



# 基于加权 MMSE 方法的中继发射波束成形器设计

## 摘要

针对一个全双工 (Full Duplex, FD) 双向通信系统提出了中继发射波束成形器的设计问题. 该系统的两个源节点配备多根天线, 附近的每个中继节点配备两根天线, 一根用于传输, 另一根用于接收. 中继处在有限的发射功率和使用迫零归零技术下, 设计了两种具有迭代线性复杂度的中继波束成形器: 最小化两个源节点加权均方误差和最大化较小源节点的信噪比. 通过对加权总和传输速率和平均运行时间的仿真, 数值实验验证了改进加权最小均方误差波束成形器的有效性和高效性.

## 关键词

全双工; 自干扰; 改进的加权最小均方误差; 半正定松弛; 克罗内克积

中图分类号 TN929.5

文献标志码 A

收稿日期 2022-06-09

资助项目 国家自然科学基金(61661029)

作者简介

罗晓梅, 博士, 副教授, 研究方向为宽带无线通信. xxxmluo@126.com

<sup>1</sup> 南昌大学 信息工程学院, 南昌, 330031

<sup>2</sup> 西安电子科技大学 综合业务网理论与关键技术国家重点实验室, 西安, 710071

## 0 引言

全双工 (Full Duplex, FD) 是一种非常有前景的通信技术<sup>[1]</sup>, 与应用广泛的半双工 (Half Duplex, HD) 技术相比, FD 的频谱效率提高 1 倍. 此外, FD 具有遍历容量倍增、反馈时延和端到端时延低、网络保密性高等优点. 然而, FD 会引起严重的自干扰 (Self-Interference, SI), 这阻碍了其广泛应用. 现有的工作表明, 天线域、模拟域和数字域的技术, 例如: 循环器和迫零 (Zero Forcing, ZF) 技术, 可以有效地降低 FD 系统的 SI. 此外, FD 已不仅是一种理论上的技术, 许多应用都以它为基础, 这进一步激发了许多挑战性的系统设计问题<sup>[2-4]</sup>. 本文重点关注双向中继 (Two Way Relay, TWR) 通信系统<sup>[5]</sup> 的 FD 设计问题.

单一中继系统<sup>[6-7]</sup> 的研究由来已久, 但它并不能适应实际需求. 另外, 由于多径、浅效应等恶劣的无线环境, TWR 系统在单一中继处接收的信号可能会严重退化, 无法保证满意的信道容量. 因此, 多中继系统<sup>[8-9]</sup> 被提出并受到研究者的密切关注.

本文考虑多中继 FD TWR 通信系统中中继发射波束成形器的设计问题, 设计了两种中继发射波束成形器: 改进加权最小均方误差 (Improved Weighted Minimum Mean Square Error, IMP-WMMSE) 波束成形器和最大化最小信噪比 (Maximizing the Minimum Signal-to-Noise-Ratio, SNR-MAXMIN) 波束成形器. 本文的主要贡献总结如下:

首先, 本文提出了一种新的 FD TWR 通信系统. 具体而言, 两个源节点寻找附近的多个中继以全双工通信并交换信息. 两个源节点配置多个天线, 而每个中继配置两根天线, 一根用于发射, 一根用于接收. 这种通信模型在大规模 5G 无线网络中具有更大的应用潜力.

其次, 本文设计了 IMP-WMMSE 中继发射波束成形器. 本文应用 ZF<sup>[1]</sup> 调零技术, 并结合模拟域和数字域抵消技术消除 SI. 在中继处发射功率有限和 ZF 调零的约束下, 采用最大化加权信息和传输速率的准则, 建立了中继处发射波束成形器的设计模型. 本文指出该设计问题等价于矩阵加权和-均方误差最小化问题<sup>[10]</sup>, 并提出 IMP-WMMSE 求解算法.

最后, 为了便于比较, 设计了基于二分法实现的 SNR-MAXMIN 中继发射波束成形器.

## 1 系统模型

如图 1 所示, 两个源节点 A 和 B 在授权频带上交换信息. 此外, 它

他们还寻找附近的  $M$  个中继进行协作全双工通信.假设两个源结点分别配备  $N$  根天线,而每个中继配备两根天线,一根用于发射,一根用于接收.又假设中继知道所有的信道状态信息(包括两个源结点和中继之间的信道以及各自的 SI 信道).虽然该假设仅在某些特殊情况下才能实现,但本文提出的方法将为未来全双工中继系统的研究提供基准.此外,还假设每个中继采用双向放大(Amplify Forward, AF)中继协议实现通信.

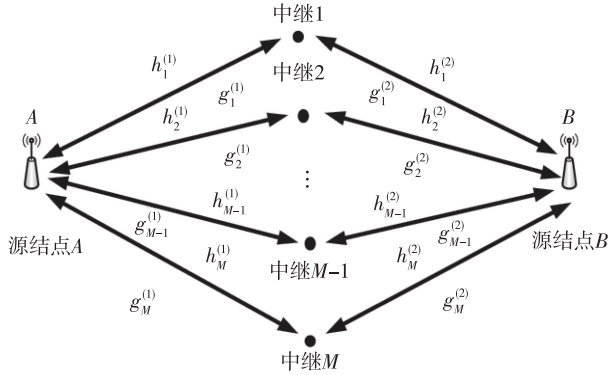


图1 具有一对源结点 A 和 B 的全双工双向中继网络  
Fig. 1 FD TWR network with a pair of the sources A and B

设  $\mathbf{H}_1 \in \mathbf{C}^{M \times N}$  表示源结点 A 到中继处的通道,  $\mathbf{G}_1 \in \mathbf{C}^{N \times M}$  表示中继处到源结点 A 的通道,分别定义为

$$\mathbf{H}_1 = \begin{bmatrix} h_{11}^{(1)} & h_{12}^{(1)} & \cdots & h_{1N}^{(1)} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ h_{M1}^{(1)} & h_{M2}^{(1)} & \cdots & h_{MN}^{(1)} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{G}_1 = \begin{bmatrix} G_{11}^{(1)} & G_{12}^{(1)} & \cdots & G_{1M}^{(1)} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ G_{N1}^{(1)} & G_{N2}^{(1)} & \cdots & G_{NM}^{(1)} \end{bmatrix}. \quad (1)$$

类似地,也可以定义源结点 B 和中继处之间的通道  $\mathbf{H}_2 \in \mathbf{C}^{M \times N}$  和  $\mathbf{G}_2 \in \mathbf{C}^{N \times M}$ .

定义  $\mathbf{s}_1(n) \in \mathbf{C}^{N \times 1}$  和  $\mathbf{s}_2(n) \in \mathbf{C}^{N \times 1}$  分别表示源结点 A 和源结点 B 的发射信号,且定义  $\mathbf{x}_R(n) \in \mathbf{C}^{M \times 1}$  表示中继处的发射信号.因此,  $n$  时刻中继处接收的信号  $\mathbf{r}(n) \in \mathbf{C}^{M \times 1}$  可以表示成

$$\mathbf{r}(n) = \sqrt{P_1} \mathbf{H}_1 \mathbf{s}_1(n) + \sqrt{P_2} \mathbf{H}_2 \mathbf{s}_2(n) + \mathbf{H}_R \mathbf{x}_R(n) + \mathbf{z}_R(n), \quad (2)$$

其中  $P_1$  和  $P_2$  分别表示源结点 A 和源结点 B 的发射功率.  $\mathbf{z}_R(n) \in \mathbf{C}^{M \times 1}$  表示复加性高斯噪声,其分布为复正态分布  $\mathcal{CN}(0, \sigma_{z_R}^2 \mathbf{I}_M)$ ,  $\mathbf{I}_M$  表示大小为  $M \times M$  的单位矩阵.假设  $\mathbf{s}_1(n)$  和  $\mathbf{s}_2(n)$  归一化和正交,即

$E[|\mathbf{s}_i(n)|^2] = 1, i = 1, 2, E[\mathbf{s}_1^H(n) \mathbf{s}_2(n)] = 0$ , 其中  $\mathbf{H}$  是共轭转置运算符.  $\mathbf{H}_R \in \mathbf{C}^{M \times M}$  表示中继处发射天线到接收天线之间的信道,即所谓的 SI 信道.

$n$  时刻中继处的发射信号表示成

$$\mathbf{x}_R(n) = \mathbf{V} \mathbf{r}(n-1), \quad (3)$$

式中  $\mathbf{V} = [\mathbf{v}_1^T \ \mathbf{v}_2^T \ \cdots \ \mathbf{v}_M^T]^T$  表示中继发射波束成形器,  $\mathbf{v}_i \in \mathbf{C}^{M \times 1}, i = 1, \dots, M$ .

本文采用 ZF 调零技术结合数字域和模拟域 SI 抵消方案消除 SI 干扰.因此,  $\mathbf{x}_R(n)$  满足  $\mathbf{H}_R \mathbf{x}_R(n) = 0$ . 为了实现这一点,结合式(3),可以得到如下等价的调零条件:

$$\mathbf{H}_R \mathbf{V} = \mathbf{0}. \quad (4)$$

假设两个信号源知道各自的发射信号和信道状态信息(Channel State Information, CSI).并假设当  $i = 1$  时,  $\bar{i} = 2$ ; 当  $i = 2$  时,  $\bar{i} = 1, i \in \{1, 2\}$ . 因此,源结点 A 和 B 采用自干扰消除(Self-Interference Cancel, SIC)技术减去接收信号中各自的发射信号.然而,FD SI 的动态范围大,源结点 A 和 B 对 SI 项的抵消不完美,这导致接收到的残差信号表示如下:

$$\bar{y}_i(n) = \sqrt{P_i} \mathbf{G}_i^H \mathbf{V} \mathbf{H}_i \mathbf{s}_i(n-1) + \sqrt{\kappa_i} \mathbf{H}_{i,i} \mathbf{s}_i(n) + \mathbf{G}_i^H \mathbf{V} \mathbf{z}_R(n-1) + \mathbf{n}_i(n), \quad i = 1, 2, \quad (5)$$

其中  $0 < \kappa_i < 1, i = 1, 2$  为结点  $i$  的 FD 残差因子.

$\text{SNR}_1, \text{SNR}_2$  分别定义为结点 A 和 B 处残余有用信号的功率与噪声和干扰功率和之比,表示如下:

$$\text{SNR}_i = \frac{P_i \text{tr}\{\mathbf{G}_i^H \mathbf{V} \mathbf{H}_i (\mathbf{G}_i^H \mathbf{V} \mathbf{H}_i)^H\}}{M \sigma_i^2 + \sigma_{z_R}^2 \text{tr}\{\mathbf{G}_i^H \mathbf{V} (\mathbf{G}_i^H \mathbf{V})^H\} + \kappa_i \text{tr}\{\mathbf{H}_{i,i} \mathbf{H}_{i,i}^H\}}, \quad i = 1, 2. \quad (6)$$

注意到中继处的发射功率有限,表示如下:

$$\text{tr}[\mathbf{V} (P_2 \mathbf{H}_2 \mathbf{H}_2^H + P_1 \mathbf{H}_1 \mathbf{H}_1^H + \sigma_{z_R}^2 \mathbf{I}_M) \mathbf{V}^H] \leq P_3^{\max}, \quad (7)$$

其中,  $\sigma_{z_R}^2$  表示中继处噪声的方差,  $P_3^{\max}$  为中继处发射功率上限.

而中继处加权和信息传输速率表示成

$$f(\mathbf{V}) = \sum_{i=1}^2 \alpha_i \log \left( \det \left( \mathbf{I}_M + \frac{P_i \mathbf{G}_i^H \mathbf{V} \mathbf{H}_i (\mathbf{G}_i^H \mathbf{V} \mathbf{H}_i)^H}{\sigma_i^2 \mathbf{I}_M + \sigma_{z_R}^2 \mathbf{G}_i^H \mathbf{V} (\mathbf{G}_i^H \mathbf{V})^H + \kappa \mathbf{H}_{i,i} \mathbf{H}_{i,i}^H} \right) \right). \quad (8)$$

## 2 中继发射波束成形器的设计

基于前一节建立的系统模型,本节将依次设计两种中继发射波束成形器:IMP-WMMSE 和 SNR-

MAXMIN.

### 2.1 IMP-WMMSE 中继发射波束成形器

在中继处发射功率有限和中继处使用 ZF 调零约束条件下,最大化加权平均信息和速率.因此,中继发射波束成形器的设计问题建模成

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{V}} \quad & f(\mathbf{V}), \\ \text{s.t.} \quad & \text{Eq.(7)} \& \text{Eq.(4)}, \end{aligned} \quad (9)$$

其中,  $f(\mathbf{V})$  的定义见式(8), 权值  $\alpha_i (i = 1, 2)$  表示源结点的优先级. 由于目标函数非凸, 问题(9)是非凸的, 难以直接求解. 接下来, 通过在源结点处引入接收波束成形器和权值矩阵, 建立等效的矩阵加权和-均方误差最小化问题, 并设计求解算法.

设源结点  $A$  和  $B$  处接收波束成形器分别用  $\mathbf{U}_i \in \mathbf{C}^{M \times M} (i = 1, 2)$  表示, 则各自恢复的残差信号表示成

$$\hat{\mathbf{s}}_i(n-1) = \mathbf{U}_i^H \mathbf{y}_i(n). \quad (10)$$

源结点  $A$  和  $B$  处的均方误差表示成

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_i = & (\mathbf{U}_i^H \sqrt{P_i} \mathbf{G}_i^H \mathbf{V} \mathbf{H}_i - \mathbf{I}_N) (\mathbf{U}_i^H \sqrt{P_i} \mathbf{G}_i^H \mathbf{V} \mathbf{H}_i - \mathbf{I}_N)^H + \\ & \sigma_{z_R}^2 \mathbf{U}_i^H \mathbf{G}_i^H \mathbf{V} (\mathbf{G}_i^H \mathbf{V})^H \mathbf{U}_i + \sigma_i^2 \mathbf{U}_i^H \mathbf{U}_i + \\ & \kappa_i \mathbf{U}_i^H \mathbf{H}_{i,i} \mathbf{H}_{i,i}^H \mathbf{U}_i, \end{aligned} \quad (11)$$

其中,  $\mathbf{I}_N$  表示大小为  $N \times N$  的单位矩阵.

因此, 矩阵加权和-均方误差最小化问题可以建模成

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{V}, \mathbf{W}_i, \mathbf{U}_i} \quad & \sum_{i=1}^2 \alpha_i \text{tr}(\mathbf{W}_i \mathbf{E}_i) - \log \det(\mathbf{W}_i), \\ \text{s.t.} \quad & \text{Eq.(7)} \& \text{Eq.(4)}. \end{aligned} \quad (12)$$

其中,  $\mathbf{W}_i \succeq 0 (i = 1, 2)$  分别表示源结点  $A$  和  $B$  处的权值矩阵,  $\succeq$  是半正定运算符.

根据文献[10]定理1, 对于变量  $\{\mathbf{V}\}$ , 加权平均信息和速率最大化问题(9)等价于矩阵加权和-均方误差最小化问题(12). 经观察, 对于联合优化变量  $\{\mathbf{V}\}$ ,  $\{\mathbf{W}_i, i = 1, 2\}$  和  $\{\mathbf{U}_i, i = 1, 2\}$ , 问题(12)是非凸的, 难以直接求解. 而对于每个集合变量, 问题(12)是凸的, 因此, 设计块坐标方向 (Block Coordinate Descent, BCD) 方法进行求解.

首先, 固定  $\{\mathbf{V}\}$  和  $\{\mathbf{W}_i, i = 1, 2\}$ , 求解(12)中以块变量集合  $\{\mathbf{U}_i, i = 1, 2\}$  为变量的子问题:

$$\min_{\mathbf{U}_1, \mathbf{U}_2} \text{tr}[\alpha_1 \mathbf{E}_1 + \alpha_2 \mathbf{E}_2]. \quad (13)$$

经推导, 问题(13)的最优解  $\{\mathbf{U}_i, i = 1, 2\}$  如下所示:

$$\mathbf{U}_i^{\text{mmse}} = \mathbf{J}_i^{-1} \sqrt{P_i} \mathbf{G}_i^H \mathbf{V} \mathbf{H}_i, \quad (14)$$

其中

$$\mathbf{J}_i = P_i \mathbf{G}_i^H \mathbf{V} \mathbf{H}_i (\mathbf{G}_i^H \mathbf{V} \mathbf{H}_i)^H +$$

$$\sigma_{z_R}^2 \mathbf{G}_i^H \mathbf{V} (\mathbf{G}_i^H \mathbf{V})^H + \sigma_i^2 \mathbf{I} + \kappa_i \mathbf{H}_{i,i} \mathbf{H}_{i,i}^H. \quad (15)$$

而对应的最小均方误差  $\{\mathbf{E}_i, i = 1, 2\}$  为

$$\mathbf{E}_i^{\text{mmse}} = \mathbf{I}_N - \sqrt{P_i} (\mathbf{G}_i^H \mathbf{V} \mathbf{H}_i)^H \mathbf{U}_i^{\text{mmse}}. \quad (16)$$

其次, 固定  $\{\mathbf{V}\}$  和  $\{\mathbf{U}_i, i = 1, 2\}$ , 求解(12)中以块变量集合  $\{\mathbf{W}_i, i = 1, 2\}$  为变量的子问题:

$$\min_{\mathbf{W}_i} \sum_{i=1}^2 \alpha_i \text{tr}(\mathbf{W}_i \mathbf{E}_i) - \log \det(\mathbf{W}_i). \quad (17)$$

显然, 问题(17)的最优解  $\{\mathbf{W}_i, i = 1, 2\}$  为

$$\mathbf{W}_i^{\text{opt}} = (\mathbf{E}_i^{\text{mmse}})^{-1}, \quad i = 1, 2. \quad (18)$$

最后, 固定  $\{\mathbf{W}_i, i = 1, 2\}$ , 求解(12)以块变量集合  $\{\mathbf{V}\}$  为变量的子问题:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{V}} \quad & \sum_{i=1}^2 \alpha_i \text{tr}(\mathbf{W}_i \mathbf{E}_i) - \log \det(\mathbf{W}_i), \\ \text{s.t.} \quad & \text{Eq.(7)} \& \text{Eq.(4)}. \end{aligned} \quad (19)$$

子问题(19)是凸的, 可以直接应用现有的求解器 CVX 求解, 但是运行时间可能非常高. 为了减少计算量, 应用奇异值分解 (Singular Value Decomposition, SVD) 消除子问题(19)的约束条件(4). 设  $\mathbf{V}$  的 SVD 表示如下:

$$\mathbf{V} = \mathbf{F}_R \tilde{\mathbf{V}} \mathbf{Q}. \quad (20)$$

其中,  $\mathbf{Q} = (P_2 \mathbf{H}_2 \mathbf{H}_2^H + P_1 \mathbf{H}_1 \mathbf{H}_1^H + \sigma_{z_R}^2 \mathbf{I})^{-1/2}$ ,  $\mathbf{I}$  表示单位矩阵,  $\mathbf{F}_R$  是  $\mathbf{H}_R$  经过 SVD 分解的左归一化矩阵.

相应地, 问题(19)重新表述成

$$\begin{aligned} \max_{\tilde{\mathbf{V}}} \quad & f(\tilde{\mathbf{V}}), \\ \text{s.t.} \quad & \text{tr}[\tilde{\mathbf{V}} \tilde{\mathbf{V}}^H] \leq P_3^{\text{max}}. \end{aligned} \quad (21)$$

经过推导, 问题(21)的最优解为

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{v}} = \text{mat} \left\{ \left[ \left[ \alpha_1 P_2 (\mathbf{Q} \mathbf{H}_2 (\mathbf{Q} \mathbf{H}_2)^H) \otimes \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left( (\mathbf{U}_1^H \mathbf{G}_1^H \mathbf{F}_R)^H \mathbf{W}_1 \mathbf{U}_1^H \mathbf{G}_1^H \mathbf{F}_R \right) \right] + \right. \\ \left. \left[ (\mathbf{Q} \mathbf{Q}^H) \otimes (\alpha_1 \sigma_{z_R}^2 (\mathbf{U}_1^H \mathbf{G}_1^H \mathbf{F}_R)^H \mathbf{W}_1 \mathbf{U}_1^H \mathbf{G}_1^H \mathbf{F}_R) \right] + \right. \\ \left. \left[ \alpha_2 P_1 (\mathbf{Q} \mathbf{H}_1 (\mathbf{Q} \mathbf{H}_1)^H) \otimes \right. \right. \\ \left. \left. \left( (\mathbf{U}_2^H \mathbf{G}_2^H \mathbf{F}_R)^H \mathbf{W}_2 \mathbf{U}_2^H \mathbf{G}_2^H \mathbf{F}_R \right) \right] + \right. \\ \left. \left[ (\mathbf{Q} \mathbf{Q}^H) \otimes (\alpha_2 \sigma_{z_R}^2 (\mathbf{U}_2^H \mathbf{G}_2^H \mathbf{F}_R)^H \mathbf{W}_2 \mathbf{U}_2^H \mathbf{G}_2^H \mathbf{F}_R) \right] + \right. \\ \left. \left. \mu \mathbf{I}_Q \otimes \mathbf{I}_{F_R} \right\}^{-1} \cdot \text{vec}(\alpha_1 \sqrt{P_2} (\mathbf{U}_1^H \mathbf{G}_1^H \mathbf{F}_R)^H \mathbf{W}_1 (\mathbf{Q} \mathbf{H}_2)^H + \right. \\ \left. \alpha_2 \sqrt{P_1} (\mathbf{U}_2^H \mathbf{G}_2^H \mathbf{F}_R)^H \mathbf{W}_2 (\mathbf{Q} \mathbf{H}_1)^H \right], \end{aligned} \quad (22)$$

其中:  $\mathbf{I}_Q$  和  $\mathbf{I}_{F_R}$  分别表示大小与矩阵  $\mathbf{Q}$  和  $\mathbf{F}_R$  相同的单位矩阵;  $\mu$  表示拉格朗日乘子; mat 和 vec 是 MATLAB 符号;  $\otimes$  是克罗内克积. 很明显, 应用二分法<sup>[8]</sup> 可以得到最优拉格朗日乘子  $\mu^*$ .

类似文献[10]定理3, 问题(10)的 IMP-WMMSE 算法的收敛性总结为如下定理:

**定理1** IMP-WMMSE 算法迭代生成的极限点  $(\mathbf{W}^*, \mathbf{U}^*, \mathbf{V}^*)$  是(12)的一个平稳点, 对应的  $\mathbf{V}^*$  是

(9)的平稳点.反之,如果  $\mathbf{V}^*$  是(9)的一个平稳点,则  $(\mathbf{W}^*, \mathbf{U}^*, \mathbf{V}^*)$  是(12)的一个平稳点,其中,  $\mathbf{U}^*$  和  $\mathbf{W}^*$  的定义分别见式(14)和(18).

## 2.2 SNR-MAXMIN 中继发射波束成形器

在中继处发射功率有限和中继处采用 ZF 调零约束的条件下,最大化源结点 A 和 B 中较小的信噪比.因此,中继发射波束成形器的设计问题建模成

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{V}} \quad & \{ \text{SNR}_1, \text{SNR}_2 \}, \\ \text{s.t.} \quad & \text{Eq. (7) \& Eq. (4)}. \end{aligned} \quad (23)$$

引入松弛变量  $t$  [11], 优化问题(23)重新表示为

$$\begin{aligned} \max_{t, \mathbf{V}} \quad & t, \\ \text{s.t.} \quad & \text{SNR}_i \geq t, i = 1, 2, \\ & \text{Eq. (7) \& Eq. (4)}. \end{aligned} \quad (24)$$

类似式(19), 消除问题(24)中的调零约束. 设  $\tilde{\mathbf{v}} = \text{vec}(\mathbf{V})$ , 利用克罗内克乘积[12], 引入矩阵变量  $\tilde{\mathbf{V}}_1 = \tilde{\mathbf{v}}\tilde{\mathbf{v}}^H$ , 并删除  $\text{rank}(\tilde{\mathbf{V}}_1) = 1$ , 问题(24)的松弛等效问题如下:

$$\begin{aligned} \max_{t, \tilde{\mathbf{V}}_1} \quad & t, \\ \text{s.t.} \quad & P_i \text{tr}(\tilde{\mathbf{V}}_1((\mathbf{Q}\mathbf{H}_i(\mathbf{Q}\mathbf{H}_i)^H) \otimes ((\mathbf{G}_i^H \mathbf{F}_R)^H \mathbf{G}_i^H \mathbf{F}_R))) \geq \\ & M\sigma_i^2 t + \kappa \text{tr}(\mathbf{H}_{i,i} \mathbf{H}_{i,i}^H) + \sigma_{z_R}^2 \text{tr}(\tilde{\mathbf{V}}_1((\mathbf{Q}\mathbf{Q}^H) \otimes \\ & ((\mathbf{G}_i^H \mathbf{F}_R)^H \mathbf{G}_i^H \mathbf{F}_R))), \quad i \in \{1, 2\}, \\ \text{tr}(\tilde{\mathbf{V}}_1 \tilde{\mathbf{V}}_1^*) & \leq P_3^{\max}, \quad \tilde{\mathbf{V}}_1 > 0. \end{aligned} \quad (25)$$

**定理 2** 问题(25)对应的最优解  $\tilde{\mathbf{V}}_1^*$  的秩为 1.

**证明** 由于问题(25)的约束数为 3, 因此  $\text{rank}(\tilde{\mathbf{V}}_1) = 1$  [13].

## 3 仿真结果

本节通过实验来评估 IMP-WMMSE 波束成形器在 FD TWR 网络中的性能. 设每对源结点中继处的发射功率  $P$ , 满足  $P = 10^{\text{SNR}/10}$ . 假设 FD(全双工)残差因子  $\kappa_i = 0.2$ ,  $i = 1, 2$ , 信噪比在 0~30 dB 之间变化. 假设不相关衰落信道模型, 信道系数服从复高斯分布  $\mathcal{CN}(0, 1)$ . 下面, 给出 3 个仿真:

1) 所设计的 2 种算法 IMP-WMMSE 和 SNR-MAXMIN 以及两种经典的算法 SNR-MAXSUM [14] 和均方误差最小算法(MMSE) [15] 的 2 个源结点的加权平均和速率随信噪比的变化. 仿真结果如图 1 所示.

2) 上述 4 种算法的 CPU 运行时间. 假设 FD TWR 网络中有 1 对源结点, 每个源结点的天线数目为 4, 协助通信的中继数目为 2. 仿真 4 种算法平均一次运行的 CPU 时间. 仿真结果如图 2 所示.

3) 设中继处和信息源 A、B 处的残差因子相同, 即  $\kappa_1 = \kappa_2 = \kappa$ , 两个信息源处的天线数目为 8, 中继处的天线数目为 7, 模拟不同  $\kappa$  值下 IMP-WMMSE 算法加权平均信息和速率随信噪比的变化. 仿真结果如图 3 所示.

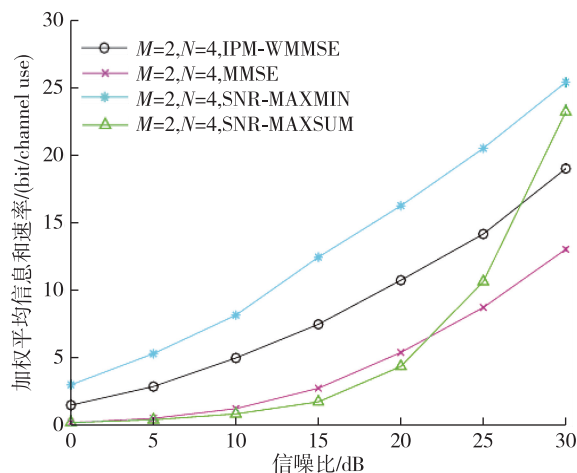


图 2 不同信噪比下的加权平均信息和速率

Fig. 2 Average weighted information sum rates under different SNR values

根据图 2 所示的仿真结果, 尽管 4 种算法的加权平均信息和速率都随着信噪比的增加逐渐增大, 然而, 对于每个信噪比值, SNR-MAXMIN 算法的加权平均信息和速率最高. 在 0~27 dB 信噪比区间, IMP-WMMSE 算法的加权平均信息和速率高于 SNR-MAXSUM 算法和 SNR-MAXMIN 算法. 在 0~22 dB 信噪比区间, SNR-MAXSUM 算法的加权平均信息和速率最低, 尤其在小信噪比的区间. 在信噪比大于 27 dB 时, SNR-MAXSUM 算法的加权平均信息和速率高于 IMP-WMMSE 算法和 SNR-MAXMIN 算法.

假设 MATLAB 7.14.0(R2017a), 计算机的操作系统是 8 核 Intel(R) core(TM) i7-4790 3.60 GHz 的 HP PC. 设置信噪比为 25 dB, 收敛精度为  $\epsilon = 0.001$ . 表 1 列出了上述 4 种算法平均一次运行的 CPU 时间.

表 1 CPU 时间比较

Table 1 CPU time comparison				s
IMP-WMMSE	SNR-MAXMIN	MMSE	SNR-MAXSUM	
0.012 1	68.624 3	1.147 8	0.250 5	

由表 1 可知, IMP-WMMSE 算法的运行时间最少, 比 SNR-MAXSUM 算法快 10 个数量级, 比 MMSE 算法快 100 个数量级, 比 SNR-MAXMIN 算法快



1 000个数量级.

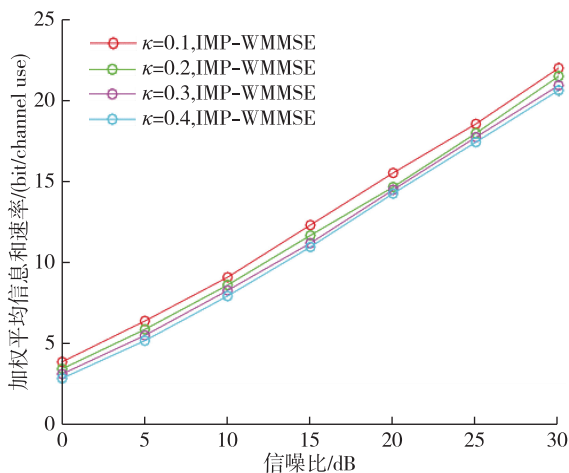


图3 不同 $\kappa$ 值下IMP-WMMSE算法加权平均信息和速率随信噪比变化曲线

Fig. 3 Average weighted information sum rates under different  $\kappa$  values

从图3中可以看出,IMP-WMMSE不易受FD残差因子 $\kappa$ 的影响.在相同的信噪比值下,加权平均信息和速率随 $\kappa$ 值的增加而略微减小.发生这种情况的原因是电源电路的饱和问题.

## 4 结论

本文设计了适于FD TWR网络的两种中继发射波束成形器:IMP-WMMSE和SNR-MAXMIN.IMP-WMMSE中继发射波束成形器递归地得到每个块变量的闭式解,这大大降低了计算复杂度.为了便于比较,本文还设计了相同设置下的SNR-MAXMIN中继发射波束成形器.仿真结果表明,IMP-WMMSE中继发射波束成形器的加权平均信息和速率略低于SNR-MAXMIN中继发射波束成形器,但高于MMSE中继发射波束成形器,并在很宽的信噪比范围内高于SNR-MAXSUM中继发射波束成形器,且CPU的运行时间远低于经典的中继发射波束成形器.

## 参考文献

### References

- [1] Kolodziej K E. In-band full-duplex wireless systems overview[C]//IEEE International Conference on Communications (ICC2021). June 14 - 23, 2021, Montreal, QC, Canada. IEEE, 2021: 1-6
- [2] 雷维嘉,周洋. MIMO全双工双向通信系统平均保密和速率的优化[J]. 电子学报, 2020, 48(6): 1041-1051  
LEI Weijia, ZHOU Yang. The optimization of average secrecy sum rate for MIMO full duplex two-way communication systems [J]. Acta Electronica Sinica, 2020, 48(6): 1041-1051
- [3] Wang D M, Wang M H, Zhu P C, et al. Performance of network-assisted full-duplex for cell-free massive MIMO [J]. IEEE Transactions on Communications, 2020, 68(3): 1464-1478
- [4] Jeon H B, Koo B H, Park S H, et al. Graph-theory-based resource allocation and mode selection in D2D communication systems: the role of full-duplex [J]. IEEE Wireless Communications Letters, 2021, 10(2): 236-240
- [5] Lee J H, Nam S S, Ko Y C. Outage performance analysis of two-way full-duplex DF relaying networks with beamforming [J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2020, 69(8): 8753-8763
- [6] Ma J H, Huang C, Li Q. Energy efficiency of full- and half-duplex decode-and-forward relay channels [J]. IEEE Internet of Things Journal, 2022, 9(12): 9730-9748
- [7] Abou-Rjeily C. Toward a better comprehension of decode-and-forward buffer-aided relaying: case study of a single relay [J]. IEEE Communications Letters, 2020, 24(5): 1005-1009
- [8] Ren J J, Lei X F, Mathiopoulos P T. Jointly adaptive distributed beamforming and resource allocation for buffer-aided multiple-relay NOMA networks [J]. IEEE Transactions on Communications, 2021, 69(11): 7603-7617
- [9] Huang H, Hu S, Yang T, et al. Full-duplex nonorthogonal multiple access with layers-based optimized mobile relays subsets algorithm in 5G/6G ubiquitous networks [J]. IEEE Internet of Things Journal, 2020, 8(20): 15081-15095
- [10] Shi Q J, Razaviyayn M, Luo Z Q, et al. An iteratively weighted MMSE approach to distributed sum-utility maximization for a MIMO interfering broadcast channel [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2011, 59(9): 4331-4340
- [11] Boyd S P, Vandenberghe L. Convex optimization [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2004
- [12] Zhang X D. Matrix analysis and applications [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2017
- [13] Luo Z Q, Ma W K, So A M C, et al. Semidefinite relaxation of quadratic optimization problems [J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2010, 27(3): 20-34
- [14] 崔玉荻,束锋,王进,等.全双工MIMO中继系统中基于最大速率的波束成形算法[J]. 数据采集与处理, 2017, 32(6): 1134-1140  
CUI Yudi, SHU Feng, WANG Jin, et al. Maximizing rate beamforming for full-duplex MIMO relay system [J]. Journal of Data Acquisition & Processing, 2017, 32(6): 1134-1140
- [15] Shang C Y A, Smith P J, Woodward G K, et al. Linear transceivers for full duplex MIMO relays [C]//2014 Australian Communications Theory Workshop (AusCTW). February 3 - 5, 2014, Sydney, NSW, Australia. IEEE, 2014: 11-16

## A WMMSE approach to transmitting beamformer design

LUO Xiaomei<sup>1</sup> AN Zichang<sup>1</sup> CHEN Wan<sup>1</sup> LIU Wei<sup>2</sup>

1 School of Information Engineering, Nanchang University, Nanchang 330031

2 State Key Lab of Integrated Service Networks, Xidian University, Xi'an 710071

**Abstract** In this paper, we consider the transmitter beamformer design at relays for a full-duplex two-way relay system, where the two sources are equipped with multiple antennas, and each one of the nearby relays is equipped with two antennas with one for transmission and the other for reception. Under the constraints of the limited transmit power and zero forcing nulling technique used at the relays, we propose two linear relay beamformer designs that are respectively to iteratively minimize the weighted mean square error of the two source nodes and maximize the signal to noise ratio of the smaller one of the two source nodes. The effectiveness and efficiency of the proposed designs are evaluated by numerical experiments in terms of the weighted sum rate and the CPU running time.

**Key words** full duplex (FD); self-interference; improved weighted minimum mean square error (IMP-WMMSE); semidefinite relaxation; Kronecker product