一个有待解决的问题.

参考文献

References

- [1] Minsky M. The society of mind [M]. New York: Simon and Schuster, Inc, 1986
- [2] 王祥科,李迅,郑志强.多智能体系统编队控制相关问题研究综述[EB/OL][2013-10-08]. [http://www.kzyjc.net:8080/CN/WANG Xiangke, LI Xun, ZHENG Zhiqiang. A survey of developments on multi-agent formation control related problems\[EB/OL\]\[2013-10-08\]. http://www.kzyjc.net:8080/CN/](http://www.kzyjc.net:8080/CN/WANG Xiangke, LI Xun, ZHENG Zhiqiang. A survey of developments on multi-agent formation control related problems[EB/OL][2013-10-08]. http://www.kzyjc.net:8080/CN/)

- net;8080/CN/
- [3] Ren W. Multi-vehicle consensus with a time-varying reference state[J]. *Systems & Control Letters*, 2007, 56(7/8):474-483
- [4] Ren W, Beard R W. Consensus seeking in multi-agent systems under dynamically changing interaction topologies [J]. *IEEE Transactions on Automatica Control*, 2005, 50(5):655-661
- [5] Chen G, Lewis F L, Xie L H. Finite-time distributed consensus via binary control protocols [J]. *Automatica*, 2011, 47(9):1962-1968
- [6] Matei I, Martins N, Baras J S. Almost sure convergence to consensus in Markovian random graphs [C] // *Proceeding of the 47th IEEE Conference on Decision and Control*, 2008:3535-3540
- [7] Li T, Xie L H. Distributed consensus over digital networks with limited bandwidth and time-varying topologies [J]. *Automatica*, 2011, 47(9):2006-2015
- [8] Lu J Q, Ho D W, Kurths J. Consensus over directed static networks with arbitrary finite communication delays [J]. *Physical Review E*, 2009, 80(6):066121
- [9] 陈关荣. 复杂网络及其新近研究进展简介 [J]. *力学进展*, 2008, 38(6):653-662
CHEN Guanrong. Introduction to complex networks and their recent advances [J]. *Advances in Mechanics*, 2008, 38(6):653-662
- [10] Su Y F, Huang J. Two consensus problems for discrete-time multi-agent systems with switching network topology [J]. *Automatica*, 2012, 48(9):1988-1997
- [11] 程代展, 陈翰馥. 从群集到社会行为控制 [J]. *科技导报*, 2004(8):4-7
CHENG Daizhan, CHEN Hanfu. From swarm to social behavior control [J]. *Science & Technology Review*, 2004(8):4-7
- [12] 郭雷, 许晓鸣. 复杂网络 [M]. 上海: 上海科技教育出版社, 2006
GUO Lei, XU Xiaoming. *Complex networks* [M]. Shanghai: Shanghai Technological Education Publishing House, 2006
- [13] Li T, Zhang J F. Mean square average consensus under measurement noises and fixed topologies: Necessary and sufficient conditions [J]. *Automatica*, 2009, 45(8):1929-1936
- [14] Hong Y G, Hu J P, Gao L X. Tracking control for multi-agent consensus with an active leader and variable topology [J]. *Automatica*, 2006, 42(7):1177-1182
- [15] Wang L, Xiao F. Finite-time consensus problems for networks of dynamic agents [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2010, 55(4):950-955
- [16] 汪小帆, 苏厚胜. 复杂动态网络控制研究进展 [J]. *力学进展*, 2008, 38(6):751-765
WANG Xiaofan, SU Housheng. Recent progress in control of complex dynamical networks [J]. *Advances in Mechanics*, 2008, 38(6):751-765
- [17] Lin P, Jia Y M. Consensus of second-order discrete-time multi-agent systems with nonuniform time-delays and dynamically changing topologies [J]. *Automatica*, 2009, 45(9):2154-2158
- [18] 刘佳, 陈增强, 刘忠信. 多智能体系统及其协同控制研究进展 [J]. *智能系统学报*, 2010, 5(1):1-9
LIU Jia, CHEN Zengqiang, LIU Zhongxin. *Advances in multi-agent systems and cooperative control* [J]. *CAAI Transactions on Intelligent Systems*, 2010, 5(1):1-9
- [19] Tian Y P, Liu C L. Robust consensus of multi-agent systems with diverse input delays and asymmetric interaction perturbations [J]. *Automatica*, 2009, 45(5):1347-1353
- [20] He W, Cao J D. Consensus control for high-order multi-agent systems [J]. *IET Control Theory and Applications*, 2011, 5(1):231-238
- [21] Li J Z, Ren W, Xu S Y. Distributed containment control with multiple dynamic leaders for double-integrator dynamics using only positions measurements [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2012, 57(6):1553-1559.
- [22] 迟妍, 谭跃进. 基于多智能体的军事复杂适应系统建模方法研究 [J]. *计算机工程与应用*, 2003, 39(11):4-6
CHI Yan, TAN Yuejin. Study of multi-agent based military complex adaptive system modeling method [J]. *Computer Engineering and Applications*, 2013, 39(11):4-6
- [23] 洪奕光, 翟超. 多智能体系统动态协调与分布式控制设计 [J]. *控制理论与应用*, 2011, 28(10):1506-1512
HONG Yiguang, ZHAI Chao. Dynamic coordination and distributed control design of multi-agent systems [J]. *Control Theory and Application*, 2011, 28(10):1506-1512
- [24] 楚天广, 杨正东, 邓魁英, 等. 群体动力学与协调控制研究中的若干问题 [J]. *控制理论与应用*, 2010, 27(1):86-93
CHU Tianguang, YANG Zhengdong, DENG Kuiying, et al. Problems in swarm dynamics and coordinated control [J]. *Control Theory and Applications*, 2010, 27(1):86-93
- [25] 苏厚胜. 多智能体蜂拥控制问题研究 [D]. 上海: 上海交通大学电子信息与电气工程学院, 2008
SU Housheng. Flocking problem in multi-agent systems [D]. Shanghai: School of Electronics and Electric Engineering, Shanghai Jiao Tong University, 2008
- [26] Reynolds C W. Flocks, herds and schools: A distributed behavioral model [J]. *Computer Graphics*, 1987, 21(4):25-34
- [27] Vicsek T, Czirók A, Ben-Jacob E, et al. Novel type of phase transitions in a system of self-driven particles [J]. *Physical Review Letter*, 1995, 75(6):1226-1229
- [28] Jababai A, Lin J, Morse A S. Coordination of groups of mobile autonomous agents using nearest neighbor rules [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2003, 48(6):988-1001
- [29] Atrianfar H, Haeri M. Adaptive flocking control of nonlinear multi-agent systems with directed switching topologies and saturation constrains [J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2013, 350(6):1545-1561
- [30] 任德华, 卢桂章. 对队形控制的思考 [J]. *控制与决策*, 2005, 20(6):601-606
REN Dehua, LU Guizhang. Thinking in formation control [J]. *Control and Decision*, 2005, 20(6):601-606

- [31] Balch T, Arkin R C. Behavior-based formation control for multi-robot teams [J]. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1998, 14(6):926-939
- [32] Reif J H, Wang H Y. Social potential fields: a distributed behavioral control for autonomous robots [J]. *Robotics and Autonomous Systems*, 1999, 27(3):171-194
- [33] 李建栋. 多智能体系统一致性若干问题研究[D]. 南京:南京理工大学自动化学院, 2011
LI Jianzhen. Some researches on consensus problems of multi-agent systems[D]. Nanjing: School of Automation, Nanjing University of Science and Technology, 2011
- [34] Degroot M H. Reaching a consensus [J]. *Journal of the American Statistical Association*, 1974, 69(345):118-121
- [35] Olfati-Saber R, Murray R M. Consensus problems in networks of agents with switching topology and time-delays [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2004, 49(9):1520-1533
- [36] Hong Y G, Chen G R, Bushnell L. Distributed observers design for leader-following control of multi-agent networks [J]. *Automatica*, 2008, 44(3):846-850
- [37] Hu J P, Hong Y G. Leader-following coordination of multi-agent systems with coupling time delays [J]. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 2007, 374(2):853-863
- [38] Zhu W, Cheng D Z. Leader-following consensus of second-order agents with multiple time-varying delays [J]. *Automatica*, 2010, 46(12):1994-1999
- [39] Yu W W, Chen G R, Cao M, et al. Second-order consensus for multiagent systems with directed topologies and nonlinear dynamics [J]. *IEEE Transaction on Systems, Man and Cybernetics-Part B: Cybernetics*, 2010, 40(3):881-891
- [40] Song Q, Cao J D, Yu W W. Second-order leader-following consensus of nonlinear multi-agent systems via pinning control [J]. *Systems & Control Letters*, 2010, 59(9):553-563
- [41] Hui Q. Finite-time rendezvous algorithms for mobile autonomous agents [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2011, 56(1):207-211
- [42] Peng K, Yang Y P. Leader-following consensus problem with a varying-velocity leader and time-varying delays [J]. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 2009, 388(2/3):193-208
- [43] Cao Y C, Ren W. Containment control with multiple stationary or dynamic leaders under a directed interaction graph [C] // Proceedings of the 48th Conference on Decision and Control and 28th Chinese Control Conference, 2009:3014-3019
- [44] Chen F, Ren W, Cao Y C. Surrounding control in cooperative agent networks [J]. *Systems & Control Letters*, 2010, 59(11):704-712
- [45] Ren W, Atkins E. Distributed multi-vehicle coordinated control via local information exchange [J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2007, 17(10/11):1002-1033
- [46] Ren W, Chen Y Q. Leaderless formation control for multiple autonomous vehicles [C] // AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, 2006:6069-6078
- [47] Moreau L. Stability of continuous-time distributed consensus algorithms [C] // 43rd IEEE Conference on Decision and Control, 2004, 4:3998-4003
- [48] Yu W W, Chen G R, Cao M. Some necessary and sufficient conditions for second-order consensus in multi-agent dynamical systems [J]. *Automatica*, 2010, 46(6):1089-1095
- [49] Yu W W, Zheng W X, Chen G R, et al. Second-order consensus in multi-agent dynamical systems with sampled position data [J]. *Automatica*, 2011, 47(7):1496-1503
- [50] Li Z K, Ren W, Liu X D, et al. Distributed consensus of linear multi-agent systems with adaptive dynamic protocols [J]. *Automatica*, 2013, 49(7):1986-1995
- [51] Su H S, Chen G R, Wang X F, et al. Adaptive second-order consensus of networked mobile agents with nonlinear dynamics [J]. *Automatica*, 2011, 47(2):368-375
- [52] Zhang Y, Tian Y P. Consentability and protocol design of multi-agent systems with stochastic switching topology [J]. *Automatica*, 2009, 45(5):1195-1201
- [53] Ma C Q, Li T, Zhang J F. Consensus control for leader-following multi-agent systems with measurement noises [J]. *Journal of Systems Science and Complexity*, 2010, 23(1):35-49
- [54] Huang M Y, Manton J H. Coordination and consensus of networked agents with noisy measurements; stochastic algorithms and asymptotic behavior [J]. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 2009, 48(1):134-161
- [55] Tahbaz-Salehi A, Jadbabaie A. A necessary and sufficient condition for consensus over random networks [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2008, 53(3):791-795
- [56] Cheng L, Hou Z G, Tian M, et al. Necessary and sufficient conditions for consensus of double integrator multi-agent systems with measurement noises [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2011, 56(8):1958-1963
- [57] Boyd S, Ghosh A, Prabhakar B, et al. Randomized gossip algorithms [J]. *IEEE Transactions on Information Theory and IEEE ACM Transactions on Networking*, 2006, 52(6):2508-2530
- [58] Xiao L, Boyd S. Fast linear iterations for distributed averaging [J]. *Systems & Control Letters*, 2004, 53(1):65-78
- [59] Kim Y, Mesbahi M. On maximizing the second smallest eigenvalue of a state-dependent graph Laplacian [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2006, 51(1):116-120
- [60] Cao Y C, Ren W. Multi-agent consensus using both current and outdated states with fixed and undirected interaction [J]. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 2010, 58(1):95-106
- [61] Cortés J. Finite-time convergent gradient flows with applications to network consensus [J]. *Automatica*, 2006, 42(11):1993-2000
- [62] Cao Y C, Ren W, Meng Z Y. Decentralized finite-time sliding mode estimators and their applications in decentralized finite-time formation tracking [J]. *Systems & Control Letters*, 2010, 59(9):522-529

- [63] Yu J Y, Wang L. Group consensus of multi-agent systems with undirected communication graphs[C]//Proceedings of the 7th Asian Control Conference, 2009:105-110
- [64] Yu J Y, Wang L. Group consensus in multi-agent systems with switching topologies and communication delays[J]. Systems & Control Letters, 2010, 59(6):340-348
- [65] Sun Y G, Wang L. H-infinity consensus of second-order multi-agent systems with asymmetric delays[J]. Systems & Control Letters, 2012, 61(8):857-862
- [66] Nedic A, Olshevsky A, Ozdaglar A, et al. On distributed averaging algorithms and quantization effects[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2009, 54(11):2506-2517
- [67] 刘为凯. 复杂多智能体网络的协调控制及优化研究[D]. 武汉:华中科技大学自动化学院, 2011
LIU Weikai. Study on cooperative control and optimization of complex multi-agent networks[D]. Wuhan: School of Automation, Huazhong University of Science and Technology, 2011
- [68] Kuhn R, Mostafavi S M. Optimal routing policy[J]. IEEE Communications Letters, 2008, 12(3):222-224

A survey of developments on coordinated control of multi-agent systems

MIAO Guoying¹ MA Qian²

1 School of Information and Control, Nanjing University of Information Science & Technology, Nanjing 210044

2 School of Automation, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094

Abstract Recently, coordinated control of multi-agent systems has been a hot topic in the control field, due to its wide application in cooperative control of multiple autonomous vehicles, traffic control of vehicles, formation control of unmanned aircrafts, resource allocation in networks and so on. Firstly, the introduction of background about multi-agent systems, the concepts of agents and the knowledge of the graph theory has been given. And then research status of swarming/flocking problems, formation control problems, consensus problems and network optimization are summarized and analyzed at home and abroad, including coordination control of multi-agent systems. Finally, some problems about multi-agent systems to be solved in future are proposed, in order to urge deep study on the theory and application in coordinated control of multi-agent systems.

Key words multi-agent systems; consensus; formation control; swarming/flocking