

梅平^{1,2} 张豪¹ 朱涵智¹ 苏东彦¹ 赵迅¹

基于奇异摄动分解的固定翼无人机抗扰动滑模控制

摘要

为了提高固定翼无人机的飞行控制精度,减少系统动态耦合和外界干扰对固定翼无人机飞行控制系统性能的影响,建立了固定翼无人机的奇异摄动模型,在此基础上提出基于干扰观测器的滑模控制方法.首先对固定翼无人机的速度和姿态进行动力学建模,将固定翼无人机的动力学模型转换为奇异摄动模型,再对奇异摄动模型进行快慢分解完成解耦,得到两个降阶非耦合子系统,即以角速度为快变量的快子系统和以速度、姿态为慢变量的慢子系统,分别对角速度回路和速度、姿态回路设计基于干扰观测器的滑模控制器.最后,采用 Simulink 仿真验证了基于快、慢分解的固定翼无人机滑模控制方法的可行性和有效性.

关键词

奇异摄动法;固定翼无人机;滑模控制;干扰观测器;动力学建模

中图分类号 TP242.6

文献标志码 A

收稿日期 2021-10-19

资助项目 国家自然科学基金(51875293);国家重点研发计划(2018YFC1405703)

作者简介

梅平,女,博士,副教授,研究方向为奇异摄动理论、时滞系统,以及非线性系统的分析与控制.meiping1007@163.com

¹ 南京信息工程大学 自动化学院,南京,210044

² 南京信息工程大学 大气环境与装备技术协同创新中心,南京,210044

0 引言

固定翼无人机具有续航时间长、巡航范围大、使用成本低、信息感知强等优点,作为高机动性载具能够搭载多种仪器完成相应任务,被广泛应用于巡逻侦察、电子干扰、战场支援、森林灭火、地形测绘等军民领域.然而,固定翼无人机是典型的具有非完整线性约束的运动体,其动力学模型具有耦合程度高、非线性强等特点^[1].同时,风速等外界的扰动对于无人机的飞行影响也较大,对于不同形态的固定翼无人机,飞行姿态与速度的控制效果也不尽相同.因此,固定翼无人机的控制相较于旋翼等其他无人机控制更为复杂,控制难度也更大.

对于固定翼飞行策略优化控制问题,众多国内外优秀学者都有不同的见解、设计与实践.王力等^[2]在设计固定翼控制方法时,引入了非线性干扰观测器对复合干扰进行精确估计,同时设计自适应二阶PID滑模控制器消除了切换控制引起的抖震现象.宗群等^[3]针对固定翼无人机的姿态和速度控制中存在不确定和外部扰动的问题,设计自适应超螺旋滑模干扰观测器和控制器,从而实现固定翼无人机对速度和姿态命令的有限时间精确跟踪.蒲明等^[4]将新型快速 Treminal滑模与动态滑模相结合,避免了控制器抖振,设计了近空间飞行器快、慢回路控制器,并采用改进的非线性干扰观测器逼近近空间飞行器复合干扰,进一步提高控制精度.Raza等^[5]利用输出反馈控制拓扑为非线性固定翼模型设计鲁棒控制器并且引入不确定性对控制器和观测器的鲁棒性进行了评估.然而,上述文献未对固定翼模型进行解耦运算,而是直接对角速度回路和速度、姿态回路采用非线性控制设计方法设计控制器,对于高度耦合系统来说这样处理显然难以保证控制的精度和准确性.

在系统理论与控制工程中,建模是一个基本问题.多数物理系统都含有快、慢动态耦合的现象.早期对这类系统的处理方法是简单地忽略快变模态从而降低系统的阶数,然而,大量事实证明,基于这样的简化模型设计的控制效果往往与设计要求相距甚远.比如,电力系统的快动态以毫秒计,但其能量十分巨大,快动态失调是导致电力系统崩溃的主要原因.因此,如果忽略快动态来分析电力系统的稳定性,效果与实际要求相差甚远^[6].奇异摄动方法是有效处理这类问题的工具,其思想是首先忽略快变量以降低系统阶数,然后通过引入边界层校正来提高近似程度^[7].这两个降阶的系统就可以用来近似原系统的

动力学行为^[8].在飞机的控制中,速度的变化远快于角度和位置的变化,可以考虑将此类系统建为奇异摄动模型^[9].因此,本文考虑到固定翼无人机的快、慢动态耦合特性,首先将其建立成奇异摄动模型,再利用奇异摄动分解能够有效降低系统阶次^[10]、消除系统刚性问题的特性,将固定翼无人机的奇异摄动模型分解为以角速度为快变量的角速度回路和以速度、姿态为慢变量的速度、姿态回路,大大降低控制器的设计复杂性^[11].

不同于PID控制,滑模控制^[12-13]本质上是特殊的非线性控制,它通过控制作用使得系统的状态轨迹运动到合适的切换流形,然后沿此流形逐渐运动到平衡点,系统一旦进入滑模运动,在一定条件下便会对外部的干扰及参数扰动具有不变特性,因此,滑模控制方法具有算法简单、抗干扰性能好以及容易实现等优点,适用于不确定非线性多变量的控制系统^[14].但滑模控制因存在不利的抖动,对系统控制会造成影响,为此本文采用改进的滑模控制方法,从而减少传统滑模所产生的抖动现象,降低系统跟踪误差,提高稳定性.

本文的主要工作体现在以下几个方面:

- 1) 建立固定翼无人机的奇异摄动模型;
- 2) 利用奇异摄动时标分解法对上述奇异摄动模型在不同时间尺度内分解,建立解耦的角速度回路和速度、姿态回路;
- 3) 提出改进的滑模控制器,减少系统抖动;
- 4) 提出基于干扰观测器的滑模控制,减少外部干扰.

1 固定翼奇异摄动系统建模

1.1 坐标系的建立与变换

运动中的固定翼无人机的动力学方程通常可以用非线性状态空间形式或独立的一阶常微分方程组表示,由于方程中包含飞行相关的空气动力、转动惯量等因素,且横、纵向运动之间会发生耦合,为有效表示飞机的运动状态,建立合适的坐标系是极其必要的.为了描述固定翼无人机的速度、位置和姿态变化,本文采用机体坐标系和地面坐标系来描述飞机的飞行状态,并且给出相应的变换矩阵.

选取地面上任意一点 o_b 为地面坐标系原点, x_b 指向正北, y_b 与 x_b 垂直且指向正东, z_b 指向地心且与面 $x_b o_b y_b$ 垂直.机体坐标系原点 o_e 位于固定翼无人机质心处, $o_e x_e$ 轴指向固定翼机头方向, $o_e y_e$ 轴垂直于 $o_e x_e$ 轴指向飞机右侧, $o_e z_e$ 轴垂直于 $x_e o_e y_e$ 指向固定

翼机腹.坐标关系如图1所示.

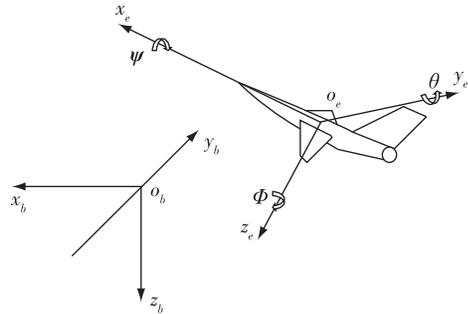


图1 坐标系示意

Fig. 1 Schematic diagram of coordinate systems

为建立固定翼无人机动力学模型,现将各方向运动由参数表示,各参数及其含义^[15]如表1所示.

表1 机体坐标系下运动参数及其含义

Table 1 Motion parameters and their meanings in aircraft coordinate system

参数名	x_e 轴	y_e 轴	z_e 轴
线速度	u	v	w
角速度	p	q	r
气动力	F_{x_e}	F_{y_e}	F_{z_e}
气动力矩	F_{l_e}	F_{m_e}	F_{n_e}
转动惯量	I_{x_e}	I_{y_e}	I_{z_e}
惯性积	D	J	F

地面坐标系下能够表示出固定翼无人机当前的位置与姿态变化,在地面坐标系下,可分别用 θ, ψ, Φ 表示固定翼无人机的俯仰、滚转、偏航角, x_b, y_b, z_b 表示无人机在地面坐标系下的位置.

1.2 固定翼无人机动力学建模

在不影响实验及算法的基础上,为方便分析,本文将做出如下假设:

假设1:将整架飞机视为刚体,且在运动时间间隔内忽略油量或电量消耗,认为飞机质量为常量.

假设2:由于无人机是具有较小质量和体积的舵机,故可忽略飞机转动部件的陀螺效应及操作控制系统的动力学特性影响.

假设3:飞机质量分布关于 $x_e z_e$ 平面对称,即 D, F 为0.忽略地球自转对飞机的影响且重力加速度 g 不随着飞机的运动而改变.

假设4:对于系统内部及外界存在的复合干扰 $D(x, t)$,假设存在未知常数 β 和 η 使得 $\|D(x, t)\| \leq \beta$ 和 $\|\dot{D}(x, t)\| \leq \eta$ 成立.

则可将固定翼无人机非线性模型^[15]表示为

$$\begin{cases} \dot{u} = rv - qw - g\sin\theta + \frac{1}{m}F_{x_e}, \\ \dot{v} = pw - ru + g\cos\theta\sin\Phi + \frac{1}{m}F_{y_e}, \\ \dot{w} = qu - pv + g\cos\theta\cos\Phi + \frac{1}{m}F_{z_e}; \\ \dot{p} = \frac{1}{I_{x_e}}[(I_{y_e} - I_{z_e})qr + J(\dot{r} + pq) + F_{l_e}], \\ \dot{q} = \frac{1}{I_{y_e}}[(I_{z_e} - I_{x_e})pr + J(r^2 - p^2) + F_{m_e}], \\ \dot{r} = \frac{1}{I_{z_e}}[(I_{x_e} - I_{y_e})pq + J(\dot{p} - qr) + F_{n_e}]; \\ \dot{\varphi} = p + q\sin\varphi\tan\theta + r\cos\varphi\tan\theta, \\ \dot{\theta} = q\cos\varphi - r\sin\varphi, \\ \dot{\psi} = (q\sin\varphi + r\cos\varphi)\sec\theta. \end{cases} \quad (1)$$

式(1)中各参数含义见表1.

气动力与气动力矩的表达式(包含系统产生的推力与推力矩)如式(2)、(3)所示:

$$\begin{cases} F_{x_e} = \frac{1}{2}\rho V^2 S C_D + F_T, \\ F_{y_e} = \frac{1}{2}\rho V^2 S C_Y, \\ F_{z_e} = \frac{1}{2}\rho V^2 S C_L; \\ F_{l_e} = \frac{1}{2}\rho V^2 S b C_l, \\ F_{m_e} = \frac{1}{2}\rho V^2 S b C_m + F_T Z_T, \\ F_{n_e} = \frac{1}{2}\rho V^2 S b C_n. \end{cases} \quad (2)$$

其中: ρ 为空气密度; m 为固定翼无人机质量;固定翼线速度标量 $V = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2}$; F_T 为发动机提供

的推力; Z_T 为推力矩; S 为机翼面积; b 为机翼长度. $C_D, C_Y, C_L, C_l, C_m, C_n$ 为相关空气动力系数,是飞机状态向量($\xi = [V, \alpha, \beta, p, q, r, \varphi, \theta, \phi, x, y, z]^T$)和输入向量($\delta = [\delta_T, i_H, \delta_A, \delta_R]^T$)的函数,用于表示作用在飞机上的空气动力和力矩; C_D 表示飞机总阻力, C_Y 表示气动侧向力, C_L 表示升力, C_l 表示横滚力矩, C_m 表示俯仰力矩, C_n 表示偏航力矩,通常由实验测得,计算方式^[16]如下:

$$\begin{aligned} C_D(\xi, \delta) &= C_{D0} + C_{D\alpha}\alpha + C_{Dq}\frac{\bar{c}}{2V}q + C_{D_{i_H}}i_H, \\ C_L(\xi, \delta) &= C_{L0} + C_{L\alpha}\alpha + C_{Lq}\frac{\bar{c}}{2V}q + C_{L_{i_H}}i_H, \\ C_m(\xi, \delta) &= C_{m0} + C_{m\alpha}\alpha + C_{mq}\frac{\bar{c}}{2V}q + C_{m_{i_H}}i_H, \\ C_Y(\xi, \delta) &= C_{Y0} + C_{Y\beta}\beta + C_{Yp}\frac{b}{2V}p + C_{Yr}\frac{b}{2V}r + \\ &\quad C_{Y\delta_A}\delta_A + C_{Y\delta_R}\delta_R, \\ C_l(\xi, \delta) &= C_{l0} + C_{l\beta}\beta + C_{lp}\frac{b}{2V}p + C_{lr}\frac{b}{2V}r + \\ &\quad C_{l\delta_A}\delta_A + C_{l\delta_R}\delta_R, \\ C_n(\xi, \delta) &= C_{n0} + C_{n\beta}\beta + C_{np}\frac{b}{2V}p + C_{nr}\frac{b}{2V}r + \\ &\quad C_{n\delta_A}\delta_A + C_{n\delta_R}\delta_R, \end{aligned} \quad (4)$$

式中,前倾角 $\alpha = \arctan \frac{w}{u}$,侧滑角 $\beta = \arcsin \frac{v}{V}$,其余各参数含义及仿真取值如表2所示.

1.3 奇异摄动模型建立

为满足奇异摄动法对系统进行快慢分解的要求^[17-18],可将各状态参数表示为矩阵与行列式的形式,其表示方法如式(5)所示.

$$\begin{cases} \mathbf{x} = [u, v, w, \Phi, \theta, \psi]^T, \\ \mathbf{z} = [p, q, r]^T. \end{cases} \quad (5)$$

表2 空气动力系数计算参数

Table 2 Parameters for aerodynamic coefficient calculation

纵向气动导数	$C_{D0} = 0.072,$	$C_{D\alpha} = 0.382,$	$C_{Dq} = 0,$	$C_{D_{i_H}} = 0.145,$
	$C_{L0} = 0,$	$C_{L\alpha} = 6.947,$	$C_{Lq} = 0,$	$C_{L_{i_H}} = 1.517,$
	$C_{m0} = 0.045,$	$C_{m\alpha} = -0.707,$	$C_{mq} = -1.713,$	$C_{m_{i_H}} = -0.543$
侧向气动导数	$C_{Y0} = -0.022,$	$C_{Y\beta} = 0.27,$	$C_{Yp} = 4.275,$	$C_{Yr} = -0.317$
	$C_{Y\delta_A} = 1.017,$	$C_{Y\delta_R} = -0.707,$	$C_{l0} = -0.007,$	$C_{l\beta} = -0.367,$
	$C_{lp} = -1.662,$	$C_{lr} = 0.145,$	$C_{l\delta_A} = -0.505,$	$C_{l\delta_R} = 0.109,$
	$C_{n0} = 0.002,$	$C_{n\beta} = 0.109,$	$C_{np} = -0.184,$	$C_{nr} = -0.575,$
	$C_{n\delta_A} = -0.067,$	$C_{n\delta_R} = -0.196$		

由于固定翼无人机线速度和角度相较于角速度变化慢^[9],因此能够将线速度与角度作为慢变量、角速度作为快变量进行处理.由式(1)、(5)可将动力学模型表示为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}_1(\mathbf{x})\mathbf{z}_1 + \mathbf{f}_2(\mathbf{x}) + \mathbf{f}_3(\mathbf{x})\mathbf{u} + \mathbf{D}_1(\mathbf{x},\mathbf{z},t), \\ \dot{\mathbf{z}}_1 = \mathbf{g}_1(\mathbf{x})\mathbf{z}_1 + \mathbf{M}_1\dot{\mathbf{z}}_1 + \mathbf{g}_2(\mathbf{x}) + \mathbf{g}_3(\mathbf{x})\mathbf{u} + \mathbf{D}_2(\mathbf{x},\mathbf{z},t), \end{cases} \quad (6)$$

其中,各矩阵表达式如下:

$$\mathbf{f}_1(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 0 & -w & v \\ w + \frac{\rho V S b C_{Yp}}{4m} & 0 & \frac{\rho V S b C_{Yr}}{4m} - u \\ -v & u & 0 \\ 1 & \sin\Phi \tan\theta & \cos\Phi \tan\theta \\ 0 & \cos\Phi & -\sin\Phi \\ 0 & \sin\Phi \sec\theta & \cos\Phi \sec\theta \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{M}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{J}{I_{x_e}} \\ \frac{J}{I_{z_e}} & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{f}_2(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \frac{\rho V^2 S (C_{D0} + C_{D\alpha})}{2m} - g \sin\theta \\ \frac{\rho V^2 S (C_{Y0} + C_{Y\beta})}{2m} + g \cos\theta \sin\Phi \\ \frac{\rho V^2 S C_{L\alpha} \alpha}{2m} + g \cos\theta \cos\Phi \\ \frac{\rho V^2 S b (C_{l0} + C_{l\beta} \beta)}{2I_x} \\ \frac{\rho V^2 S b (C_{m0} + C_{m\alpha} \alpha)}{2I_y} \\ \frac{\rho V^2 S b (C_{n0} + C_{n\beta} \beta)}{2I_z} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{f}_3(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \frac{\rho V^2 S C_{DiH}}{2m} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\rho V^2 S C_{Y\delta_A}}{2m} & \frac{\rho V^2 S C_{Y\delta_R}}{2m} \\ \frac{\rho V^2 S C_{LiH}}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

式中, $\mathbf{D}_1, \mathbf{D}_2$ 分别为系统所受到的内外部扰动,将式(6)进行移项整理化简后可得:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}_1(\mathbf{x})\mathbf{z}_1 + \mathbf{f}_2(\mathbf{x}) + \mathbf{f}_3(\mathbf{x})\mathbf{u} + \mathbf{D}_1(\mathbf{x},\mathbf{z},t), \\ \dot{\mathbf{z}}_1 = \mathbf{G}_1(\mathbf{x})\mathbf{z}_1 + \mathbf{G}_2(\mathbf{x}) + \mathbf{G}_3(\mathbf{x})\mathbf{u} + \mathbf{D}_2(\mathbf{x},\mathbf{z},t). \end{cases} \quad (7)$$

奇异摄动系统是带有小参数 ε 的系统,时标分解法在奇异摄动分解领域具有重要的作用.其原理为假设一个系统整体能够分解为快变化(非主导因素)和慢变化(主导因素)的系统,快子系统较慢子系统的变化速率更快,达到稳定时所用的时间也更少.引入小参数 $\varepsilon (0 < \varepsilon < 1)$,令 $\mathbf{z}_1 = \varepsilon \mathbf{z}$,可将式(7)表示为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F}_1(\mathbf{x})\mathbf{z} + \mathbf{f}_2(\mathbf{x}) + \mathbf{f}_3(\mathbf{x})\mathbf{u} + \mathbf{D}_1(\mathbf{x},\mathbf{z},t), \\ \varepsilon \dot{\mathbf{z}} = \mathbf{G}(\mathbf{x})\mathbf{z} + \mathbf{G}_2(\mathbf{x}) + \mathbf{G}_3(\mathbf{x})\mathbf{u} + \mathbf{D}_2(\mathbf{x},\mathbf{z},t). \end{cases} \quad (8)$$

1.4 快慢子系统分解

奇异摄动法能够根据不同的时间尺度将系统分解为近似于原系统的快子系统与慢子系统,从而得到系统的近似解,即快变量与慢变量,通过为两个近似子系统分别设计控制方法以达到预期的控制目标.令快子系统的控制输入为 \mathbf{u}_f ,慢子系统的控制输入为 \mathbf{u}_s .

假设慢子系统的时间尺度为 t ,输入为 $\mathbf{u}_s(t)$,则令 $\varepsilon = 0$,代入式(8),可求得近似解:

$$\mathbf{z}_s = -\mathbf{G}(\mathbf{x}_s)^{-1} [\mathbf{G}_2(\mathbf{x}_s) + \mathbf{G}_3(\mathbf{x}_s)\mathbf{u}_s + \mathbf{D}_2(\mathbf{x},\mathbf{z},t)]. \quad (9)$$

将式(9)代入式(8)可得慢子系统表达式:

$$\dot{\mathbf{x}}_s = \mathbf{A}(\mathbf{x}_s) + \mathbf{U}(\mathbf{x}_s, \mathbf{u}_s) + \mathbf{D}_1(\mathbf{x}, \mathbf{z}, t), \quad (10)$$

其中, $\mathbf{A}(\mathbf{x}_s) = \mathbf{f}_2(\mathbf{x}_s) - \mathbf{F}_1(\mathbf{x}_s)\mathbf{G}(\mathbf{x}_s)^{-1}\mathbf{G}_2(\mathbf{x}_s)$, $\mathbf{U}(\mathbf{x}_s, \mathbf{u}_s) = [\mathbf{f}_3(\mathbf{x}_s) - \mathbf{F}_1(\mathbf{x}_s)\mathbf{G}(\mathbf{x}_s)^{-1}\mathbf{G}_3(\mathbf{x}_s)]\mathbf{u}_s$, 式(10)即为慢子系统数学模型.

由于 $\mathbf{z} = \mathbf{z}_s + \mathbf{z}_f, \mathbf{u} = \mathbf{u}_s + \mathbf{u}_f$.因此,在新的时间尺度 $\tau (\tau = t/\varepsilon)$ 下,能够求得:

$$\varepsilon (\dot{\mathbf{z}}_s + \dot{\mathbf{z}}_f) = \mathbf{G}(\mathbf{x}_s)(\mathbf{z}_s + \mathbf{z}_f) + \mathbf{G}_2(\mathbf{x}_s) + \mathbf{G}_3(\mathbf{x}_s)(\mathbf{u}_s + \mathbf{u}_f) + \mathbf{D}_2(\mathbf{x}, \mathbf{z}, t), \quad (11)$$

代入式(9)可得快子系统的数学模型为

$$\varepsilon \dot{\mathbf{z}}_f = \mathbf{G}(\mathbf{x}_s)\mathbf{z}_f + \mathbf{G}_3(\mathbf{x}_s)\mathbf{u}_f + \mathbf{D}_2(\mathbf{x}, \mathbf{z}, t). \quad (12)$$

综上,式(10)、(12)共同构成了解耦后的固定翼无人机快慢子系统模型,其中, \mathbf{x}_s 为慢子系统线速度、角度向量, \mathbf{z}_f 为快子系统角速度向量.

2 干扰观测器的设计

由于系统存在不确定性以及外界的干扰,为了尽量减小外界扰动对固定翼无人机控制系统产生的

影响,提升系统的控制精度,本文引入了干扰观测器对外界扰动进行逼近.

由文献[19-20]提出的非线性干扰观测器(Non-linear Disturbance Observer, NDO)结构简单且运算量较小,同时能够获得较高精度的估计值,本文采用此方法对系统内外部的扰动进行估计.假设系统的内外部干扰及其变化率有界,且其界限满足:

$$\begin{cases} \|D(x, z, t)\| \leq \tilde{\omega}, \\ \|\dot{D}(x, z, t)\| \leq \tau, \end{cases} \quad (13)$$

其中, $\tau, \tilde{\omega}$ 为未知非负常数.

针对慢系统设计的干扰观测器形式如下:

$$\begin{cases} \hat{D}_1(x_s) = a_1 + Q_1(x_s), \\ \dot{a}_1 = -L(x_s)a_1 - L_1(x_s)(Q_1(x_s) + A(x_s) + U), \end{cases} \quad (14)$$

其中, $\hat{D}_1(x_s)$ 为干扰观测器的输出, a_1 为观测器内部状态向量, $L_1(x_s) = \frac{\partial Q_1(x_s)}{\partial x_s}$, $Q_1(x_s)$ 为待设计的非线性函数向量.

为了证明干扰观测器对于系统输入的补偿值能够有效抵消固定翼无人机的内外部扰动的扰动值,假设干扰误差为 $e_{\text{NDO}1}(t) = D_1(t) - \hat{D}_1(t)$.若系统干扰特性满足式(13),则有:

$$\begin{aligned} \dot{e}_{\text{NDO}1}(t) &= \dot{D}_1(t) - (\dot{a}_1 + \dot{Q}_1(x)) = \\ &= \dot{D}_1(t) - (-L_1(x)a_1 - L_1(x)(Q_1(x) + A_1(x) + U_1(t)) + \dot{Q}_1(x)) = \\ &= \dot{D}_1(t) + L_1(x)e_{\text{NDO}1}(t). \end{aligned} \quad (15)$$

求解式(15)可得:

$$\begin{cases} e_{\text{NDO}1}(t) = [e_{\text{NDO}1}^1(t) e_{\text{NDO}1}^2(t) e_{\text{NDO}1}^3(t) \cdots e_{\text{NDO}1}^n(t)], \\ e_{\text{NDO}1}^i(t) = e_{\text{NDO}1}^i(0)e^{-L_i t} + e^{-L_i t} \int_0^t \dot{D}_{1i} e^{L_i t} dt. \end{cases} \quad (16)$$

由式(13)可得补偿误差的上下限:

$$\begin{cases} e_{\text{NDO}1}^i(t) = e_{\text{NDO}1}^i(0)e^{-L_i t} + e^{-L_i t} \int_0^t \dot{D}_{1i} e^{L_i t} dt \leq \\ e^{-L_i t} \left(e_{\text{NDO}1}^i(0) - \frac{\tau_1}{L_i} \right) + \frac{\tau_1}{L_i}, \quad e_{\text{NDO}1}^i(\infty) \leq \frac{\tau_1}{L_i}; \\ e_{\text{NDO}1}^i(t) = e_{\text{NDO}1}^i(0)e^{-L_i t} + e^{-L_i t} \int_0^t \dot{D}_{1i} e^{L_i t} dt \geq \\ e^{-L_i t} \left(e_{\text{NDO}1}^i(0) + \frac{\tau_1}{L_i} \right) - \frac{\tau_1}{L_i}, \quad e_{\text{NDO}1}^i(\infty) \geq -\frac{\tau_1}{L_i}. \end{cases} \quad (17)$$

令 $\beta_d = \max \frac{\tau_1}{L_i} (i=1, 2, 3, \dots, 6)$ 可得出:当设计

合适的非线性函数 $L(x)$ 时,干扰观测器的补偿误差最终会收敛在一个半径有限的球内,其半径 $r(B) \in \beta_d^{[19]}$.

3 基于干扰观测器的滑模控制器设计

分别为奇异摄动法分解后的快慢子系统设计滑模控制器能够有效地提升系统的控制精度和速度,其系统控制结构如图2所示.

本设计采用奇异摄动时标分解法,将固定翼无人机系统飞行控制问题转化为不同的回路,分别设计飞行控制器,此方法在提高不同回路的控制精确性的同时能够显著提高快回路的控制响应速度.

3.1 基于干扰观测器的角度回路滑模控制器设计

对慢子系统设计滑模控制^[10,13,18]:

$$\begin{cases} \dot{S}_s = C_s X_e, \\ \dot{X}_e = X_c - X_s, \end{cases} \quad (18)$$

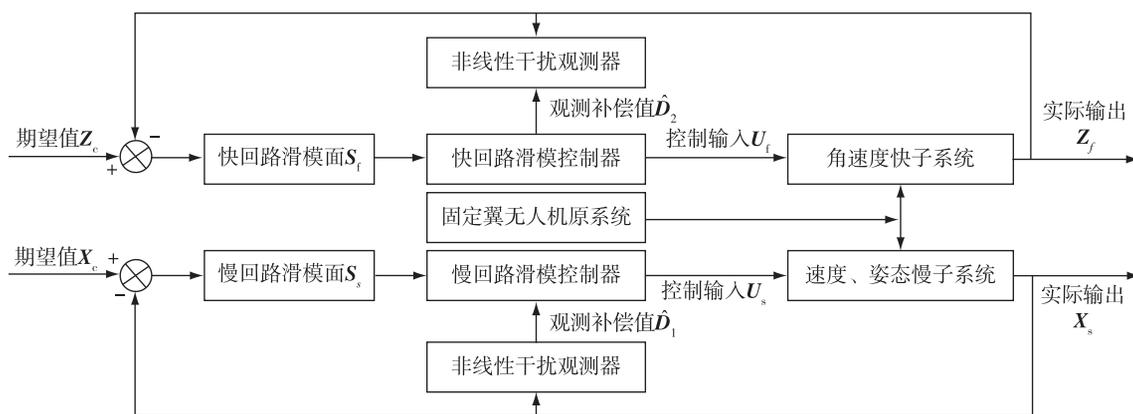


图2 基于奇异摄动的抗干扰滑模控制

Fig. 2 Schematic diagram of anti-disturbance sliding mode control based on singular perturbation

其中, \mathbf{X}_c 为给定的系统期望值, \mathbf{X}_s 为系统的实际输出值, \mathbf{C}_s 为增益矩阵.

令 $\dot{\mathbf{S}}_x = 0$ 可在干扰观测器的基础上求出自适应滑模控制器 $\mathbf{U}^{[21-22]}$:

$$\mathbf{U} = \mathbf{C}_s^{-1} [\mathbf{C}_s \dot{\mathbf{x}}_c - \mathbf{C}_s \mathbf{A}(\mathbf{x}_s) - \mathbf{C}_s \widehat{\mathbf{D}}_1 - \mathbf{K}_1 \mathbf{S}_x - \widehat{\boldsymbol{\beta}}_{d1} \tanh(\mathbf{S}_x)], \quad (19)$$

其中, $\widehat{\mathbf{D}}_1$ 为干扰观测器估计值, $\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{d1}$ 为控制器自适应率, \mathbf{K}_1 为增益系数矩阵, \tanh 为切换控制函数. 为了保证控制器使得系统在有限时间收敛, 本设计 $\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{d1}$ 的自适应率^[19]选为

$$\dot{\widehat{\boldsymbol{\beta}}}_{d1} = \|\mathbf{C}_s\| \|\mathbf{S}_x\|. \quad (20)$$

本文采用 \tanh 函数代替 sign 函数, 该切换项具有饱和函数特性且比饱和函数更加平滑, 能够有效减少滑模控制率的抖动现象, 可以保证平滑切换, 从而提高系统的稳定性和控制精度. 采用李雅普诺夫方程证明稳定性时, 该函数具有与 sign 函数相似的性质, 具体可见参考文献[23-24].

将式(18)代入式(17)并用李雅普诺夫方程:

$$\mathbf{V} = \frac{1}{2} \mathbf{S}_x^T \mathbf{S}_x + \frac{1}{2\lambda} \boldsymbol{\beta}_e^2,$$

式中跟踪误差 $\boldsymbol{\beta}_e = \boldsymbol{\beta}_d - \widehat{\boldsymbol{\beta}}_{d1}$, $\dot{\boldsymbol{\beta}}_e = \dot{\boldsymbol{\beta}}_d - \dot{\widehat{\boldsymbol{\beta}}}_{d1} = -\dot{\widehat{\boldsymbol{\beta}}}_{d1}$.

对 \mathbf{V} 求导可得:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{V}} &= \mathbf{S}_x^T [\mathbf{C}_s (\widehat{\mathbf{D}}_1 - \mathbf{D}_1) - \mathbf{K}_1 \mathbf{S}_x - \widehat{\boldsymbol{\beta}}_{d1} \|\mathbf{C}_s \mathbf{B}\| \tanh(\mathbf{S}_x)] - \dot{\widehat{\boldsymbol{\beta}}}_{d1} \boldsymbol{\beta}_e \leq \\ &\|\mathbf{C}_s\| \|\mathbf{S}_x\| \boldsymbol{\beta}_{d1} - \mathbf{K}_1 \mathbf{S}_x^T \mathbf{S}_x - \\ &\|\mathbf{C}_s\| \|\mathbf{S}_x\| (\boldsymbol{\beta}_{d1} - \widehat{\boldsymbol{\beta}}_{d1}) - \dot{\widehat{\boldsymbol{\beta}}}_{d1} \|\mathbf{C}_s\| \|\mathbf{S}_x\| = \\ &-\mathbf{K}_1 \mathbf{S}_x^T \mathbf{S}_x, \end{aligned} \quad (21)$$

取 \mathbf{K}_1 为非负矩阵即可保证 $\dot{\mathbf{V}} \leq 0$, 因 $\dot{\mathbf{V}}$ 为负半定, 可得到滑模面 \mathbf{S}_x 为有界的, 误差 \mathbf{X}_e 也为有界的, 系统输出也为有界, 同时, 估计误差 $\widehat{\mathbf{D}}$ 也为有界, 能够保证输入 \mathbf{U} 有界. 根据文献[25]中 Barbalat 定律, 可得到系统的跟踪误差是渐近收敛的.

3.2 角速度回路滑模控制器设计

对于快系统

$$\boldsymbol{\varepsilon} \dot{\mathbf{z}}_f = \mathbf{G}(\mathbf{x}_s) \mathbf{z}_f + \mathbf{G}_3(\mathbf{x}_s) \mathbf{u}_f + \mathbf{D}_2(\mathbf{x}, \mathbf{z}, t) \quad (22)$$

设计滑模控制, 可令滑模面 $\mathbf{S}_f = \mathbf{C}_f \mathbf{z}_e$, 其中 $\mathbf{z}_e = \mathbf{z}_c - \mathbf{z}_f$.

令 $\dot{\mathbf{S}}_f = 0$, 可求得等效控制率 \mathbf{u}_{feq} :

$$\mathbf{u}_{\text{feq}} = \boldsymbol{\varepsilon} (\mathbf{C}_f \mathbf{G}_3(\mathbf{x}_s))^{-1} (\mathbf{C}_f \dot{\mathbf{z}}_c - \mathbf{C}_f \mathbf{G}(\mathbf{x}_s) \mathbf{z}_f - \mathbf{C}_f \widehat{\mathbf{D}}_2), \quad (23)$$

其中,

$$\begin{cases} \widehat{\mathbf{D}}_2 = \mathbf{a}_2 + \mathbf{Q}_2(\mathbf{z}_f), \\ \dot{\mathbf{a}}_2 = -\mathbf{L}(\mathbf{z}_f) \mathbf{a}_2 - \mathbf{L}(\mathbf{z}_f) (\mathbf{Q}_2(\mathbf{z}_f) + \mathbf{G}(\mathbf{x}_s) \mathbf{z}_f + \mathbf{G}_3(\mathbf{x}_s) \mathbf{u}_f). \end{cases}$$

设所期望的到达率为

$$\mathbf{C}_f \dot{\mathbf{z}}_c - \boldsymbol{\varepsilon} \mathbf{C}_f (\mathbf{G}(\mathbf{x}_s) \mathbf{z}_f + \mathbf{G}_3(\mathbf{x}_s) \mathbf{u}_f - \mathbf{C}_f \widehat{\mathbf{D}}_2) = \widehat{\boldsymbol{\beta}}_{d2} \tanh \|\mathbf{S}_f\| + \mathbf{K}_1 \mathbf{S}_f, \quad (24)$$

则相应的变结构控制率为

$$\mathbf{u}_f = \boldsymbol{\varepsilon} (\mathbf{C}_f \mathbf{G}_3(\mathbf{x}_s))^{-1} (\mathbf{C}_f \dot{\mathbf{z}}_c - \mathbf{C}_f \mathbf{G}(\mathbf{x}_s) \mathbf{z}_f - \mathbf{C}_f \widehat{\mathbf{D}}_2 - \mathbf{K}_1 \mathbf{S}_f - \widehat{\boldsymbol{\beta}}_{d2} \tanh \|\mathbf{S}_f\|), \quad (25)$$

其中, 自适应率 $\dot{\widehat{\boldsymbol{\beta}}}_{d2} = \|\mathbf{C}_f\| \|\mathbf{S}_z\|$, 取李雅普诺夫函数 $\mathbf{V} = \frac{1}{2} \mathbf{S}_f^T \mathbf{S}_f$, 对 \mathbf{V} 求导并代入式(24), 可得:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{V}} &= \mathbf{S}_f^T [\mathbf{C}_f (\widehat{\mathbf{D}}_2 - \mathbf{D}_2) - \mathbf{K}_1 \mathbf{S}_f - \\ &\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{d2} \|\mathbf{C}_f\| \tanh(\mathbf{S}_f)] - \dot{\widehat{\boldsymbol{\beta}}}_{d2} \boldsymbol{\beta}_e \leq 0. \end{aligned} \quad (26)$$

只需取 \mathbf{K}_1 非负对角阵即可保证 $\dot{\mathbf{V}} \leq 0$, 即快子系统滑模控制器设计能够满足系统跟踪误差为 0, 系统渐近收敛, 能够达到并保持期望角速度输出, 证明方法同式(21).

4 仿真与分析

由文献[16]可获得仿真所需的固定翼无人机质量、翼展、面积等数据, 再由风洞实验可获得对应的固定翼气动力参数数据.

本文仿真是基于 Matlab 程序中的 Simulink 运行的, 仿真目标是对奇异摄动方法解耦后的机体坐标系下固定翼无人机速度及角速度进行控制. 仿真所采用的固定翼无人机质量 $m = 20.64 \text{ kg}$, 翼展 $b = 1.96 \text{ m}$, 受力面积 $S = 1.37 \text{ m}^2$, 三轴上的转动惯量 $I_{x_e} = 1.6073 \text{ kg/m}^2$, $I_{y_e} = 7.5085 \text{ kg/m}^2$, $I_{z_e} = 7.1865 \text{ kg/m}^2$, 惯性积 $J = -0.561$, 其余参数见表 2.

本文对慢系统采用的外界扰动为: $\mathbf{D} = \begin{pmatrix} 10\sin(t), 10\sin(t), 10\sin(t) \\ \sin(t), \sin(t), \sin(t) \end{pmatrix}^T$, 其余各参数取值为 $\mathbf{C}_s = \mathbf{C}_f = \text{diag}\{1, 1, 1, 1, 1, 1\}$, $k_1 = 2$, $\mathbf{K}_1 = \text{diag}\{1, \dots, 1\}$.

给定期望值 \mathbf{X}_c 为

$$\begin{aligned} &(40H(t) - 20, 10H(t) - 5, 10H(t) - 5, \\ &2H(t) - 1, 2H(t) - 1, 2H(t) - 1)^T, \end{aligned}$$

其中,

$$H(t) = \begin{cases} 1, & t \in (10k, 10k + 5), \\ 0, & t \in (10k + 5, 10k + 10). \end{cases} \quad (27)$$

给定 z_c 期望值为 $(2H(t) - 1, 2H(t) - 1, 2H(t) - 1)^T$. NDO 中参数取值如下:

$$Q(x_s) = \text{diag} \left\{ 5 \left(u + \frac{1}{3} u^3 \right), 5 \left(v + \frac{1}{3} v^3 \right), 5 \left(w + \frac{1}{3} w^3 \right), 15 \left(\Phi + \frac{1}{3} \Phi^3 \right), 15 \left(\theta + \frac{1}{3} \theta^3 \right), 15 \left(\psi + \frac{1}{3} \psi^3 \right) \right\}. \quad (28)$$

图 3 所示为解耦后的慢系统仿真曲线.

从图 3 可以看出,采用 tanh 函数代替传统滑模控制函数能够很好地消除抖动现象,从而达到提高系统稳定性效果.图 3a—d 分别为有无扰动观测器情况下的慢系统线速度与姿态角输出曲线,可以看出,当面对内外部的不确定扰动时,系统很难有效地对扰动做出调整,降低了系统的控制精度,同时也无法保证系统能够追踪期望曲线.因此,面对未知扰动时,加入扰动观测器是很有必要的,对于本身与外部扰动数值相差过大的量,干扰观测器也能够很好地对扰动值进行估计抵消.

图 4 为带扰动观测器的快系统角速度输出曲线与未解耦的原系统滑模控制系统的角速度输出对比,可以看出,对于采用奇异摄动方法解耦后的快系统,在新的时间尺度 τ 下单独设计的控制器和扰动观测器能够使得角速度快速达到期望值,相较于传统滑模控制,解耦后的快子系统具有更快的响应速度和更好的稳定性,同时能够抵消大部分外界和内部的干扰.从而说明对于快、慢动态耦合的系统,奇异摄动分解方法和扰动观测器能够快速有效地达到期望控制,同时提高系统的稳定性.

5 结论

针对固定翼无人机速度、姿态的高精度控制,本文采用奇异摄动时标分解方法将固定翼耦合系统分解为慢变的速度回路和快变的角速度回路,同时对解耦后的快、慢系统分别设计基于非线性干扰观测器的改进滑模控制方法.仿真结果表明:本文提出的方法有效地减少了滑模控制所产生的抖震现象,提

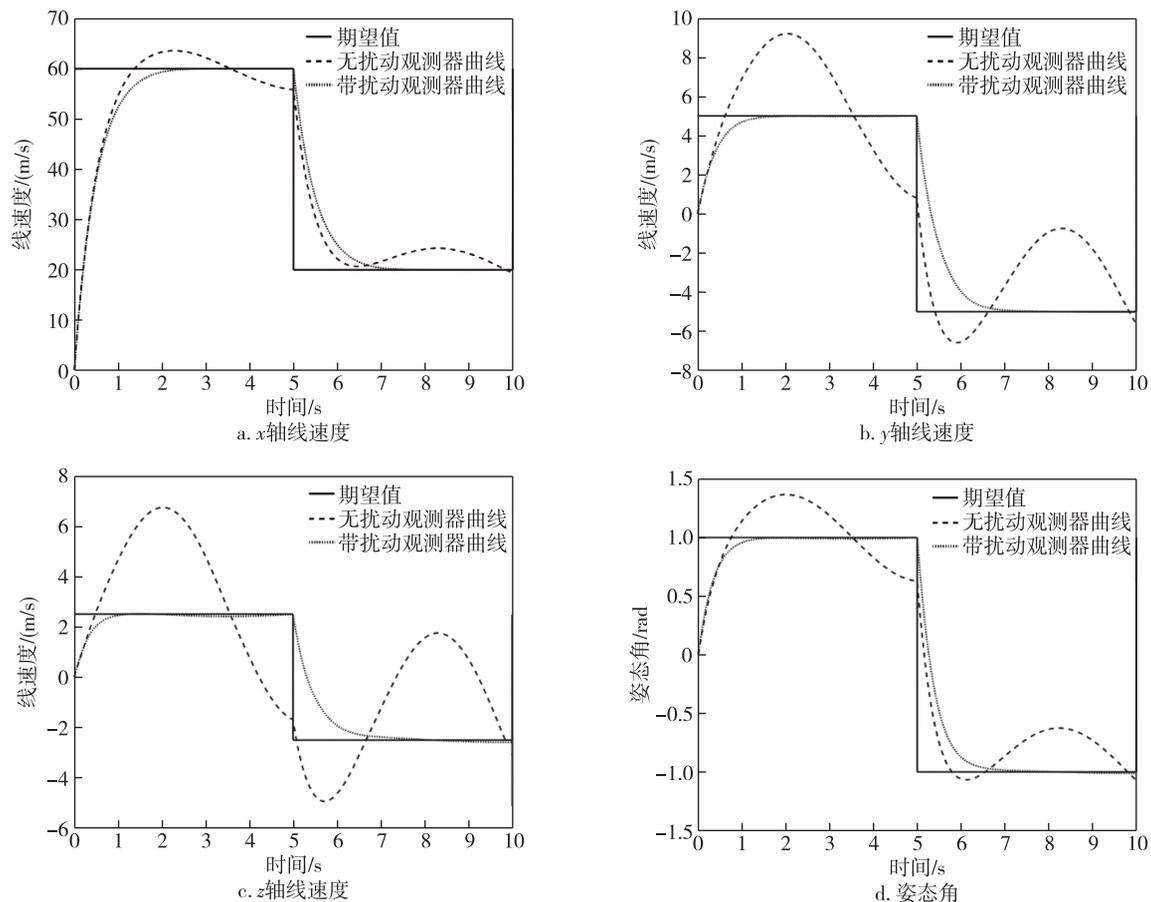


图 3 解耦后的基于扰动观测器滑模控制线速度及姿态角仿真对比

Fig. 3 Simulation comparison of linear velocity and attitude angle of sliding mode control based on disturbance observer after decoupling

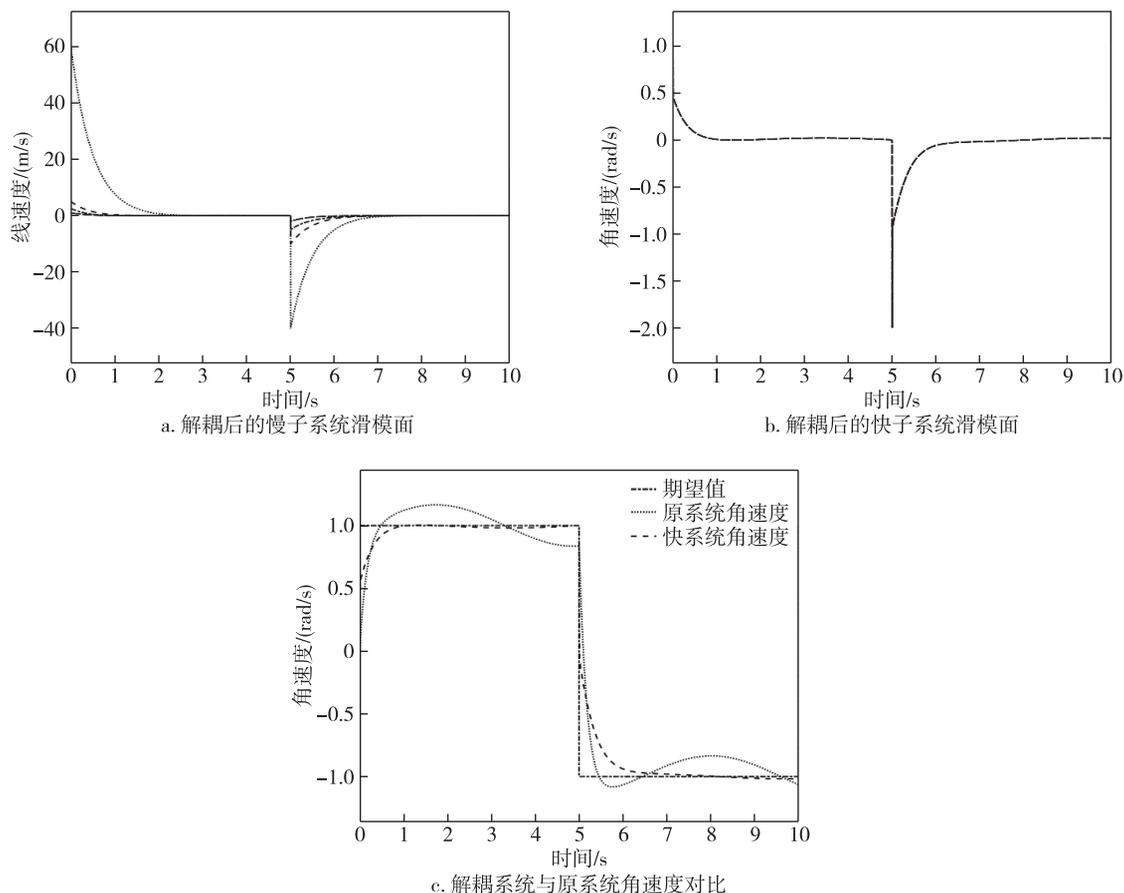


图4 带扰动观测器的快系统与未解耦原系统滑模控制角速度输出仿真对比

Fig. 4 Simulation comparison of angular velocity output of sliding mode control between fast system with disturbance observer and uncoupled original system

高了固定翼无人机系统的抗干扰能力;对于采用时标分解解耦的无人机系统,时标分解技术能够降低控制器设计的复杂性和提高系统控制的精度。

参考文献

References

- [1] Wang X K, Shen L C, Liu Z H, et al. Coordinated flight control of miniature fixed-wing UAV swarms: methods and experiments [J]. Science China Information Sciences, 2019, 62(11): 1-17
- [2] 王力, 祁浩然, 穆东旭, 等. 固定翼无人机的二阶 PID 滑模控制方法 [J]. 计算机仿真, 2019, 36(4): 39-43
WANG Li, QI Haoran, MU Dongxu, et al. Research on longitudinal attitude control of UAV based on second order sliding mode [J]. Computer Simulation, 2019, 36(4): 39-43
- [3] 宗群, 张睿隆, 董琦, 等. 固定翼无人机自适应滑模控制 [J]. 哈尔滨工业大学学报, 2018, 50(9): 147-155
ZONG Qun, ZHANG Ruilong, DONG Qi, et al. Adaptive sliding mode control for fixed-wing unmanned aerial vehicle [J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2018, 50(9): 147-155
- [4] 蒲明, 吴庆宪, 姜长生, 等. 新型快速 Terminal 滑模及其在近空间飞行器上的应用 [J]. 航空学报, 2011, 32(7): 1283-1291
PU Ming, WU Qingxian, JIANG Changsheng, et al. New fast terminal sliding mode and its application to near space vehicles [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2011, 32(7): 1283-1291
- [5] Raza A, Malik F M, Khan R, et al. Robust output feedback control of fixed-wing aircraft [J]. Aircraft Engineering and Aerospace Technology, 2020, 92(8): 1263-1273
- [6] 刘永强, 严正, 倪以信, 等. 双时间尺度电力系统动态模型降阶研究(一): 电力系统奇异摄动模型 [J]. 电力系统自动化, 2002, 26(18): 1-5
LIU Yongqiang, YAN Zheng, NI Yixin, et al. Study on the order reduction of two-time scale power system dynamic models: part one power system singular perturbation model [J]. Automation of Electric Power Systems, 2002, 26(18): 1-5
- [7] 梅平, 付景枝, 臧强. 奇异摄动系统的有限频段正实引理和界实引理 [J]. 南京信息工程大学学报(自然科学版), 2013, 5(5): 397-401
MEI Ping, FU Jingzhi, ZANG Qiang. Positive realness lemma and bounded realness lemma for singularly per-

- turbed systems within a finite frequency band[J].Journal of Nanjing University of Information Science & Technology (Natural Science Edition), 2013, 5(5): 397-401
- [8] 戴诗正. 奇异摄动理论[J]. 系统工程与电子技术, 1988, 10(2): 1-12
DAI Shizheng. Singular perturbation theory [J]. Systems Engineering and Electronics, 1988, 10(2): 1-12
- [9] XU Jing, CAI Chenxiao, LI Yongqi, et al. Dual-loop path tracking and control for quad-rotor miniature unmanned aerial vehicles[J]. Control Theory & Applications, 2015, 32(10): 1335-1342
- [10] Ren W J, Bin J, Yang H. A survey on singular perturbation theory in aerospace application [C]//2016 IEEE Chinese Guidance, Navigation and Control Conference. August 12-14, 2016, Nanjing, China. IEEE, 2016: 675-680
- [11] Shan S Q, Hou Z X, Wang W K. Aircraft longitudinal decoupling based on a singular perturbation approach[J]. Advances in Mechanical Engineering, 2017, 9(9): 168781401772747
- [12] 胡跃明. 变结构控制理论与应用[M]. 北京: 科学出版社, 2003
HU Yueming. Variable structure control theory and applications [M]. Beijing: China Science Publishing & Media Ltd., 2003
- [13] Zhang C F, Zhang G S, Dong Q. Multi-variable finite-time observer-based adaptive-gain sliding mode control for fixed-wing UAV[J]. IET Control Theory & Applications, 2021, 15(2): 223-247
- [14] Ahmed A. Sliding mode control for singularly perturbed systems [D]. Ottawa, Canada: Carleton University, 2005
- [15] 理查德·布洛克利, 史维. 飞行器设计[M]. 刘莉, 昂海松, 熊克, 译. 北京: 北京理工大学出版社, 2016
Blockley R, Shyy W. Encyclopedia of aerospace engineering 7: vehicle design [M]. New York, USA: John Wiley & Sons, Ltd., 2010
- [16] Phillips K, Campa G, Gururajan S, et al. Parameter identification for application within a fault-tolerant flight control system [C]//AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference. August 10-13, 2009, Chicago, Illinois. Reston, Virginia: AIAA, 2009: 5723
- [17] Garcia-Baquero L, Esteban S, Raffo G V. Singular perturbation control for the longitudinal and lateral-directional flight dynamics of a UAV [J]. IFAC-PapersOnLine, 2018, 51(12): 124-129
- [18] Esteban S, Gavilan F, Acosta J A. Singular perturbation control of the lateral-directional flight dynamics of an UAV [J]. IFAC-PapersOnLine, 2015, 48(9): 120-125
- [19] 于靖, 陈谋, 姜长生. 基于干扰观测器的非线性不确定系统自适应滑模控制[J]. 控制理论与应用, 2014, 31(8): 993-999
YU Jing, CHEN Mou, JIANG Changsheng. Adaptive sliding mode control for nonlinear uncertain systems based on disturbance observer [J]. Control Theory & Applications, 2014, 31(8): 993-999
- [20] 姜琛, 李涛, 赵宏生. 基于双观测器的四旋翼无人机姿态控制[J]. 南京信息工程大学学报(自然科学版), 2022, 14(4): 502-508
JIANG Chen, LI Tao, ZHAO Hongsheng. Attitude control of quad-rotor UAV based on dual observers [J]. Journal of Nanjing University of Information Science & Technology (Natural Science Edition), 2022, 14(4): 502-508
- [21] Nair S V, Lakhekar G V, Panchade V M. Fuzzy sliding mode control approach for two time scale system: stability issues [C]//2016 10th International Conference on Intelligent Systems and Control (ISCO). January 7-8, 2016, Coimbatore, India. IEEE, 2016: 1-8
- [22] Nagarale R M, Patre B M. Composite fuzzy sliding mode control of nonlinear singularly perturbed systems [J]. ISA Transactions, 2014, 53(3): 679-689
- [23] Lochan K, Singh J P, Roy B K, et al. Design of a composite control in two-time scale using nonlinear disturbance observer-based SMC and backstepping control of a two-link flexible manipulator [M]//New Trends in Observer-based Control. Amsterdam: Elsevier, 2019: 155-183
- [24] 卜祥伟, 吴晓燕, 陈永兴, 等. 基于非线性干扰观测器的高超声速飞行器滑模反演控制[J]. 控制理论与应用, 2014, 31(11): 1473-1479
BU Xiangwei, WU Xiaoyan, CHEN Yongxing, et al. Nonlinear-disturbance-observer-based sliding mode backstepping control of hypersonic vehicles [J]. Control Theory & Applications, 2014, 31(11): 1473-1479
- [25] 闵颖颖, 刘允刚. Barbalat 引理及其在系统稳定性分析中的应用[J]. 山东大学学报(工学版), 2007, 37(1): 51-55, 114
MIN Yingying, LIU Yungang. Barbalat Lemma and its application in analysis of system stability [J]. Journal of Shandong University (Engineering Science), 2007, 37(1): 51-55, 114

Anti-disturbance sliding mode control of fixed-wing UAV based on singular perturbation decomposition

MEI Ping^{1,2} ZHANG Hao¹ ZHU Hanzhi¹ SU Dongyan¹ ZHAO Xun¹

1 School of Automation, Nanjing University of Information Science & Technology, Nanjing 210044, China

2 Collaborative Innovation Center of Atmospheric Environment and Equipment Technology, Nanjing University of Information Science & Technology, Nanjing 210044, China

Abstract To reduce the influence of system dynamic coupling and external disturbance on the performance of flight control system of fixed-wing UAV thus improve its flight control accuracy, this paper proposes a singular perturbation model for fixed-wing UAV and then designs a sliding mode control approach based on disturbance observer. The velocities and attitudes of the fixed-wing UAV are modeled based on the dynamics of action. Then the dynamic model is transformed into a singular perturbation one and then decomposed to complete decoupling. Two reduced-order uncoupled subsystems are obtained, which is a fast subsystem with angular velocity as fast variable and a slow subsystem with linear velocity and attitude as slow variables. Then anti-disturbance sliding mode controllers are designed for angular velocity loop, and angle & attitude loop. Finally, the feasibility and effectiveness of the sliding mode control approach based on fast and slow decomposition are verified by Simulink simulation.

Key words singular perturbation; fixed-wing UAV; sliding mode control; disturbance observer; dynamic modeling