

小波频率估计方法及其在通信信号检测中的应用

张煜东¹ 李铜川² 王水花¹ 吴乐南¹

摘要

小波变换作为新的信号分析工具,受到学者们的重视,然而如何将小波尺度与频率联系起来,是一个亟待解决的问题.为了求解小波的中心频率,提出了一种基于正弦波的模型,并将模型推广到任意采样间隔与任意小波尺度.由于模型的非凸性,传统的基于梯度的优化方法容易陷入局部最优,因此提出了一种基于 Rossler 吸引子的粒子群算法.实验给出了常见小波的频率值,并通过一个通信信号检测的例子证明了该方法的有效性.

关键词

小波变换; 连续小波变换; 尺度与频率; 粒子群算法; Rossler 吸引子

中图分类号 TN911.72

文献标志码 A

0 引言

小波分析(wavelet analysis)是指用有限长或快速衰减的母小波(mother wavelet)的振荡波形来表示信号^[1],母小波被缩放与平移以匹配输入的信号.小波变换可视为传统傅立叶变换的发展,且舍弃了“频率(frequency)”代之以“尺度(scale)”的概念.小波变换分为2大类:离散小波变换(Discrete Wavelet Transform, DWT)与连续小波变换(Continuous Wavelet Transform, CWT).主要区别是:CWT在所有可能的缩放和平移上操作;而DWT采用所有缩放和平移值的特定子集^[2].目前小波变换已在多个领域得到广泛应用,例如:图像去噪^[3]、视频压缩^[4]、工业检测^[5]等.

在某些领域尤其是通信中,需要将小波的尺度转换为频率.传统的方法是采用功率谱密度分析^[6],然而这样得到的频率往往不精确,尤其在高频情况下存在误差^[7].本文提出一种基于正弦波模型的频率估计策略,同时提出一种基于 Rossler 吸引子的混沌粒子群算法求解该模型.仿真结果表明该算法能够精确估计小波的频率,并以通信信号检测的例子证明其有效.

1 背景

假设 $s(t)$ 表示信号, a 表示尺度, b 表示位移, $\psi(t)$ 表示小波函数, 则 $s(t)$ 的小波变换为

$$C(a, b) = \int_R s(t) \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt. \quad (1)$$

由式(1)可知,尺度 a 表示母小波的缩放比例,如图1所示.一般地, a 越小,小波函数越窄,变化越快,表征高频分量; a 越大,小波函数越宽,变化越慢,表征低频分量.然而,在小波变换中,仅有尺度的衡量,没有频率的衡量,因此需要将两者联系起来.

2 模型

假设小波的中心频率为 F_c , 相位为 θ , 采用正弦波 $\sin(2\pi F_c n + \theta)$ 去逼近母小波的主瓣,使其误差的平方和最小,此时对应的 F_c 即为小波的频率:

$$\hat{F}_c = \underset{F_c, \theta}{\operatorname{argmin}} | \Psi(n) - \sin(2\pi F_c n + \theta) |^2. \quad (2)$$

收稿日期 2010-10-26

资助项目 国家自然科学基金(60872075); 国家高技术发展计划(2008AA01Z227)

作者简介

张煜东,男,博士后,研究方向为数据挖掘. zhangyudongnuaa@gmail.com

¹ 东南大学 信息科学与工程学院 南京 210096

² 华航无线电测量研究所 北京 100013

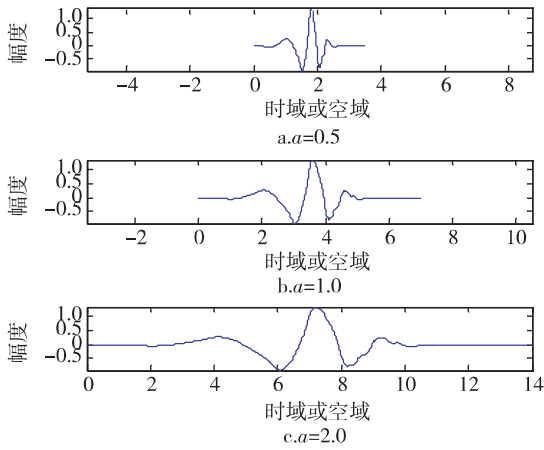


图1 不同尺度的小波函数(db4 为例)

Fig.1 Wavelet functions of different scales
(db4 as an example)

模型(2)的概念明确.另外,图2给出了 db4 小波的最终逼近结果,可见此时曲线 $\psi(n)$ 的主瓣与 $\sin(2\pi F_c n + \theta)$ 基本重叠在一起,显然 F_c 反映了 db4 小波的伪频率 θ 此处无用舍弃.

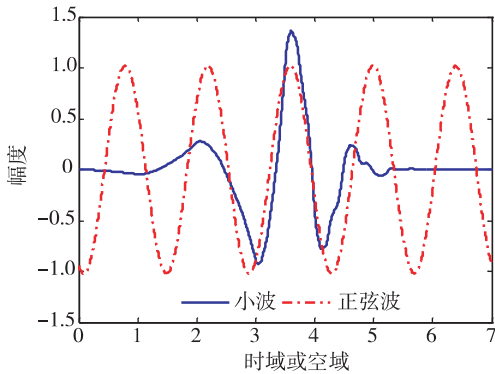


图2 db4 小波的正弦波模型

Fig.2 Sinc model of db4 wavelet

现实的通信系统中还有 2 个相关量,即采样间隔 δ 与小波变换时的尺度 a .在上述模型中忽略了这 2 个变量,即假设它们等于 1.若同时考虑这 2 个物理量,则小波函数为 $\psi[n/(a\delta)]$,显然频率 F 为

$$F = \frac{F_c}{a \cdot \delta} \quad (3)$$

3 方法

由于式(2)不是一个凸函数,传统的基于梯度的优化方法会陷入局部最优值.因此提出一种基于 Rossler 吸引子的粒子群优化算法求解.

3.1 传统粒子群算法

粒子群优化(Particle Swarm Optimization, PSO)算法将每个可行解视作一个粒子,每个粒子有 2 个属性:位置 x 与速度 v .每次迭代过程中,计算每个粒子的适应度函数,然后将粒子群不断跟踪 2 个最好的粒子,一个是当前粒子经历的最好位置,称为“ p_{best} ”,另一个是当前粒子邻域内最好的粒子,称为“ n_{best} ”.如果邻域为整个粒子群,那么 n_{best} 变为全局最好的粒子,称为“ g_{best} ”.随后,粒子的速度与位置按照下式更新:

$$v = \omega \cdot v + c_1 r_1 (p_{best} - x) + c_2 r_2 (n_{best} - x) \quad (4)$$

其中: ω 表示惯性权重,控制过去速度对现在速度的影响; c_1 与 c_2 是正常数,表示加速度系数; r_1 与 r_2 是 2 个在 $[0, 1]$ 上均匀分布的随机数.需要注意的是,粒子速度存在一个上限 v_{max} ,以保证粒子的搜索不会太快. PSO 算法中参数(r_1, r_2)是影响收敛的关键参数,在理论上必须是绝对随机的,然而实际计算机上运行时是伪随机的,这会造成以下 2 个问题:1) 伪随机性不能保证粒子在解空间中的遍历性;2) 伪随机性不能保证粒子在不同时刻的独立性.

3.2 Rossler 粒子群算法

本文提出一种基于 Rossler 吸引子的粒子群算法(RPSO). Rossler 方程是一个三维非线性常微分方程组^[8].它的一些特性可以通过线性方法例如特征向量方法推导而来,然而其主要特性需要非线性方法例如 Poincare 映射图与分岔图来推导. Rossler 方程形式如下:

$$\begin{cases} x' = -(y + z) \\ y' = x + ay \\ z' = b + z(x - c) \end{cases} \quad (5)$$

式(5)中 a, b, c 是参数,当选择特定值时(图 3, $a = 0.1, b = 0.1, c = 14$),这些点 $[x(t), y(t), z(t)]$ 将会在三维空间中展示出“螺旋混沌”的特性,如图 3 所示.

规定 PSO 算法中的参数 $r_1(t) = x(t), r_2(t) = y(t)$.显然 Rossler 曲线的遍历性与混沌性会传递给 $r_i(t)$. $r_i(t)$ 的遍历性保证了粒子在解空间中的遍历性, $r_i(t)$ 的混沌性保证了粒子之间的独立.这就很好地解决了传统粒子群算法中的伪随机问题.需要注意的是,有学者提出基于 Lorenz 方程的混沌粒子群算法^[9],即 $y = 4x(1 - x)$.然而, Rossler 吸引子较 Lorenz 方程有如下 3 个优点^[10]:1) 更为简单;2) 仅仅保持一个流形;3) 更加容易量化分析.

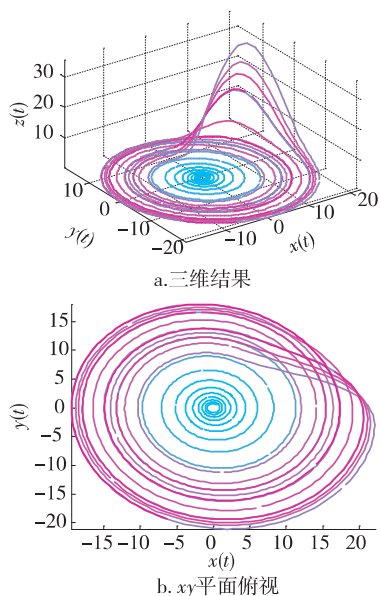


图3 Rossler 吸引子 ($a=0.1$ $b=0.1$ $c=14$)
Fig. 3 Rossler attractor ($a=0.1$ $b=0.1$ $c=14$)

4 实验与应用

对经典小波诸如 haar、db 系列、symlet 系列、coiflet 系列、bior spline 系列、逆 bior spline 系列、离散美尔、高斯系列、墨西哥帽、morlet 小波一一计算其中心频率 结果如图 4 所示. 可见, 预测的各小波的中心频率均非常准确, 对应的正弦波模型均能较好地与母小波的主瓣重合. 另外, 将详细的小波频率经过升序排序后列于表 1.

以通信中的信号检测来说明表 1 的应用. 例如已知发射机发射频率 $f_{\text{transmit}} = 72 \text{ kHz}$ 、振幅为 1 的正弦波信号, 接收端采样间隔 $\delta = 0.1 \mu\text{s}$. 另外, 假设信号受到方差为 3 的强高斯噪声干扰, 如图 5 所示.

现采用“db6”小波检测正弦分量. 如果不采用本文方法, 则一般给出尺度 $a \in [1 \ 10]$ 的连续小波变换图, 如图 6a 所示, 观察后没有发现任何有意义的含量, 则认为该信号不存在正弦分量.

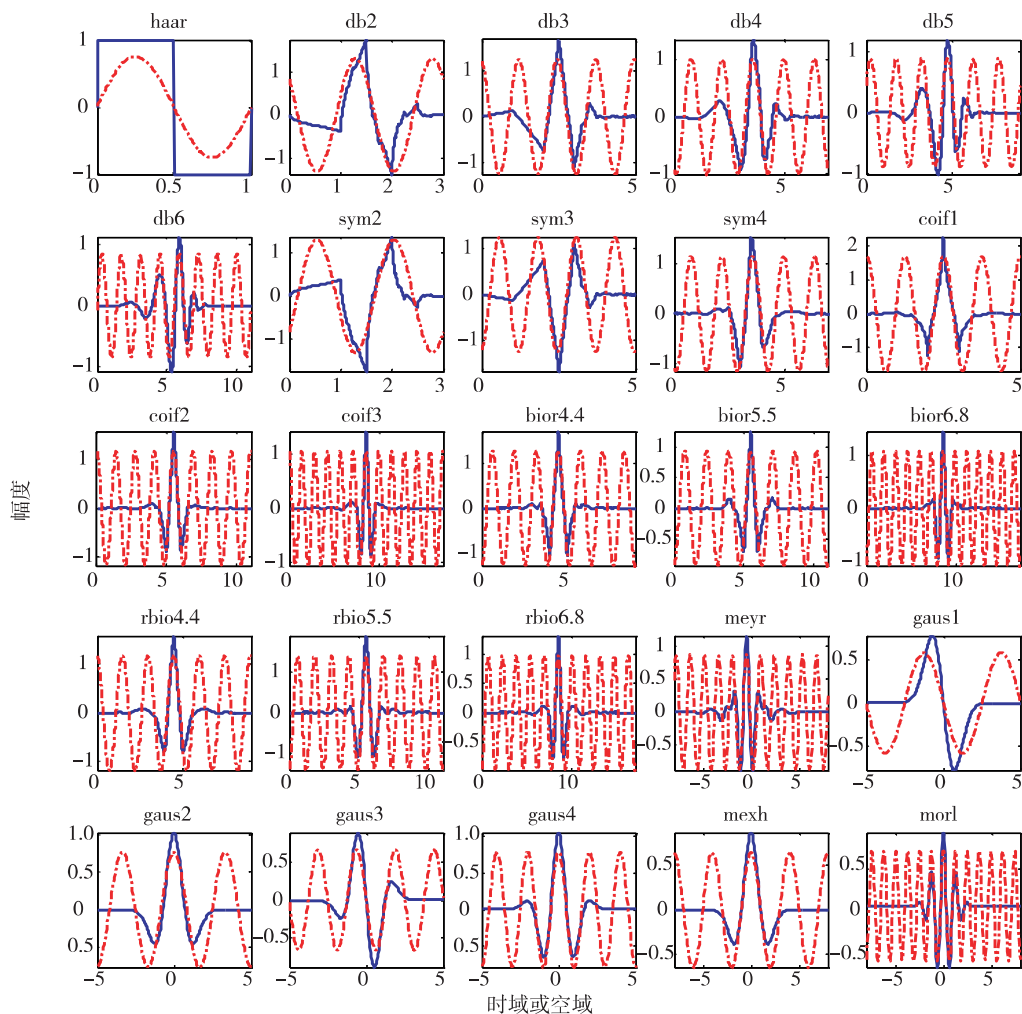


图4 不同小波的中心频率
Fig. 4 Central frequencies of different wavelets

表1 基准小波的中心频率(升序格式)
Table 1 Central frequencies of standard wavelets (scending order)

小波	F_c	小波	F_c	小波	F_c	小波	F_c
gaus1	0.200 00	rbio2. 2	0.600 06	sym7	0.692 31	rbio1. 3	0.800 08
mexh	0.250 00	rbio2. 6	0.615 41	coif4	0.695 65	morl	0.812 50
gaus2	0.300 00	bior5. 5	0.636 39	db9	0.705 88	rbio5. 5	0.818 22
rbio3. 1	0.333 44	rbio6. 8	0.647 08	coif3	0.705 88	bior2. 8	0.882 38
gaus3	0.400 00	dmey	0.663 37	db4	0.714 29	bior2. 4	0.888 94
rbio3. 3	0.428 63	db2	0.666 67	sym4	0.714 29	bior2. 6	0.923 11
gaus4	0.500 00	db5	0.666 67	db6	0.727 27	bior3. 7	0.933 36
gaus5	0.500 00	db8	0.666 67	sym6	0.727 27	bior3. 9	0.947 39
rbio3. 9	0.526 33	sym2	0.666 67	coif2	0.727 27	haar	0.999 51
rbio3. 7	0.533 35	sym5	0.666 67	bior6. 8	0.764 73	bior1. 1	0.999 51
rbio3. 5	0.545 48	sym8	0.666 67	bior1. 5	0.777 82	rbio1. 1	0.999 51
rbio2. 4	0.555 59	rbio1. 5	0.666 67	bior4. 4	0.777 82	bior3. 5	1.000 00
rbio2. 8	0.588 25	rbio4. 4	0.666 67	db3	0.800 00	bior3. 3	1.000 10
gaus6	0.600 00	db10	0.684 21	sym3	0.800 00	bior2. 2	1.000 10
gaus7	0.600 00	coif5	0.689 66	coif1	0.800 00		
gaus8	0.600 00	db7	0.692 31	bior1. 3	0.800 08		

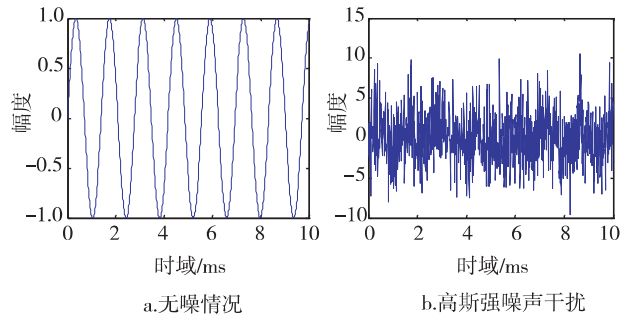


图5 发射信号模拟
Fig. 5 Simulation of transmit signal

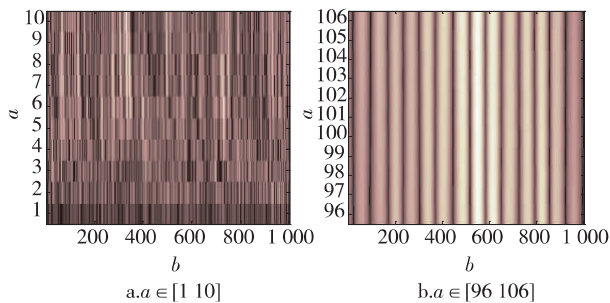


图6 连续小波变换系数
Fig. 6 Coefficients of CWT

采用本文方法,则计算可得最佳尺度为

$$a_{\text{best}} = \text{round} \left(\frac{F_c(\text{'db6'})}{f_{\text{transmit}} \delta} \right) = 101. \quad (6)$$

于是在 a_{best} 附近计算小波系数,结果示于图 6b. 此时,可很明显的观察到信号存在周期性振荡分量,于是可得出结论,该信号存在周期正弦分量.

5 结论

本文探讨了小波尺度与频率的联系,提出采用正弦波模型来估计小波的中心频率,并将模型推广到任意采样间隔与任意小波尺度的情况.为了有效求解该模型,提出一种基于 Rossler 吸引子的粒子群算法求解.实验部分对常用小波的频率进行了估计,并将该方法应用到通信信号检测中,均获得了较好的效果.未来进一步的研究方向在于如何将本文计算得到的小波尺度与频率的联系,应用在图像编码^[11]、字符识别^[12]等更广的领域.

参考文献

References

[1] Luk B L, Liu K P, Tong F et al. Impact-acoustics inspection of tile-wall bonding integrity via wavelet transform and hidden Markov models [J]. Journal of Sound and Vibration 2010, 329(10) : 1954-1967

[2] Hsu W Y, Lin C C, Ju M S et al. Wavelet-based fractal features with active segment selection: Application to single-trial EEG data [J]. Journal of Neuroscience Methods, 2007, 163(1) : 145-160

[3] Khare A, Khare M, Jeong Y et al. Despeckling of medical ultrasound images using Daubechies complex wavelet

- transform [J]. *Signal Processing* 2010 90(2):428-439
- [4] Bernabé G ,García J M ,González J. A lossy 3D wavelet transform for high-quality compression of medical video [J]. *Journal of Systems and Software* ,2009 ,82(3):526-534
- [5] Hong J C ,Kim Y Y ,Lee H C ,et al. Damage detection using the Lipschitz exponent estimated by the wavelet transform: applications to vibration modes of a beam [J]. *International Journal of Solids and Structures* ,2002 ,39(7):1803-1816
- [6] Büssov R. An algorithm for the continuous Morlet wavelet transform [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing* 2007 21(8):2970-2979
- [7] Principato F ,Ferrante G. $1/f$ Noise decomposition in random telegraph signals using the wavelet transform [J]. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* , 2007 380:75-97
- [8] Hammami S ,Benrejeb M ,Feki M ,et al. Feedback control design for Rössler and Chen chaotic systems anti-synchronization [J]. *Physics Letters A* ,2010 ,374(28):2835-2840
- [9] 张煜东 ,吴乐南 ,韦耿 ,等. 用于多指数拟合的一种混沌免疫粒子群优化 [J]. *东南大学学报:自然科学版* , 2009 39(4):678-683
- ZHANG Yudong ,WU Lenan ,WEI Geng ,et al. Chaotic immune particle swarm optimization for multi-exponential fitting [J]. *Journal of Southeast University: Natural Science Edition* 2009 39(4):678-683
- [10] Ghosh D ,Chowdhury A R ,Saha P. Multiple delay Rössler system: Bifurcation and chaos control [J]. *Chaos ,Solitons and Fractals* 2008 35(3):472-485
- [11] 张煜东 ,吴乐南 ,王水花 ,等. 一种基于神经网络的遥感图像压缩编码 [J]. *南京信息工程大学学报:自然科学版* 2009 1(1):82-88
- ZHANG Yudong ,WU Lenan ,WANG Shuihua ,et al. A neural network based compression coding for remote sensing images [J]. *Journal of Nanjing University of Information Science & Technology: Nature Science Edition* , 2010 1(1):82-88
- [12] 张煜东 ,吴乐南 ,王水花 ,等. Li-Hopfield 神经网络用于汉字字符识别 [J]. *南京信息工程大学学报:自然科学版* 2010 2(1):6-12
- ZHANG Yudong ,WU Lenan ,WANG Shuihua ,et al. Li-Hopfield neural network used for Chinese character recognition [J]. *Journal of Nanjing University of Information Science & Technology: Nature Science Edition* ,2010 ,2(1):6-12

Wavelet frequency estimation method and its application in communication signal detection

ZHANG Yudong¹ LI Tongchuan² WANG Shuihua¹ WU Lenan¹

1 School of Information Science & Engineering Southeast University ,Nanjing 210096

2 Huahang Institute of Radio Measurement ,Beijing 100013

Abstract As a latest signal analysis toolkit ,wavelet transform receives increasing interest from scholars. However , the correlation between the wavelet scale and frequency is an outstanding problem. This paper proposed a sinusoid model to estimate the central frequency of mother wavelets ,besides ,the model is generalized to the situation of arbitrary sample interval and arbitrary scale of wavelet. Moreover ,traditional gradient-based optimization method will find local optimum due to the non-convex property of the model ,therefore ,a novel Rossler-attractor based Particle Swarm Optimization(RPSO) method was proposed. Experiments gave the center frequencies of all common wavelets ,and applied the proposed method in the field communication signal detection to validate its effectiveness and efficiency.

Key words wavelet transform; continuous wavelet transform; scale and frequency; particle swarm optimization; Rossler attractor