



# 北斗四频中长基线模糊度解算研究

## 摘要

随着北斗三号卫星导航系统完成全球组网并正式开通,中国已成为世界上第3个独立拥有全球卫星导航系统的国家.目前 BDS-3 卫星可播发5个频点的观测信号,研究 BDS-3 多频组合对于实现模糊度快速固定、提高定位精度具有重要意义.针对中长基线解算,本文充分利用 BDS-3 四频中存在电离层延迟极小且具有整数特性的组合,同时考虑对流层延迟的影响,建立了基于弱电层组合的中长基线解算模型.实验结果表明,相比于传统双频无电离层模型,该模型的模糊度固定速度提高10%以上,N、E、U 3个方向定位精度相比最优双频无电离层组合分别提高了7.7%、7.9%、8.2%.

## 关键词

BDS-3; 四频; 模糊度解算; 长基线

中图分类号 P228

文献标志码 A

收稿日期 2022-11-03

资助项目 国家市场监督管理总局技术保障专项(2021YJ025)

## 作者简介

曹相,女,博士,高级工程师,主要从事高精度卫星导航定位计量方面的研究工作.caoxiang163@163.com

## 0 引言

目前各主要的卫星导航系统均可以播发两个以上频率的观测值,多个频率的观测值可以组合成新的观测值.当新的观测值波长较长时,能够有效减少模糊度的搜索时间,甚至能实现单历元固定模糊度.通过特定的组合可以大幅削弱或消除电离层延迟的影响,特别是当基线长度较长时,无电离层(Ionosphere Free, IF)组合和弱电层(Ionosphere Reduced, IR)组合的优势得以凸显.因此,多频观测值的出现为卫星导航定位提供了更广阔的发展空间.由于高速公路为带状区域,需在沿线布设多个基站以提供差分信号,基站间最大距离可达100 km.对于基站间长距离的基线解算,采用消除或削弱电离层组合的模型可提高整周模糊度的解算效率和精度.

BDS-2 建成时间较早,对其多频模糊度解算的研究也较为成熟. Tang 等<sup>[1]</sup>在分析 BDS 频率误差特性的基础上,提出了改进的逐级 AR (Ambiguity Resolution)法并对倾斜电离层延迟进行了估计,与双频解算方法对比,改进的逐步 AR 法单历元模糊度固定率有着明显的提升.吕伟才等<sup>[2]</sup>提出了一种 BDS-2 三频约束的短基线单历元解算方法,但仍采用 TCAR (Three Carrier Ambiguity Resolution)方法依次固定 BDS 的超宽巷、宽巷和基础模糊度,之后将固定模糊度后的 BDS 基础观测值作为精确值对 GPS 方程进行约束,以求得双系统的双差固定解.刘炎炎等<sup>[3]</sup>亦对 BDS-2 三频短基线的单历元模糊度固定方法进行了研究,他们采用了有几何模型,利用 LAMBDA (Least-squares Ambiguity Decorrelation Adjustment)算法依次固定超宽巷、宽巷和无电离层组合的模糊度,但由于其最终采用无电离层组合的固定解作为最终解算结果,无疑放大了观测值的噪声,导致最终的定位结果精度并不高. Zhao 等<sup>[4]</sup>针对经典 TCAR 方法解算中长基线易受电离层延迟影响的缺陷,提出一种改进的 TCAR 方法,该方法在第二步和第三步引入前一步中固定的宽巷模糊度并辅以伪距削弱或消除电离层延迟的影响.祝会忠等<sup>[5]</sup>利用 GEO 卫星的信号传播路径相对较稳定、大气延迟误差的影响不随卫星空间位置变化的特点,提出了顾及 GEO 卫星实际大气延迟变化和整周模糊度约束的长距离 BDS 三频载波相位整周模糊度解算方法,有效地提高了三频载波相位整周模糊度解算的效率和测站位置的精度.

目前对于 BDS-3 四频、五频实测数据的相对定位研究较少,章浙

1 南京市计量监督检测院,南京,210049

2 东南大学 交通学院,南京,211189

涛等<sup>[6]</sup>分析了利用无几何模型单历元模糊度固定的常用方法并利用实测数据进行相关实验,结果表明 BDS-3 四频/五频有利于提高中长基线的模糊度固定效率和成功率,但其仍使用传统方法,窄巷模糊度采用 GF (Geometry Free) 模型,仅适用于模糊度较易固定的情况.高旺等<sup>[7]</sup>利用 BDS 和 Galileo 五频数据构建弱电层模型的中长基线 RTK (Real-Time Kinematic) 解算方法,与双频无电离层组合相比,该方法无需解算宽巷模糊度,解算流程更简单,减少了差分数据量,定位结果略优.对于中长基线单历元定位,高旺等<sup>[8]</sup>分析了 BDS-3 4 个超宽巷/宽巷固定后的定位性能,其站星距离精度相比三频 BDS-2 和 GPS 模型定位精度有明显提升,可以实现单历元分米级定位,优于伪距单点定位结果.Zhang 等<sup>[9]</sup>给出了 BDS-3 四频观测值常用的线性组合,同时分析了四频无几何和几何相关模型的解算效果,利用多条 4.9 m ~ 61.6 km 的基线进行实验,结果表明超宽巷/宽巷模糊度固定成功率接近 100%,窄巷模糊度也有较高的固定成功率,表明四频模糊度固定方法可以用于大尺度实时高精度定位.

综上所述,双频无电离层解算时还需要利用宽巷模糊度,而双频宽巷模糊度需要多个历元平滑固定,这无疑降低了模糊度固定效率,同时需要传输和存储较多数据,会加重网络负担.因此,可以采用弱电层组合解算,并利用几何相关模型直接对其进行固定.

## 1 BDS 多频线性组合

### 1.1 组合标准

以 BDS-3 四频观测值线性组合为例,组合后的频率、波长和模糊度表示如下:

$$\begin{cases} f_{(k_1, k_2, k_3, k_4)} = k_1 f_1 + k_2 f_2 + k_3 f_3 + k_4 f_4, \\ \lambda_{(k_1, k_2, k_3, k_4)} = c / f_{(k_1, k_2, k_3, k_4)}, \\ N_{(k_1, k_2, k_3, k_4)} = k_1 N_1 + k_2 N_2 + k_3 N_3 + k_4 N_4, \end{cases} \quad (1)$$

式中,  $f_1, f_2, f_3, f_4$  和  $N_1, N_2, N_3, N_4$  分别代表频点 B1I、B3I、B1C、B2a 对应的频率和载波相位观测值中的模糊度,  $k_1, k_2, k_3, k_4$  表示其相应的组合系数,  $c$  表示波长,  $f_{(k_1, k_2, k_3, k_4)}$ ,  $\lambda_{(k_1, k_2, k_3, k_4)}$  和  $N_{(k_1, k_2, k_3, k_4)}$  分别表示组合观测值的频率、波长和模糊度.

以“周”为单位的组合后的载波相位观测值可以表示为

$$\varphi_{(k_1, k_2, k_3, k_4)} = k_1 \varphi_1 + k_2 \varphi_2 + k_3 \varphi_3 + k_4 \varphi_4, \quad (2)$$

式中,  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$  分别表示频点 B1I、B3I、B1C、B2a 以周为单位的载波观测值,  $\varphi_{(k_1, k_2, k_3, k_4)}$  表示以周为单位的组合载波观测值.式(2)乘以波长,可以推导出以“距离”为单位的组合后的伪距和载波观测值为

$$\phi_{(k_1, k_2, k_3, k_4)} = \frac{k_1 f_1 \varphi_1 + k_2 f_2 \varphi_2 + k_3 f_3 \varphi_3 + k_4 f_4 \varphi_4}{k_1 f_1 + k_2 f_2 + k_3 f_3 + k_4 f_4}, \quad (3)$$

$$P_{(k_1, k_2, k_3, k_4)} = \frac{k_1 f_1 P_1 + k_2 f_2 P_2 + k_3 f_3 P_3 + k_4 f_4 P_4}{k_1 f_1 + k_2 f_2 + k_3 f_3 + k_4 f_4}, \quad (4)$$

式中,  $P_1, P_2, P_3, P_4$  分别表示频点 B1I、B3I、B1C、B2a 的伪距观测值,  $P_{(k_1, k_2, k_3, k_4)}$  表示组合伪距观测值.

根据误差传播定律,以“周”和“距离”为单位的组合载波观测值电离层延迟可表示为相对于第一个频点观测值电离层延迟的相对值,即:

$$I_\varphi = \frac{f_1^2 \left( \frac{k_1}{f_1} + \frac{k_2}{f_2} + \frac{k_3}{f_3} + \frac{k_4}{f_4} \right)}{c} I_1, \quad (5)$$

$$I_\phi = \frac{f_1^2 \left( \frac{k_1}{f_1} + \frac{k_2}{f_2} + \frac{k_3}{f_3} + \frac{k_4}{f_4} \right)}{f_{(k_1, k_2, k_3, k_4)}} I_1, \quad (6)$$

等价于

$$I_\varphi = \left( k_1 + k_2 \frac{\lambda_2}{\lambda_1} + k_3 \frac{\lambda_3}{\lambda_1} + k_4 \frac{\lambda_4}{\lambda_1} \right) \frac{I_1}{\lambda_1} = \alpha_I \frac{I_1}{\lambda_1}, \quad (7)$$

$$I_\phi = \lambda_{(k_1, k_2, k_3, k_4)} \left( k_1 \frac{1}{\lambda_1} + k_2 \frac{\lambda_2}{\lambda_1^2} + k_3 \frac{\lambda_3}{\lambda_1^2} + k_4 \frac{\lambda_4}{\lambda_1^2} \right) I_1 = \beta_I I_1, \quad (8)$$

式中,  $\alpha_I$  和  $\beta_I$  分别为取周和距离为单位时,电离层延迟的放大因子,伪距同理.

当  $\left( k_1 + k_2 \frac{\lambda_2}{\lambda_1} + k_3 \frac{\lambda_3}{\lambda_1} + k_4 \frac{\lambda_4}{\lambda_1} \right) = 0$  时,组合后的观测量将不受电离层误差的影响,一般称此时的系数组合为弱电层组合;当其接近为零时,称为弱电层组合.

假设各频点上的伪距和载波观测值噪声的方差相等,同理可得以周和距离为单位的组合载波观测值相对于第一个频点载波观测值的观测噪声为

$$\sigma_\varphi^2 = \frac{(k_1 f_1)^2 + (k_2 f_2)^2 + (k_3 f_3)^2 + (k_4 f_4)^2}{c^2} \sigma_{\varphi_1}^2 =$$

$$\eta_\sigma^2 \sigma_{\varphi_1}^2, \quad (9)$$

$$\sigma_\phi^2 = \frac{(k_1 f_1)^2 + (k_2 f_2)^2 + (k_3 f_3)^2 + (k_4 f_4)^2}{f_{(k_1, k_2, k_3, k_4)}^2} \sigma_{\varphi_1}^2 =$$

$$\mu_{\sigma}^2 \sigma_{\varphi_1}^2. \quad (10)$$

通过上述公式可计算出波长较长、噪声和电离层延迟较小的组合系数,应当注意使得  $k_1/\lambda_1 + k_2/\lambda_2 + k_3/\lambda_3 + k_4/\lambda_4 \neq 0$ , 以保证接收机到观测卫星的距离不变.在实际应用中,组合系数的选取应依据波长和观测噪声、电离层延迟的相对关系综合考虑.

### 1.2 BDS 多频常用组合

随着观测频率的增加,可以组合出更多具有良好质量的观测值.文献[10]按照波长大小将组合后的观测值分为4类:超宽巷(Extra Wide Lane, 波长大于 2.93 m)、宽巷(Wide Lane, 波长 0.75~2.93 m)、中巷(Middle Lane, 波长 0.19~0.75 m)和窄巷(Narrow Lane, 波长小于 0.19 m).

表1给出了BDS-3四频常用的整数系数组合,其中, B1I、B3I、B1C 和 B2a 频点的频率分别为 1 561.098、1 268.52、1 575.42 和 1 176.45 MHz.频率增加使得组合中出现了更多波长较长、噪声较小,或受电离层延迟影响较小的组合,其中(2, 0, 2, -3)组合具有弱电离层延迟的特性,相比 B1I 与 B3I 组成的无电离层组合具有相当的波长和更小的观测噪声,同时保留了模糊度的整数特性.计算过程中无需“三步法”解算模糊度中平滑宽巷模糊度的步骤,当前历元只需解算 IR 的固定解,因此计算效率得到了提升,同时减少了数据量的传输和存储<sup>[11]</sup>.

可见 BDS-3 多频不仅能够提供更多组合的观测值,同时可以兼容 BDS-2(B1I、B3I)、GPS 和 Galileo (B1C、B2a),具有良好的研究价值和应用前景.

## 2 GPS/BDS 组合模型

### 2.1 基本观测模型

已知 GNSS 定位中双差观测方程为

$$\nabla \Delta P_{rb}^{ij} = \nabla \Delta \rho_{rb}^{ij} + \nabla \Delta I_{rb}^{ij} + \nabla \Delta T_{rb}^{ij} + \nabla \Delta O_{rb}^{ij} + \nabla \Delta e_{rb}^{ij}, \quad (11)$$

$$\nabla \Delta \phi_{rb}^{ij} = \nabla \Delta \rho_{rb}^{ij} - \nabla \Delta I_{rb}^{ij} + \nabla \Delta T_{rb}^{ij} + \lambda \cdot \nabla \Delta N_{rb}^{ij} + \nabla \Delta O_{rb}^{ij} + \nabla \Delta \varepsilon_{rb}^{ij}, \quad (12)$$

式中,  $\nabla \Delta$  表示双差因子,上标  $i, j$  分别表示非参考星和参考星,下标  $r, b$  分别表示用户站和基准站,  $\rho$  表示站星距,  $I$  表示电离层延迟,  $T$  表示对流层延迟,  $O$  表示未建模误差项,  $e$  和  $\varepsilon$  分别表示伪距和载波观测值噪声.此时,卫星和接收机的钟差被完全消除,两端的伪距和载波相位延迟也被消除,对流层、电离层延迟及其他模型化误差进一步被削弱.此式常用于 RTK 定位中.进一步地,将其线性化:

$$\nabla \Delta V(P)_{rb}^{ij} = [a_{rb}^{ij} \quad b_{rb}^{ij} \quad c_{rb}^{ij}] \begin{bmatrix} \Delta X_{rb} \\ \Delta Y_{rb} \\ \Delta Z_{rb} \end{bmatrix} + \nabla \Delta \tilde{\rho}_{rb}^{ij} + \nabla \Delta I_{rb}^{ij} + \nabla \Delta T_{rb}^{ij} + \nabla \Delta O_{rb}^{ij} + \nabla \Delta e_{rb}^{ij} - \nabla \Delta P_{rb}^{ij}, \quad (13)$$

$$\lambda \nabla \Delta V(\varphi)_{rb}^{ij} = [a_{rb}^{ij} \quad b_{rb}^{ij} \quad c_{rb}^{ij}] \begin{bmatrix} \Delta X_{rb} \\ \Delta Y_{rb} \\ \Delta Z_{rb} \end{bmatrix} + \lambda \nabla \Delta N_{rb}^{ij} + \nabla \Delta \tilde{\rho}_{rb}^{ij} - \nabla \Delta I_{rb}^{ij} + \nabla \Delta T_{rb}^{ij} + \nabla \Delta O_{rb}^{ij} + \nabla \Delta \varepsilon_{rb}^{ij} - \nabla \Delta \varphi_{rb}^{ij}, \quad (14)$$

表 1 BDS-3 四频常用系数组合

Table 1 Commonly used coefficient combinations of BDS-3 quad-frequency observations

各频点组合系数				波长/ m	电离层因子		噪声因子 $\mu_{\sigma}/m$
B1I	B3I	B1C	B2a		$\alpha_l/\text{周}$	$\beta_l/m$	
-1	0	1	0	20.932 3	-0.047 3	-0.990 9	154.858 0
5	-3	-4	2	5.861 0	-0.008 6	-0.050 6	214.747 2
0	1	0	-1	3.256 1	-0.501 5	-1.633 0	18.790 9
1	-2	0	1	1.495 2	-0.669 5	-1.045 9	15.973 2
2	0	2	-3	0.109 3	0.004 9	0.000 5	2.066 0
1	1	0	0	0.105 9	11.615 6	1.230 6	0.710 9
0	0	1	1	0.108 9	12.069 7	1.314 9	0.714 5
5.335 7	-4.335 7	0	0	0.105 9	0	0	3.527 5
4.058 5	0	0	-3.058 5	0.109 5	0	0	2.661 6
0	-4.133 3	5.133 3	0	0.105 4	0	0	3.389 0
0	13.777 8	0	-12.777 8	0.122 6	0	0	9.428 7
0	0	3.948 7	-2.948 7	0.108 9	0	0	2.588 3

式中,

$$\begin{cases} a_{rb}^{ij} = \frac{\Delta X_r^j}{\rho_r^j} - \frac{\Delta X_r^i}{\rho_r^i}, \\ b_{rb}^{ij} = \frac{\Delta Y_r^j}{\rho_r^j} - \frac{\Delta Y_r^i}{\rho_r^i}, \\ c_{rb}^{ij} = \frac{\Delta Z_r^j}{\rho_r^j} - \frac{\Delta Z_r^i}{\rho_r^i}. \end{cases} \quad (15)$$

当多个系统进行组合定位时,可在各系统内部选择参考卫星进行双差,再组成不同系统的双差观测值来求解基线向量。

在短距离的相对定位中,双差模型可以较好地削弱对流层误差,对流层干延迟部分也能通过模型很好地消除,当基线长度增加时,对流层湿延迟的影响不可忽略,通常将天顶对流层延迟作为预估参数,带入到观测方程中求解.具体做法如下:

根据式(15),将天顶对流层延迟投射到接收机与卫星所在的视线方向,可以得到误差方程

$$\lambda \nabla \Delta V(\phi)_{rb}^{ij} = [a_{rb}^{ij} \quad b_{rb}^{ij} \quad c_{rb}^{ij}] \begin{bmatrix} \Delta X_{rb} \\ \Delta Y_{rb} \\ \Delta Z_{rb} \end{bmatrix} + \lambda \nabla \Delta N_{rb}^{ij} + (\Delta F_{M,r} \cdot T_{ZTD_r} - \Delta F_{M,b} \cdot T_{ZTD_b}) + (\nabla \Delta \rho_{rb}^{ij} - \nabla \Delta \phi_{rb}^{ij} - \nabla \Delta T_{dry}), \quad (16)$$

式中,  $F_M$  表示对流层湿延迟映射函数。

## 2.2 弱电离层组合模型

将基本观测方程中的模糊度替换为弱电离层组合(2,0,2,-3),代入式(16)可得简化后的解算模型为

$$\begin{bmatrix} B & \Delta F_{M,r} & -\Delta F_{M,b} & 0 \\ B & \Delta F_{M,r} & -\Delta F_{M,b} & \lambda_{IR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta X_{rb} \\ T_{ZTD_r} \\ T_{ZTD_b} \\ \nabla \Delta N_{IR} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \nabla \Delta P_{IR} - \nabla \Delta \rho - \nabla \Delta T_{dry} \\ \nabla \Delta \phi_{IR} - \nabla \Delta \rho - \nabla \Delta T_{dry} \end{bmatrix}, \quad (17)$$

式中,  $B = [a_{rb}^{ij} \quad b_{rb}^{ij} \quad c_{rb}^{ij}]$  表示方向余弦,下标 IR 表示弱电离层组合(2,0,2,-3),  $\nabla \Delta T_{dry}$  为对流层干延迟,其余参数定义同式(11)、式(12)和式(16)。

由于对流层延迟中干延迟部分占比约 90%,湿延迟部分占比约 10%,且正常情况下对流层湿延迟变化缓慢,随时间波动较小<sup>[12]</sup>,因此,在实际应用过程中,对流层干延迟部分使用模型改正,湿延迟部分作为未知参数,历元间采用随机游走估计.参数估计模型选择 Kalman 滤波,中长基线解算主要面向网络 RTK 的基站之间,此时观测站的速度和加速度均为 0,状态转移矩阵为单位阵, Kalman 滤波其他的参数设置如表 2 所示。

每个历元通过 Kalman 得到坐标参数和模糊度的浮点解,之后利用 LAMBDA 算法得到弱电离层组合模糊度的固定解,将其回代到弱电离层组合观测方程中即可算出坐标参数的固定解.相比传统三步法,无需等待宽巷模糊度固定完成,就可以直接固定弱电离层组合模糊度,且无需恢复基础模糊度,减少了数据处理量和操作步骤。

## 3 实测数据分析

本文采用 3 组位于陕西省汉中市内的中长基线数据进行验证,数据采集时间为 2020 年 5 月 27 日,采样间隔为 30 s,高度截止角设置为 15°,其余的基线信息如表 3 所示,目前可观测到的 BDS 卫星数量较多,能够满足单独定位需求.为了分析弱电离层组合的具体性能,本文将同时利用双频无电离层组合进行解算,并从模糊度固定效率和定位精度方面进行对比,参与解算的组合是 BDS-3 的 B1I+B3I、B1I+B2a、B1C+B3I、B1C+B2a, BDS-3 其余组合由于两个频点频率接近,导致噪声严重放大并影响定位精度,因此不做考虑。

图 1 给出了 HZLB、HZNZ、HZXX 3 个观测站当天的可见卫星数量和对应的 PDOP (Position Dilution of Precision, 位置精度因子) 值,所有历元可见卫星数量均在 5 颗以上,能满足单独定位需求。

图 2 给出了基线 2 一天时间内弱电离层组合和多种双频无电离层组合的模糊度解算精度因子 (Ambiguity Dilution of Precision, ADOP)、Ratio 值以及变化情况,两种模型的 Ratio 值互有高低,总体上

表 2 Kalman 滤波参数设置

Table 2 Parameter setting of Kalman filter

未知参数	先验方差	系统动态噪声	初始赋值
坐标参数	100×100 m <sup>2</sup>	0	伪距单点定位
天顶对流层延迟	0.5×0.5 m <sup>2</sup>	0.03×0.03 m <sup>2</sup> /h	Hopfield 模型
模糊度	10 <sup>6</sup> ×10 <sup>6</sup> cycle <sup>2</sup>	0	$\nabla \Delta N = (\nabla \Delta P - \nabla \Delta \phi) / \lambda$

表 3 基线信息

Table 3 Information of baselines

序号	基线	时长/h	基线长度/km	BDS-3 平均卫星数量/个
1	HZNZ-HZXX	24	88.78	8.1
2	HZLB-HZNZ	24	92.98	7.8
3	HZLB-HZXX	24	106.06	7.8

水平相当,但弱电层组合的 ADOP 值整体上小于无电离层组合,表明前者模糊度解算精度更高.从图 2 中可以看出,ADOP 值共有 3 次初始化,这是因为参考卫星变化导致的,同时由于卫星升降也会导致 Ratio 值和 ADOP 值出现波动.

为了比较两种模型模糊度固定效率,本文对不同模型和组合的模糊度首次固定时间加以对比.以 Ratio 值大于 2.5 且能维持固定 10 个历元以上为模糊度首次固定条件.不同基线情况下,弱电层组合均能率先固定模糊度,这是由于使用双频无电离层组合时需要等待宽巷模糊度固定完成,而宽巷固定需要一定时间,本文使用 HATCH 滤波对宽巷模糊度进行平滑处理.弱电层组合由于具有整数特性,可以直接使用 LAMBDA 算法搜索固定模糊度,从图 2 中也能看出,定位初始的几个历元弱电层组合模糊度已经可以固定,但后续有新卫星升起,导致滤波时受到影响,使之重新固定.表 4 统计了 3 条基线不同组合首次模糊度固定所需的历元数.

使用双频无电离层组合进行中长基线解算, B1I+B3I 模糊度首次固定时间少于 B1I+B2a, B1I+B2a 模

糊度首次固定时间少于 B1C+B3I, B1C+B3I 模糊度首次固定时间少于 B1C+B2a.3 条基线中弱电层组合相比最先固定的双频无电离层组合的模糊度首次固定时间分别提高了 10%、14.8%、42.1%.图 3 给出了基线 2 一天时间内弱电层组合和多种双频无电离层组合的在 N、E、U 3 个方向上的定位结果,其中

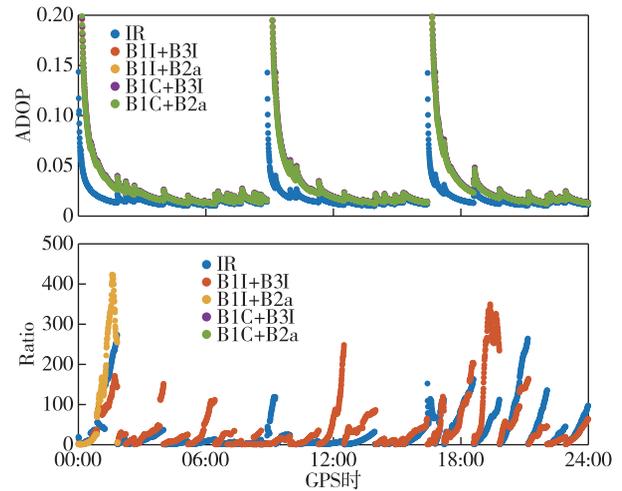


图 2 基线 HZLB-HZNZ 的 ADOP 和 Ratio 值

Fig. 2 ADOP and Ratio of baseline HZLB-HZNZ

表 4 模糊度首次固定所需历元

Table 4 Time needed for first fixing of ambiguity

序号	基线	IR	B1I+B3I	B1I+B2a	B1C+B3I	B1C+B2a
1	HZNZ-HZXX	18	22	20	19	21
2	HZLB-HZNZ	23	27	35	40	44
3	HZLB-HZXX	22	38	40	46	52

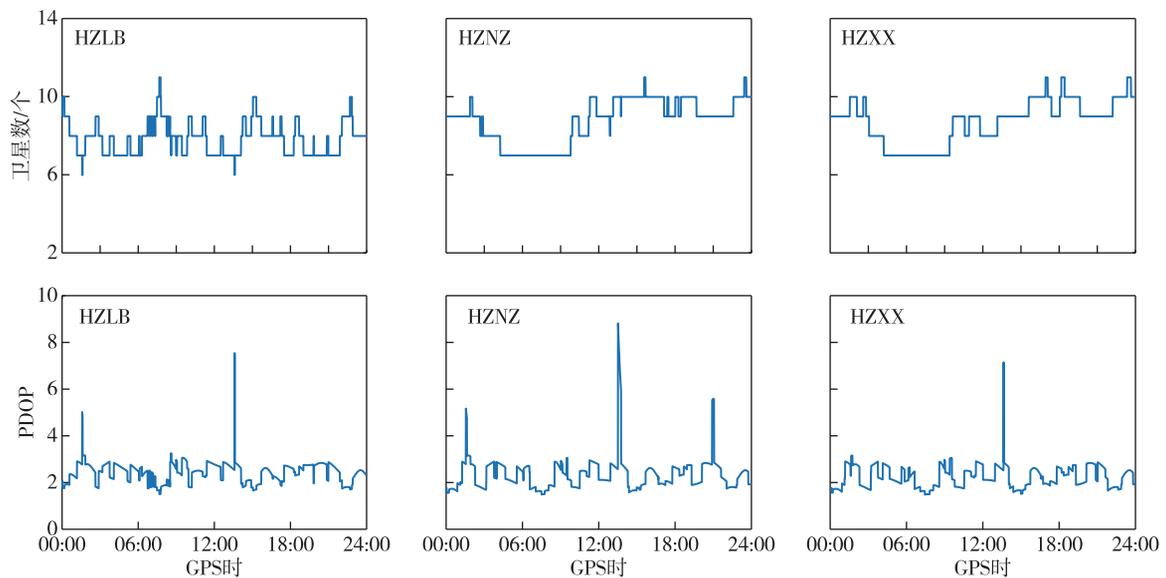


图 1 3 个测站观测卫星数和 PDOP

Fig. 1 Satellite number and the PDOP of three stations

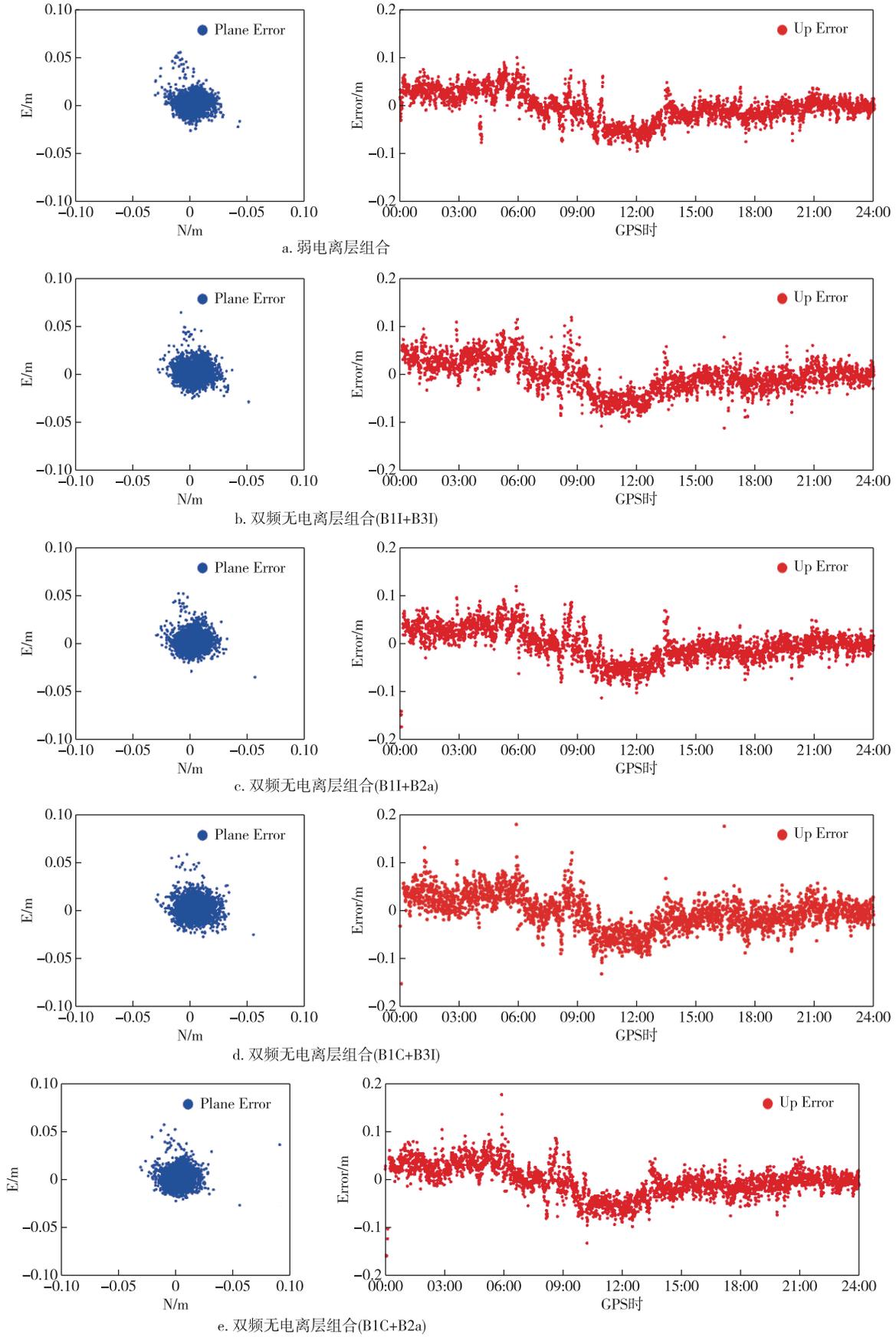


图3 基线 HZLB-HZLNZ 弱电层和双频无电离层组合定位误差  
Fig.3 Positioning errors of IR and dual-frequency IF model of baseline HZLB-HZLNZ

包括浮点解和固定解,可见两种模型不同组合的平面定位误差除个别历元外均在 5 cm 以内,高程定位误差大部分在-10 cm 至 10 cm 范围内波动.表 5 统计了 3 条基线各种组合固定解的定位中误差.

表 5 3 条基线定位中误差

Table 5 Positioning errors of three baselines cm				
基线	组合方式	N	E	U
HZNZ-HZXX	IR	0.49	0.59	3.18
	B1I+B3I	0.53	0.72	3.29
	B1I+B2a	0.53	0.66	3.34
	B1C+B3I	0.62	0.82	3.37
HZLB-HZXX	B1C+B2a	0.53	0.65	3.34
	IR	0.72	0.70	3.01
	B1I+B3I	0.86	0.83	3.45
	B1I+B2a	0.79	0.77	3.32
HZLB-HZXX	B1C+B3I	0.92	0.88	3.54
	B1C+B2a	0.78	0.76	3.28
	IR	0.76	0.77	3.71
	B1I+B3I	0.80	0.84	4.42
HZLB-HZXX	B1I+B2a	0.75	0.82	4.46
	B1C+B3I	0.92	0.88	4.48
	B1C+B2a	0.79	0.79	4.40

由表 5 可知,随着基线长度的增加,定位误差也有不同程度的增大,且高程方向较为明显.不同基线情况下,弱电层组合在平面和高程方向的定位精度均优于双频无电离层组合,验证了弱电层组合模型具有更优的定位精度.从表 5 中定位中误差统计结果可知,3 条基线在弱电层组合情况下平面定位中误差均在 1 cm 以内,高程方向中误差在 4 cm 以内,在双频无电离层组合情况下平面定位中误差均在 1 cm 以内,高程方向中误差在 5 cm 以内.在双频无电离层组合中,B1I+B2a 和 B1C+B2a 的定位精度基本一致,优于 B1I+B3I 和 B1C+B3I 的组合,这是因为前者噪声更小.以基线 HZLB-HZXX 为例,在 N、E、U 3 个方向上,弱电层组合定位精度相比最差(B1C+B3I)的双频无电离层组合定位精度分别提高了 21.7%、20.5%、15.0%,比最优双频无电离层组合(B1C+B2a)定位精度分别提高了 7.7%、7.9%、8.2%.

通过上述实验可知,弱电层组合在模糊度固定效率和定位精度方面均优于双频无电离层组合,且通过分析可知弱电层组合只需解算窄巷模糊度,无需传统三步法中平滑宽巷模糊度和恢复窄巷模糊度的步骤,在操作上更加简便,同时减少了数据

传输量,可以为网络 RTK 提供更多解决方案.

## 4 结论

本文针对中长基线解算,利用其中一个多频组合具有电离层延迟较小和整数特性这一优点,设计了一种基于弱电层组合并顾及对流层延迟的解算模型,相比于传统双频无电离层模型,该模型的模糊度固定速度提高了 10% 以上,N、E、U 3 个方向定位精度相比最优双频无电离层组合(B1C+B2a)分别提高了 7.7%、7.9%、8.2%.本文研究为高速公路基准站建设和维护中的基线解算过程提供了新的解决方案.

## 参考文献

### References

- [1] Tang W M, Deng C L, Shi C, et al. Triple-frequency carrier ambiguity resolution for BeiDou navigation satellite system [J]. *GPS Solutions*, 2014, 18(3): 335-344
- [2] 吕伟才,高井祥,王坚,等.北斗三频约束的短基线模糊度单历元算法[J].*中国矿业大学学报*, 2015, 44(6): 1090-1096  
LYU Weicai, GAO Jingxiang, WANG Jian, et al. The single epoch algorithm for short baseline ambiguity based on BeiDou three frequency constraint [J]. *Journal of China University of Mining & Technology*, 2015, 44(6): 1090-1096
- [3] 刘炎炎,叶世榕,江鹏,等.基于北斗三频的短基线单历元模糊度固定[J].*武汉大学学报(信息科学版)*, 2015, 40(2): 209-213  
LIU Yanyan, YE Shirong, JIANG Peng, et al. Instantaneous ambiguity resolution of short baselines using BeiDou triple frequency observations [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2015, 40(2): 209-213
- [4] Zhao Q L, Dai Z Q, Hu Z G, et al. Three-carrier ambiguity resolution using the modified TCAR method [J]. *GPS Solutions*, 2015, 19(4): 589-599
- [5] 祝会忠,雷啸挺,徐爱功,等.顾及 GEO 卫星约束的长距离 BDS 三频整周模糊度解算[J].*测绘学报*, 2020, 49(9): 1222-1234  
ZHU Huizhong, LEI Xiaoting, XU Aigong, et al. The integer ambiguity resolution of BDS triple-frequency between long range stations with GEO satellite constraints [J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2020, 49(9): 1222-1234
- [6] 章浙涛,李博峰,何秀凤.北斗三号多频相位模糊度无几何单历元固定方法[J].*测绘学报*, 2020, 49(9): 1139-1148  
ZHANG Zhetao, LI Bofeng, HE Xiufeng. Geometry-free single-epoch resolution of BDS-3 multi-frequency carrier ambiguities [J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2020, 49(9): 1139-1148

- [ 7 ] 高旺,潘树国,黄功文.基于 BDS-3 和 Galileo 多频信号弱电离层组合的中长基线 RTK 定位方法[J].中国惯性技术学报,2020,28(6):783-788  
GAO Wang, PAN Shuguo, HUANG Gongwen. Medium-baseline RTK positioning method based on BDS-3 and Galileo multi-frequency ionosphere-reduced combinations [J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2020, 28(6):783-788
- [ 8 ] 高旺,潘树国,刘力玮,等.基于 BDS-3 五频超宽巷/宽巷组合的中长基线单历元定位方法[J].中国惯性技术学报,2021,29(3):293-299  
GAO Wang, PAN Shuguo, LIU Liwei, et al. Medium-long-baseline single-epoch positioning method based on BDS-3 five-frequency EWL/WL combinations [J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2021, 29(3):293-299
- [ 9 ] Zhang Z T, Li B F, He X F, et al. Models, methods and assessment of four-frequency carrier ambiguity resolution for BeiDou-3 observations [J]. GPS Solutions, 2020, 24(4):96
- [ 10 ] Feng Y M. GNSS three carrier ambiguity resolution using ionosphere-reduced virtual signals [J]. Journal of Geodesy, 2008, 82(12):847-862
- [ 11 ] Li J L, Yang Y X, He H B, et al. Benefits of BDS-3 B1C/B1I/B2a triple-frequency signals on precise positioning and ambiguity resolution [J]. GPS Solutions, 2020, 24(4):100
- [ 12 ] 郑福.北斗/GNSS 实时广域高精度大气延迟建模与增强 PPP 应用研究[D].武汉:武汉大学,2017  
ZHENG Fu. Research on BDS/GNSS real-time wide-area high-accuracy atmospheric delay modeling and augmentation precise point positioning applications [D]. Wuhan: Wuhan University, 2017

## BDS quad-frequency medium and long baseline ambiguity resolution

CAO Xiang<sup>1</sup> ZHANG Jie<sup>1</sup> GAO Chengfa<sup>2</sup> SHAO Peihan<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Nanjing Institute of Measurement and Testing Technology, Nanjing 210049, China

<sup>2</sup> School of Transportation, Southeast University, Nanjing 211189, China

**Abstract** With the completion of the BDS-3, China has become the third country that has global navigation satellite system. Furthermore, BDS-3 can broadcast observation signals up to five frequencies, which has great significance to achieve rapid fixing of ambiguity and improve positioning accuracy. The Ionosphere Reduced (IR) combination has minimal ionospheric delay and integer characteristics, therefore, a solution model based on IR combination is established for medium and long baseline utilizing the quad-frequency observations of BDS-3 in this paper. In the meanwhile, the tropospheric delay is estimated with tropospheric mapping function. The experimental results show that compared with traditional dual-frequency Ionosphere-Free (IF) model, the ambiguity fixing speed of the IR model is improved by more than 10%, and the positioning accuracy in north (N), east (E) and up (U) directions are improved by 7.7%, 7.9% and 8.2%, respectively.

**Key words** BDS-3; quad-frequency; ambiguity resolution; long baseline