



# 基于扰动观测器的机械臂阻抗复合控制研究

## 摘要

针对机械臂系统模型中存在未知扰动的问题,提出了基于扰动观测器的机械臂阻抗复合控制方法.针对二阶阻抗动态模型,采用由扰动观测器(DOB)、阻抗控制器和位置控制器构成的复合控制策略,其中扰动观测器用来估计机械臂模型中的未知扰动,阻抗控制器用于修正输入角度,位置控制器对修正后的角度进行跟踪控制.复合控制保证阻抗误差可以收敛到一个小的邻域,最终实现期望二阶阻抗模型的动态跟踪.仿真算例验证了该控制方法的有效性.

## 关键词

机械臂;阻抗控制;扰动观测器;位置控制

中图分类号 TP273

文献标志码 A

收稿日期 2021-09-27

资助项目 江苏省第五期“333工程”科研项目(BRA2020067);国家自然科学基金(62073169)

## 作者简介

张明瑞,女,硕士生,研究方向为机械臂控制,抗干扰控制.1019727563@qq.com

苗国英(通信作者),女,博士,副教授,研究方向为多智能体系统的协调控制.mgy@nuist.edu.cn

## 0 引言

近年来,机械臂在零件磨削、货物搬运和装配、康复手术等领域有着广泛的应用.当机械臂与开放的外界环境产生直接交互时,需要考虑机械臂的末端环境接触力,因为过大的接触力容易损坏机械臂或给环境带来伤害.因此,机械臂在进行接触作业时,需要具备一定的柔顺性.阻抗控制是重要的柔顺控制方法之一,最早由 Hogan<sup>[1]</sup>提出,他的思想是期望轨迹跟踪误差与人机交互力之间建立弹簧-质块-阻尼动态系统.

阻抗控制的特点是任务规划较少、实现较为简单、具有较好的鲁棒性.因此,国内学者从控制角度出发,设计了多种有效的阻抗控制方法.文献[2]对打磨机器人采用基于位置的自适应阻抗控制方法,可以有效跟踪打磨机器人的末端理想位置,解决了打磨轨迹的补偿修正问题,提高了系统的鲁棒性.对基于阻抗控制的下肢康复机器人,文献[3-4]设置人机交互力矩为约束条件,进行实时控制.文献[5]对机器人末端阻抗模型参数进行在线调整,使机器人适应外界环境,从而实现机器人的柔顺控制.文献[6]利用阻抗控制修正下肢康复机器人的末端运动轨迹,把期望轨迹与修正轨迹的误差滑模化,转换为滑模函数,再进行模糊化后,将自适应力矩作用于下肢康复机器人,使其达到期望的接触力矩.文献[7]将模糊神经网络阻抗控制应用到下肢康复软质外骨骼机器人中,提高了人机交互的柔顺性和协调性.文献[8]提出非奇异终端滑模控制方法对阻抗控制修正的打磨轨迹进行跟踪控制,解决了曲面高精度打磨问题.关于机械臂的跟踪控制问题,现有文献多未考虑外部干扰,但是在机械臂的阻抗控制中,外部扰动的存在会影响阻抗误差的收敛性.

本文在李雅普诺夫函数的基础上提出一种基于扰动观测器的阻抗复合控制器,采用由扰动观测器、阻抗控制器和位置控制器构成的复合控制策略.利用 Matlab/Simulink 工具,对基于扰动观测器的阻抗复合控制进行仿真,仿真结果验证了所提出算法的有效性.

## 1 扰动观测器的设计与分析

### 1.1 机械臂模型

对于  $N$  自由度的机械臂,通过拉格朗日动力学方程,建立机械臂关节通用的动力学模型<sup>[9]</sup>:

1 南京信息工程大学 自动化学院,南京,210044

$$\begin{aligned} D(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + d + \rho(t) = \\ \tau - \tau_e, \end{aligned} \quad (1)$$

式中,  $q, \dot{q}, \ddot{q}$  分别表示机械臂的角度、角速度和角加速度,  $D(q)$  表示机械臂的惯性矩阵,  $C(q, \dot{q})$  表示机械臂的科氏力矩阵,  $G(q)$  表示机械臂的重力矩阵,  $d$  表示外部环境的扰动,  $\tau$  表示机械臂的控制力矩向量,  $\tau_e$  表示在关节空间中机械臂与环境接触产生的外力矩向量。

假设机械臂建模具有不确定性, 用  $\rho(t)$  表示机械臂建模的不确定项:

$$\rho(t) = \Delta D(q)\ddot{q} + \Delta C(q, \dot{q})\dot{q} + \Delta G, \quad (2)$$

式中  $\Delta D(q), \Delta C(q, \dot{q}), \Delta G$  分别表示机械臂动力学模型的不确定项。

假设 1<sup>[10]</sup>  $\|\rho(t)\| \leq \mu_1 + \mu_2 \|q\| + \mu_3 \|\dot{q}\|^2$ , 令  $\mu_1, \mu_2, \mu_3$  为机械臂建模不确定性的边界参数。

期望的目标阻抗关系, 可以用一个二阶微分方程<sup>[11]</sup> 表示:

$$M_d(\ddot{q} - \ddot{q}_d) + B_d(\dot{q} - \dot{q}_d) + K_d(q - q_d) = \tau_e. \quad (3)$$

式中,  $M_d, B_d, K_d$  分别表示目标阻抗模型中的期望惯性矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵,  $q_d, \dot{q}_d, \ddot{q}_d$  分别表示机械臂的期望角度、期望角速度以及期望角加速度。

注 1<sup>[12]</sup> 机械臂的惯性矩阵  $D(q)$  是正定对称矩阵, 矩阵  $\dot{D}(q) - 2C(q, \dot{q})$  为斜对称矩阵, 对于任意向量  $x$ , 都存在  $x^T(\dot{D}(q) - 2C(q, \dot{q}))x = 0$ 。

## 1.2 扰动观测器的设计

扰动观测器用实际扰动与估计扰动的差值对估计值进行修正。式(1)可以描述为

$$\begin{aligned} d = \tau - \tau_e - D(q)\ddot{q} - C(q, \dot{q})\dot{q} - \\ G(q) - \rho(t), \end{aligned} \quad (4)$$

$\hat{d}$  表示扰动  $d$  的估计值, 设计扰动观测器<sup>[13]</sup>:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{d}} = -k_0\hat{d} + k_0(\tau - \tau_e - D(q)\ddot{q} - \\ C(q, \dot{q})\dot{q} - G(q) - \rho(t)), \end{aligned} \quad (5)$$

式中  $k_0$  是一个正数。

假设 2 实际扰动值的变化缓慢, 即:

$$\dot{d} = 0. \quad (6)$$

扰动估计误差  $e$  满足:

$$\dot{e} = \dot{d} - \dot{\hat{d}}, \quad (7)$$

定义辅助变量  $\beta$ :

$$\beta = \hat{d} + k_0 D(q)\dot{q}. \quad (8)$$

在式(5)的基础上, 借助辅助变量  $\beta$  设计改进的扰动观测器为

$$\begin{cases} \dot{\hat{d}} = \beta - k_0 D(q)\dot{q}, \\ \dot{\hat{\beta}} = -k_0\beta + k_0[\tau - \tau_e - G(q) - \\ C(q, \dot{q})\dot{q} - \rho(t) + k_0 D(q)\dot{q} + \\ \dot{D}(q)\dot{q}]. \end{cases} \quad (9)$$

定理 1 当  $k_0 > 0$  时, 所设计改进的扰动观测器(9)的扰动估计误差收敛。

证明 对式(8)进行求导, 得辅助变量  $\beta$  的导数为

$$\dot{\beta} = \dot{\hat{d}} + k_0 D(q)\ddot{q} + k_0 \dot{D}(q)\dot{q}, \quad (10)$$

将式(6)、(10)代入式(7)中得:

$$\dot{e} = -\dot{\hat{d}} = -\beta + k_0 \dot{D}(q)\dot{q} + k_0 D(q)\ddot{q}, \quad (11)$$

将式(9)代入式(11)中得:

$$\begin{aligned} \dot{e} = k_0\beta - k_0[\tau - \tau_e - C(q, \dot{q})\dot{q} - \\ G(q) + k_0 D(q)\dot{q} - D(q)\ddot{q} - \rho(t)], \end{aligned} \quad (12)$$

将式(4)、(6)、(8)代入式(12)中得:

$$\dot{e} = k_0\beta - k_0[d + k_0 D(q)\dot{q}] = -k_0 e. \quad (13)$$

由式(5)知  $k_0 > 0$ , 根据李雅普诺夫理论可知系统扰动估计误差  $e$  收敛, 证明完成。

注 2 通过辅助变量  $\beta$  的设计改进扰动观测器, 新的扰动观测器不再计算扰动估计变量的微分值, 可以直接获得扰动的估计值, 简化了扰动观测器的设计过程。

## 2 基于扰动观测器的阻抗复合控制器设计

定义机械臂的关节角度跟踪误差:

$$e_1 = q - q_d. \quad (14)$$

辅助信号  $v$  满足:

$$v = M_d \ddot{e}_1 + B_d \dot{e}_1 + K_d e_1 - \tau_e. \quad (15)$$

当辅助变量信号  $v$  趋近于零时, 目标阻抗关系式(3)成立。

定义阻抗误差:

$$\omega = M_d^{-1} v = \ddot{e}_1 + M_d^{-1} B_d \dot{e}_1 + M_d^{-1} K_d e_1 - M_d^{-1} \tau_e. \quad (16)$$

假设 3 目标阻抗关系的期望惯性矩阵  $M_d$ 、阻尼矩阵  $B_d$  以及刚度矩阵  $K_d$  满足条件<sup>[14]</sup>:  $K_d + M_d^{-1} = M_d^{-1} B_d$ 。

假设 4<sup>[15]</sup> 目标阻抗关系的期望惯性矩阵  $M_d$ 、阻尼矩阵  $B_d$  以及刚度矩阵  $K_d$  是正定对角矩阵, 接触面恒定, 即力传感器测得机械臂与环境的接触力  $\tau_e$  是恒定的, 即  $\dot{\tau}_e = 0$ 。

对式(14)求导, 式(3)可以表示为

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_1 \\ \ddot{e}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M_d^{-1}K_d & -M_d^{-1}B_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ \dot{e}_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -M_d^{-1}\tau_e \end{bmatrix}. \quad (17)$$

定义辅助变量  $z, z = \dot{e}_1 + K_d e_1 - \tau_e$ , 式(16) 可以改写成:

$$\omega = \dot{z} + M_d^{-1}z. \quad (18)$$

由假设 3 可知, 式(17) 中系数矩阵为赫尔维茨矩阵, 所以  $\dot{e}_1, \ddot{e}_1$  是有界的; 根据假设 4 可知,  $\tau_e, K_d$  是有界的, 因此  $z$  有界. 故  $z \rightarrow 0, \dot{z} \rightarrow 0$ .

定义辅助状态变量  $q_r$ :

$$\dot{q}_r = \dot{q}_d - K_d e_1 + \tau_e, \quad (19)$$

$$z = \dot{q} - \dot{q}_r. \quad (20)$$

当  $z \rightarrow 0$ , 则  $\omega \rightarrow 0$ , 根据式(15), 知  $v \rightarrow 0$ , 即目标阻抗关系式(3) 成立.

设计基于扰动观测器的阻抗复合控制器为

$$\tau = D(q)(\dot{q}_d - K_d \dot{e}_1) + C(q, \dot{q})(\dot{q}_d - K_d \dot{e}_1 + \tau_e) + \tau_e + \hat{d} + G(q) - \mu_1 - \mu_2 \|q\| - \mu_3 \|\dot{q}\|^2. \quad (21)$$

基于扰动观测器的阻抗复合控制的系统框图如图 1 所示.

**定理 2** 当  $\|\rho(t)\| \leq \mu_1 + \mu_2 \|q\| + \mu_3 \|\dot{q}\|^2$  和  $\mu_1, \mu_2, \mu_3 > 0$  时, 所设计的基于扰动观测器的阻抗复合控制器有效.

**证明** 选取李雅普诺夫函数:

$$V = \frac{1}{2}z^T D(q)z + \frac{1}{2}e^T e. \quad (22)$$

对李雅普诺夫函数求导得到  $\dot{V}$ :

$$\dot{V} = z^T(D(q)\dot{z} + C(q, \dot{q})z) + e^T \dot{e}. \quad (23)$$

由式(1)、(19)、(20)得:

$$D(q)\dot{z} + C(q, \dot{q})z = D(q)(-\ddot{q}_d + K_d \dot{e}_1) + C(q, \dot{q})(-\dot{q}_d + K_d \dot{e}_1 - \tau_e) - \tau_e - d + \tau - G(q) - \rho(t). \quad (24)$$

将式(13)、(21)、(24)代入式(23)中得:

$$\dot{V} \leq -z^T(e + \mu_1 + \mu_2 \|q\| + \mu_3 \|\dot{q}\|^2 - \|\rho(t)\|)z - k_0 e^T e. \quad (25)$$

由杨氏不等式<sup>[16]</sup>得:

$$z^T e \leq \frac{1}{2}z^T z + \frac{1}{2}e^T e. \quad (26)$$

将式(26) 代入式(25) 中得:

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2}z^T z - \left(\frac{1}{2} + k_0\right)e^T e - \frac{1}{2}z^T(\mu_1 + \mu_2 \|q\| + \mu_3 \|\dot{q}\|^2 - \|\rho(t)\|)z. \quad (27)$$

由已知可得,  $\mu_1 + \mu_2 \|q\| + \mu_3 \|\dot{q}\|^2 - \|\rho(t)\| \geq 0$ . 因此,  $\dot{V} \leq 0$ , 系统稳定. 本文所设计的基于扰动观测器的阻抗复合控制器有效.

**注 3** 辅助参数向量  $z$  可以收敛到零的最小邻域, 此时  $e_1 \rightarrow 0$ . 机械臂在与环境发生接触时, 通过选择合适的参数, 可以实现期望的目标阻抗关系.

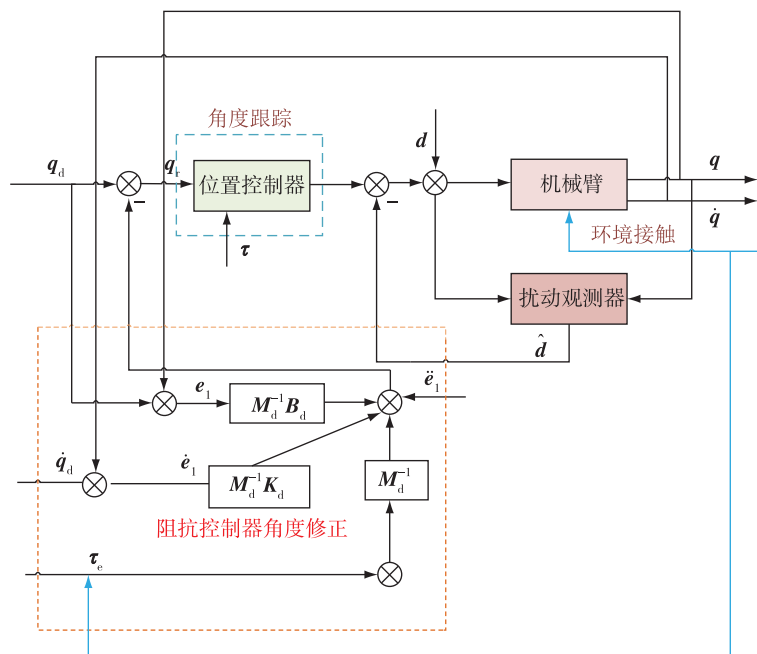


图 1 系统控制模型框图

Fig. 1 Block diagram of the proposed system control model

### 3 数值仿真

#### 3.1 参数设置

以二关节机械臂为例进行仿真,二关节机械臂与环境接触产生末端环境力如图2所示.与式(1)中相应的机械臂动力学参数描述为

$$D(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} 2.5 + m_1 \cos q_2 & 0.92 + l_2 \sin q_2 \\ 0.42 + 0.5m_1 \cos q_2 & 1.63 \end{bmatrix},$$

$$C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} m_2 \dot{q}_2 \sin q_2 & (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \sin q_2 \\ m_2 \dot{q}_1 \sin q_2 & 0 \end{bmatrix},$$

$$G(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} m_1 \cos q_1 + m_2 g \cos(q_1 + q_2) \\ m_1 g \cos(q_1 + q_2) \end{bmatrix}.$$

假设动力学建模不确定项  $\Delta D(\mathbf{q}), \Delta C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}), \Delta G(\mathbf{q})$  是动力学模型参数的 0.1 倍,重力加速度  $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ ,机械臂的长度  $l_1 = l_2 = 1 \text{ m}$ ,机械臂自身的质量  $m_1 = 2 \text{ kg}, m_2 = 0.8 \text{ kg}$ ,取扰动观测器参数  $k_0 = 10$ .

假设由力传感器测得的机械臂与环境的真实接触力为  $\tau_e = [\sin t, \sin t]^T$ ,单位为 N.系统不确定性边界参数设置为  $\mu_1 = 0.7, \mu_2 = 0.4, \mu_3 = 0.1$ .取扰动值  $\mathbf{d} = 0.2[\sin(\pi t), \cos(\pi t)]^T$ ,令机械臂关节的期望运动轨迹为  $\mathbf{q}_d = [\sin(\pi t), \sin(\pi t)]^T$ ,假设式(3)中目标阻抗模型的惯性矩阵、阻尼矩阵、刚度矩阵分别为  $M_d = \mathbf{I}, B_d = 10\mathbf{I}, K_d = 9\mathbf{I}$ .

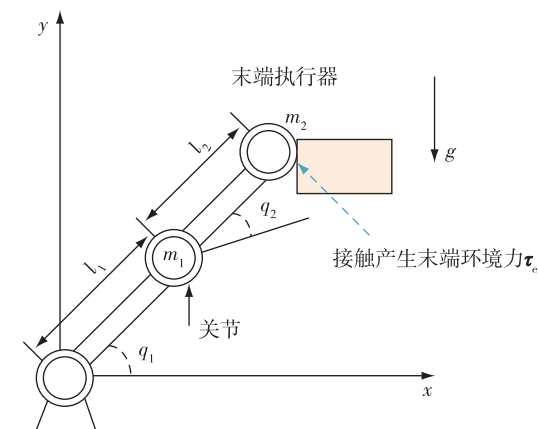


图2 二关节机械臂与环境接触示意

Fig. 2 Schematic diagram of the contact between the two-joint robotic arm and the environment

#### 3.2 仿真结果

图3表示系统的阻抗误差.图4表示扰动值和扰动观测值.图5表示复合控制器式(21)和无扰动观测器的传统阻抗控制对期望轨迹的跟踪效果对比.由图3可知,所提出的基于扰动观测器的阻抗复合

控制,在短时间内使得阻抗误差收敛到了一个小邻域.由图4可知扰动观测器对实际扰动的观测效果较好.由图5可知,基于扰动观测器的阻抗复合控制相较于传统的阻抗控制,跟踪控制效果更好.

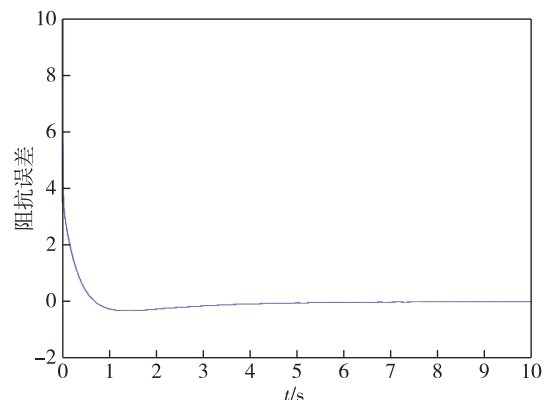


图3 阻抗误差

Fig. 3 Impedance error

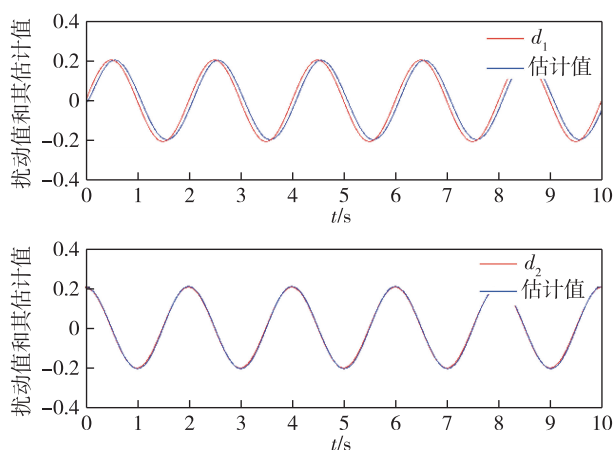
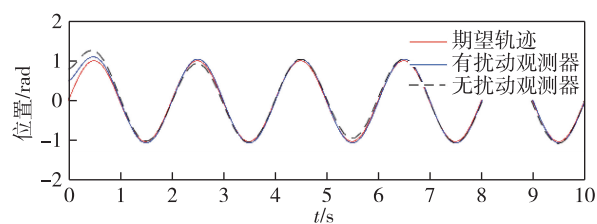
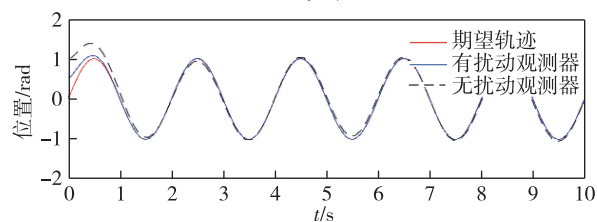


图4 扰动值和扰动观测值

Fig. 4 The estimated and simulated disturbance values



a. 关节1



b. 关节2

图5 期望轨迹和实际轨迹

Fig. 5 Expected trajectories and actual trajectories

## 4 结论

本文设计了一种基于扰动观测器的阻抗复合控制器,采用扰动观测器和阻抗控制器、位置控制器组成复合控制器.所提出的基于扰动观测器的阻抗复合控制器,在机械臂与外界环境发生接触的情况下,阻抗误差收敛到一个小邻域,实现了二阶期望阻抗关系,有很好的跟踪控制效果.

## 参考文献

### References

- [ 1 ] Hogan N. Impedance control: an approach to manipulation.Part I: theory[J].Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 1985, 107(1): 1-7
- [ 2 ] 许家忠,郑学海,周洵.复合材料打磨机器人的主动柔顺控制[J].电机与控制学报,2019,23(12):151-158  
XU Jiachong, ZHENG Xuehai, ZHOU Xun. Active and compliant control of the composite polishing robot[J]. Electric Machines and Control, 2019, 23(12): 151-158
- [ 3 ] 彭大宝,陈昌铎.基于阻抗的下肢康复外骨骼力与位置控制研究[J].南京理工大学学报,2020,44(1): 21-25  
PENG Erbao, CHEN Changduo. Force and position control for lower limb rehabilitation exoskeleton based on impedance[J].Journal of Nanjing University of Science and Technology, 2020, 44(1): 21-25
- [ 4 ] 陈靓,黄玉平,陶云飞,等.基于阻抗模型的下肢康复机器人交互控制系统设计[J].计算机测量与控制,2020(4):116-120  
CHEN Jing, HUANG Yuping, TAO Yunfei, et al. Design of interactive control system of lower limb rehabilitation robot based on impedance model[J].Computer Measurement & Control, 2020(4): 116-120
- [ 5 ] 张刚,布挺,焦文潭,等.柔性机器人动力学跟踪变阻抗控制[J].实验室研究与探索,2020,39(3):15-19  
ZHANG Gang, BU Ting, JIAO Wentan, et al. Variable admittance control for flexible robot motion trajectory tracking[J].Research and Exploration in Laboratory, 2020, 39(3): 15-19
- [ 6 ] 于振中,谷华航.下肢康复机器人模糊增益自适应调整的滑模阻抗控制[J].制造业自动化,2020,42(7): 46-50  
YU Zhenzhong, GU Huahang. Trajectory tracking control of lower limb rehabilitation robot based on iterative learning with advanced sampling time[J].Manufacturing Automation, 2020, 42(7): 46-50
- [ 7 ] 张玉明,吴青聪,陈柏,等.下肢软质康复外骨骼机器人的模糊神经网络阻抗控制[J].机器人,2020,42(4):477-484,493  
ZHANG Yuming, WU Qingcong, CHEN Bai, et al. Fuzzy neural network impedance control of soft lower limb rehabilitation exoskeleton robot[J].Robot, 2020, 42(4): 477-484, 493
- [ 8 ] 贾林,王耀南,何静,等.自由曲面打磨机器人非奇异终端滑模阻抗控制[J].电子测量与仪器学报,2020,34(5):89-96  
JIA Lin, WANG Yaonan, HE Jing, et al. Non-singular terminal sliding mode impedance control of free-form surface grinding robot[J].Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2020, 34(5): 89-96
- [ 9 ] Peng J Z, Yang Z Q, Ma T L. Position/force tracking impedance control for robotic systems with uncertainties based on adaptive Jacobian and neural network[J].Complexity, 2019(1): 1-16
- [ 10 ] Feng Y, Yu X H, Man Z H. Non-singular terminal sliding mode control of rigid manipulators[J].Automatica, 2002, 38(12): 2159-2167
- [ 11 ] Jung S, Hsia T C. Neural network impedance force control of robot manipulator[J].IEEE Transactions on Industrial Electronics, 1998, 45(3): 451-461
- [ 12 ] Ge S S, Wang C. Adaptive neural control of uncertain MIMO nonlinear systems[J].IEEE Transactions on Neural Networks, 2004, 15(3): 674-692
- [ 13 ] Chen W H, Ballance D J, Gawthrop P J, et al. A nonlinear disturbance observer for robotic manipulators[J].IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2000, 47(4): 932-938
- [ 14 ] 于欣波.机器人自适应神经网络阻抗控制与人机物理交互研究[D].北京:北京科技大学,2020  
YU Xinbo. Research on robot adaptive neural network impedance control and human-machine physical interaction [D]. Beijing: University of Science and Technology Beijing, 2020
- [ 15 ] 丁润泽.基于阻抗控制的机器人力控制技术[D].哈尔滨:哈尔滨工业大学,2018  
DING Runze. Research on robot force control based on impedance control[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2018
- [ 16 ] 秦悦欣.五杆并联机器人的自适应阻抗控制方法研究[D].镇江:江苏大学,2019  
QIN Yuexin. Research on adaptive impedance control methods for five-bar parallel robot[D]. Zhenjiang: Jiangsu University, 2019

## Impedance composite control for manipulator based on disturbance observer

ZHANG Mingrui<sup>1</sup> MIAO Guoying<sup>1</sup> JIANG Chen<sup>1</sup>

<sup>1</sup> School of Automation, Nanjing University of Information Science & Technology, Nanjing 210044

**Abstract** In this paper, an impedance composite control method based on disturbance observer is proposed for manipulator system with unknown disturbances. For tracking the second order impedance dynamic model, a composite control strategy is designed, which includes the disturbance observer (DOB), the impedance controller, and the position controller to estimate unknown disturbances, correct input angle, and track the adjusted angle, respectively. This composite control strategy ensures that the impedance error converges to a small neighborhood, thus realizes the desired dynamic tracking of the second order impedance model. The effectiveness of the proposed control method is proved by simulation examples.

**Key words** manipulator; impedance control; disturbance observer (DOB); position control