DOI:10.13878/j.cnki.jnuist.2022.04.014

姜琛[1]　李涛[1,2]　赵宏生[1]

基于双观测器的四旋翼无人机姿态控制

摘要

为了提高四旋翼无人机姿态控制精度及抗干扰性能,将干扰观测器与扩张状态观测器相结合,提出了一种基于双观测器的滑模抗干扰控制方法.首先,对于部分已知信息的干扰用外生系统模型描述,并用干扰观测器进行估计;然后针对复杂的非线性可微干扰采用扩张状态观测器进行估计;接着设计滑模控制律来补偿双观测器估计的干扰,进而实现姿态控制;最后利用李雅普诺夫理论证明了系统的稳定性.仿真结果表明,该方法相较于传统的PID控制具有更高的跟踪精度和良好的抗干扰能力.

关键词

四旋翼无人机;干扰观测器;扩张状态观测器;滑模控制

中图分类号 V249.1
文献标志码 A

收稿日期 2021-09-16
资助项目 江苏省“333工程”科研项目(BRA2020067)

作者简介

姜琛,男,硕士生,研究方向为抗干扰控制、无人系统智能控制.1650270517@qq.com

李涛(通信作者),男,博士,教授,主要研究方向为抗干扰控制、无人系统智能控制等.litaojia@163.com

1 南京信息工程大学 自动化学院,南京,210044

2 南京信息工程大学 大气环境与装备技术协同创新中心,南京,210044

0 引言

四旋翼无人机(Quadrotor Unmanned Aerial Vehicle,QUAV)具有灵活、高效、方便等特点,在交通、建筑、防灾救援、航道巡查等领域中应用广泛[1].QUAV抗干扰能力较弱且极易受到外部环境的影响,这些都增大了其控制难度.因此,一个稳健、可靠的控制方法就显得尤为重要.现阶段,对于四旋翼无人机飞行控制系统的设计方案主要有PID控制[2]、滑模控制[3]、自抗扰控制[4]等.

目前一种有效抑制干扰的方法是基于干扰观测器的控制(Disturbance Observer Based Control,DOBC)[5].例如,针对具有已知频率的谐波干扰,可以充分利用它的已知信息,用外生系统模型来进行描述,此时DOBC可以充分发挥它在干扰的估计方面的优越性能.邵书义等[6]通过设计离散时间干扰观测器抑制外部干扰和执行器故障的不利影响,并结合干扰观测器设计离散时间控制器保证了在外部干扰和执行器故障综合作用下的四旋翼无人机系统跟踪性能;侯林林[7]将干扰观测器与L_2-L_∞控制相结合设计了复合抗干扰控制器,提高了非线性时变时滞关联系统的抗干扰性能.在自抗扰控制(Active Disturbance Rejection Control,ADRC)[8]中,系统内部由于建模误差等因素产生的干扰以及外部所受干扰被看作是一个“总干扰”,通过对其补偿从而提高系统的稳定性.石嘉等[9]为了提高四旋翼无人机姿态控制的抗干扰能力,设计了一种内外环嵌套结构的改进型自抗扰控制器;Lotufo等[10]提出了一种设计四旋翼无人机的完整数字姿态控制单元的原始方法,该方法是在自抗扰控制和嵌入式模型控制框架内开发的,既基于影响工厂控制的干扰和不确定性的估计,也解决了针对四旋翼无人机姿态控制过程中存在模型不确定和外界风干扰的问题.但是,他们考虑的干扰是单一的,或者将多源干扰直接合并为一个总干扰,没有充分利用不同类型干扰特性和系统性能的影响机理,保守性较大.四旋翼无人机在飞行途中会受到连续风和阵风的影响,而它们可以被视为具有已知信息的干扰和未知的非线性干扰.因此,本文分别设计干扰观测器和扩张状态观测器进行估计,然后通过基于双观测器的滑模控制律来实现对不同干扰的补偿.经过理论和仿真验证,本文设计的控制算法能够有效估计和补偿干扰并快速精确地完成姿态角的轨迹跟踪.

1 四旋翼无人机建模

四旋翼无人机是典型的欠驱动模型.假设:1)四旋翼无人机可看作理想刚体,在运动过程中不存在任何形式的形变;2)四旋翼无人机的质心与坐标原点重合;3)忽略四旋翼无人机内部存在的各种形式的摩擦和能量损耗.图 1 为无人机的两个坐标系,图中 $F_i(i=1,\cdots,4)$ 为每个旋翼产生的升力,$\omega_i(i=1,\cdots,4)$ 为每个旋翼的转速.A 系为机体坐标系,B 系为地面坐标系,原点为无人机的质心.围绕 X,Y 和 Z 的欧拉角为 $\boldsymbol{\sigma}=[\phi\quad\theta\quad\varphi]^{\mathrm{T}}$,并且空间旋转分别以 X,Y 和 Z 轴的顺序变化.ϕ 为滚转角,即围绕自身 X 轴旋转的角度;θ 为俯仰角,即围绕自身 Y 轴旋转的角度;φ 为偏航角,即围绕自身 Z 轴旋转的角度.

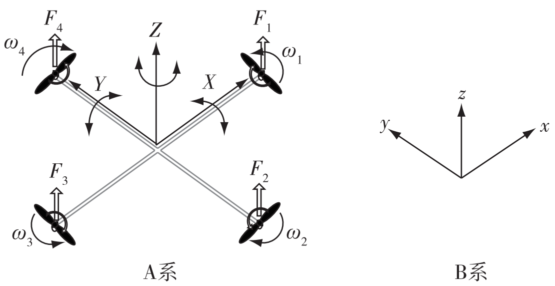

图 1 四旋翼无人机系统简图
Fig. 1 Schematic diagram of quadrotor UAV system

本文主要研究四旋翼无人机的姿态控制,不考虑姿态角大于 90°的情况.用欧拉角来描述四旋翼无人机的空间姿态并进行建模.根据牛顿第二定律,四旋翼无人机的动力学模型[11]如下:

$$\begin{cases}\ddot{\phi}=-\dfrac{lH_1}{I_{xx}}\dot{\phi}+u_1+G_1,\\ \ddot{\theta}=-\dfrac{lH_2}{I_{yy}}\dot{\theta}+u_2+G_2,\\ \ddot{\varphi}=-\dfrac{lH_3}{I_{zz}}\dot{\varphi}+u_3+G_3,\end{cases}\tag{1}$$

其中 l 表示各旋翼到机体质心的距离,I_{xx},I_{yy},I_{zz} 分别为四旋翼无人机机体的三轴转动惯量,$H_i(i=1,2,3)$ 为阻力系数,$u_i(i=1,2,3)$ 分别为滚转角 ϕ、俯仰角 θ 以及偏航角 φ 的控制输入,$G_i(i=1,2,3)$ 为无人机每个角所受到的干扰.这里 G_i 为两部分组成:

$$G_i=d_i+f.\tag{2}$$

假设 1 f 所代表的未知干扰是可微的,且 $\dot{f}=h$.这里的 h 为未知但有界的函数.

干扰 d_i 可以用如下的外生系统模型进行描述:

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{\xi}}=\boldsymbol{M}_i\boldsymbol{\xi},\\ d_i=\boldsymbol{N}_i\boldsymbol{\xi},\end{cases}\tag{3}$$

其中 $\boldsymbol{\xi}\in\mathbf{R}^2$ 是外生系统模型的状态向量,$\boldsymbol{M}_i$ 和 $\boldsymbol{N}_i$ 分别为外生系统模型的系统矩阵和输出矩阵.

为了简化证明,本文的证明过程以滚转角模型为基础,整个控制结构如图 2 所示.其中 $\hat{d}_i$ 为干扰观测器的估计值,$\hat{f}$ 为扩张状态观测器的估计值.

2 双观测器设计

2.1 干扰观测器设计

根据式(1)可知,滚转角 ϕ、俯仰角 θ 以及偏航角 φ 的形式类似,故本文只对滚转角 ϕ 进行分析.首先定义 $x_1=\phi$,$x_2=\dot{\phi}$ 和 $x_3=f$.此时,关于滚转角 ϕ 的系统模型为

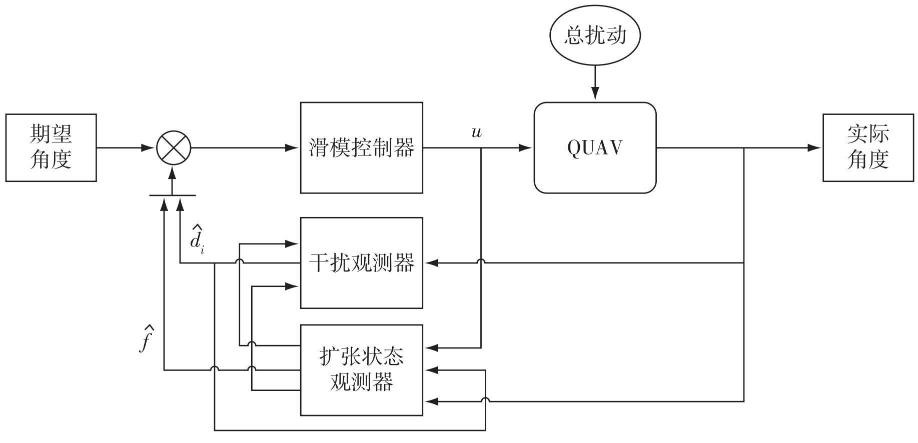

图 2 四旋翼无人机姿态控制结构框图
Fig. 2 Block diagram of quadrotor UAV attitude control

$$\begin{cases}\dot{x}_1 = x_2,\\ \dot{x}_2 = ax_2 + bu_1 + d_1 + x_3,\\ \dot{x}_3 = h,\end{cases} \tag{4}$$

式中 $a=-\dfrac{lK_1}{I_{xx}}$，$b=1$.其中 x_1，x_2 均可通过传感器进行测量.

为了补偿由外生模型描述的干扰 d_1，设计如下干扰观测器：

$$\begin{cases}\hat{d}_1 = \boldsymbol{N}_1\hat{\boldsymbol{\xi}},\\ \hat{\boldsymbol{\xi}} = T + \boldsymbol{L}_1 x_2,\\ \dot{T} = (\boldsymbol{M}_1 - \boldsymbol{L}_1\boldsymbol{N}_1)\hat{\boldsymbol{\xi}} - \boldsymbol{L}_1(a\hat{x}_2 + bu_1 + \hat{x}_3),\end{cases} \tag{5}$$

其中，$\hat{d}_1$ 和 $\hat{\boldsymbol{\xi}}$ 分别为 d_1 和 $\boldsymbol{\xi}$ 的估计，T 是辅助变量. $\boldsymbol{L}_1=[l_1 \quad l_2]^{\mathrm{T}}$ 为干扰观测器的增益.

2.2 扩张状态观测器设计

此时，基于干扰观测器的输出，扩张状态观测器设计为

$$\begin{cases}\dot{\hat{x}}_2 = a\hat{x}_2 + bu_1 + \hat{x}_3 + \hat{d}_1 + k_1(x_2 - \hat{x}_2),\\ \dot{\hat{x}}_3 = k_2(x_2 - \hat{x}_2),\end{cases} \tag{6}$$

其中 $\hat{x}_2$ 和 $\hat{x}_3$ 分别为 x_2 和 x_3 的估计，k_1 和 k_2 为扩张状态观测器的增益.

此时，根据式(3) 和式(5) 可以得到 $\boldsymbol{\xi}$ 估计误差：

$$\dot{\tilde{\boldsymbol{\xi}}} = (\boldsymbol{M}_1 - \boldsymbol{L}_1\boldsymbol{N}_1)\tilde{\boldsymbol{\xi}} - a\boldsymbol{L}_1\tilde{x}_2 - \boldsymbol{L}_1\tilde{x}_3. \tag{7}$$

根据式(4)和式(6)得到 x_2 和 x_3 估计误差：

$$\begin{cases}\dot{\tilde{x}}_2 = \boldsymbol{N}_1\tilde{\boldsymbol{\xi}} - k_1\tilde{x}_2 + \tilde{x}_3,\\ \dot{\tilde{x}}_3 = -k_2\tilde{x}_2 + h,\end{cases} \tag{8}$$

式中 $\tilde{\boldsymbol{\xi}}=\boldsymbol{\xi}-\hat{\boldsymbol{\xi}}$，$\tilde{x}_2=x_2-\hat{x}_2$，$\tilde{x}_3=x_3-\hat{x}_3$.由式(7) 和式(8) 可以看出干扰观测器(5) 和扩张状态观测器(6) 是高度耦合的，因此，将其结合起来：

$$\begin{bmatrix}\dot{\tilde{\boldsymbol{\xi}}}\\ \dot{\tilde{x}}_2\\ \dot{\tilde{x}}_3\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\boldsymbol{M}_1 - \boldsymbol{L}_1\boldsymbol{N}_1 & -a\boldsymbol{L}_1 & -\boldsymbol{L}_1\\ \boldsymbol{N}_1 & -k_1 & 1\\ 0 & -k_2 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\tilde{\boldsymbol{\xi}}\\ \tilde{x}_2\\ \tilde{x}_3\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}h. \tag{9}$$

此时，干扰观测器以及扩张状态观测器的增益可以通过极点配置法进行选择.

$$\left|s\boldsymbol{I}-\begin{bmatrix}\boldsymbol{M}_1-\boldsymbol{L}_1\boldsymbol{N}_1 & -a\boldsymbol{L}_1 & -\boldsymbol{L}_1\\ \boldsymbol{N}_1 & -k_1 & 1\\ 0 & -k_2 & 0\end{bmatrix}\right| = \prod_{i=1}^{3}(s+w_i), \tag{10}$$

这里的 w_i 是一个正常数.此时误差系统(9)为输入输出稳定.

注 1 针对误差系统(9)首先指定一组期望闭环极点 λ_1，λ_2，λ_3，并且保证所有的极点均存在负实部；然后通过格拉姆矩阵判据判定其是否能控，若系统完全能控，即满足可配置条件，再通过计算系统的多项式(10)即可求得干扰观测器以及扩张状态观测器的增益.

也可通过线性矩阵不等式(LMI)的方法求双观测器的增益，此时将估计误差系统(9)改写为

$$\begin{bmatrix}\dot{\tilde{\boldsymbol{\xi}}}\\ \dot{\tilde{\boldsymbol{x}}}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\boldsymbol{M}_1-\boldsymbol{L}_1\boldsymbol{N}_1 & -\boldsymbol{L}_1\boldsymbol{B}\\ \boldsymbol{D}\boldsymbol{N}_1 & \boldsymbol{A}-\boldsymbol{K}_1\boldsymbol{C}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\tilde{\boldsymbol{\xi}}\\ \tilde{\boldsymbol{x}}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\ \boldsymbol{E}\end{bmatrix}h, \tag{11}$$

其中 $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}0&1\\0&0\end{bmatrix}$，$\boldsymbol{B}=[a \quad 1]$，$\boldsymbol{C}=[1 \quad 0]$，$\boldsymbol{D}=\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}$，$\boldsymbol{E}=\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}$，$\boldsymbol{K}_1=\begin{bmatrix}k_1\\k_2\end{bmatrix}$.

引理 1[12] 对于 $\forall \boldsymbol{x},\boldsymbol{y}\in\mathbf{R}^n$，存在正实数 ε 和正定矩阵 $\boldsymbol{Z}\in\mathbf{R}^{n\times n}$，满足 $2\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y}\leqslant\varepsilon^{-1}\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Z}\boldsymbol{x}+\varepsilon\boldsymbol{y}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Z}\boldsymbol{y}$.

定理 1 对于系统(11)，如果存在正定对称矩阵 $\boldsymbol{P}=\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}>0$，$\boldsymbol{Q}=\boldsymbol{Q}^{\mathrm{T}}>0$，常数 $\partial>0$ 以及矩阵 $\boldsymbol{P}_l$，$\boldsymbol{Q}_k$ 满足：

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Pi}_1 & \boldsymbol{N}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}-\boldsymbol{P}_l\boldsymbol{B} & 0\\ * & \boldsymbol{\Pi}_2 & \boldsymbol{Q}\boldsymbol{E}\\ * & * & -\partial\boldsymbol{I}\end{bmatrix}<0, \tag{12}$$

式中 $\boldsymbol{\Pi}_1=\boldsymbol{P}\boldsymbol{M}_1-\boldsymbol{P}_l\boldsymbol{N}_1+(\boldsymbol{P}\boldsymbol{M}_1-\boldsymbol{P}_l\boldsymbol{N}_1)^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{P}$，$\boldsymbol{\Pi}_2=\boldsymbol{Q}\boldsymbol{A}-\boldsymbol{Q}_k\boldsymbol{C}+(\boldsymbol{Q}\boldsymbol{A}-\boldsymbol{Q}_k\boldsymbol{C})^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{Q}$，此时通过选择观测器增益 $\boldsymbol{L}_1=\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{P}_l$，$\boldsymbol{K}_1=\boldsymbol{Q}^{-1}\boldsymbol{Q}_k$，系统(11)最终是一致有界的.

证明 选取李雅普诺夫函数：

$$V_1=\tilde{\boldsymbol{\xi}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\tilde{\boldsymbol{\xi}}+\tilde{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}\tilde{\boldsymbol{x}}, \tag{13}$$

对其进行求导可得：

$$\begin{aligned}\dot{V}_1 = {} & \dot{\tilde{\boldsymbol{\xi}}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\tilde{\boldsymbol{\xi}}+\tilde{\boldsymbol{\xi}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\dot{\tilde{\boldsymbol{\xi}}}+\dot{\tilde{\boldsymbol{x}}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}\tilde{\boldsymbol{x}}+\tilde{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}\dot{\tilde{\boldsymbol{x}}} = \\ & \tilde{\boldsymbol{\xi}}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{M}_1-\boldsymbol{L}_1\boldsymbol{N}_1)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\tilde{\boldsymbol{\xi}}-\tilde{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{L}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\tilde{\boldsymbol{\xi}}+\\ & \tilde{\boldsymbol{\xi}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}(\boldsymbol{M}_1-\boldsymbol{L}_1\boldsymbol{N}_1)\tilde{\boldsymbol{\xi}}-\tilde{\boldsymbol{\xi}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{L}_1\boldsymbol{B}\tilde{\boldsymbol{x}}+\\ & \tilde{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{K}_1\boldsymbol{C})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}\tilde{\boldsymbol{x}}+\tilde{\boldsymbol{\xi}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{N}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}\tilde{\boldsymbol{x}}+\\ & \tilde{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{K}_1\boldsymbol{C})\tilde{\boldsymbol{x}}+\tilde{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}\boldsymbol{D}\boldsymbol{N}_1\tilde{\boldsymbol{\xi}}+\\ & h^{\mathrm{T}}\boldsymbol{E}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}\tilde{\boldsymbol{x}}+\tilde{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}\boldsymbol{E}h.\end{aligned} \tag{14}$$

根据引理 1 得：

$$\begin{aligned}\dot{V}_1 \leqslant {} & \tilde{\boldsymbol{\xi}}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{M}_1-\boldsymbol{L}_1\boldsymbol{N}_1)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\tilde{\boldsymbol{\xi}}-\tilde{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{L}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\tilde{\boldsymbol{\xi}}+\\ & \tilde{\boldsymbol{\xi}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}(\boldsymbol{M}_1-\boldsymbol{L}_1\boldsymbol{N}_1)\tilde{\boldsymbol{\xi}}-\tilde{\boldsymbol{\xi}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{L}_1\boldsymbol{B}\tilde{\boldsymbol{x}}+\\ & \tilde{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{K}_1\boldsymbol{C})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}\tilde{\boldsymbol{x}}+\tilde{\boldsymbol{\xi}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{N}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}\tilde{\boldsymbol{x}}+\\ & \tilde{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{K}_1\boldsymbol{C})\tilde{\boldsymbol{x}}+\tilde{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}\boldsymbol{D}\boldsymbol{N}_1\tilde{\boldsymbol{\xi}}+\end{aligned}$$

$$\partial^{-1}\tilde{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{QEE}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}\tilde{\boldsymbol{x}}+\partial\|h\|^{2}. \tag{15}$$

为了简单起见,定义:

$$\boldsymbol{J}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{J}_1 & \boldsymbol{J}_2\\ \boldsymbol{J}_3 & \boldsymbol{J}_4\end{bmatrix}, \tag{16}$$

其中:

$$\begin{cases}\boldsymbol{J}_1=\boldsymbol{P}(\boldsymbol{M}_1-\boldsymbol{L}_1\boldsymbol{N}_1)+(\boldsymbol{M}_1-\boldsymbol{L}_1\boldsymbol{N}_1)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P},\\ \boldsymbol{J}_2=\boldsymbol{J}_3^{\mathrm{T}}=\boldsymbol{N}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}-\boldsymbol{PL}_1\boldsymbol{B},\\ \boldsymbol{J}_4=\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{K}_1\boldsymbol{C})+(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{K}_1\boldsymbol{C})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}+\\ \qquad\partial^{-1}\boldsymbol{QEE}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}.\end{cases} \tag{17}$$

此时(15)可以简写为:

$$\dot{V}_1<\begin{bmatrix}\tilde{\boldsymbol{\xi}}\\ \tilde{\boldsymbol{x}}\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{J}\begin{bmatrix}\tilde{\boldsymbol{\xi}}\\ \tilde{\boldsymbol{x}}\end{bmatrix}+\partial\|h\|^{2}=$$
$$\begin{bmatrix}\tilde{\boldsymbol{\xi}}\\ \tilde{\boldsymbol{x}}\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{J}+\begin{bmatrix}\boldsymbol{P} & 0\\ 0 & \boldsymbol{Q}\end{bmatrix}\right)\begin{bmatrix}\tilde{\boldsymbol{\xi}}\\ \tilde{\boldsymbol{x}}\end{bmatrix}-V_1+\partial\|h\|^{2}. \tag{18}$$

从式(18)可以得出,如果 $\boldsymbol{J}+\begin{bmatrix}\boldsymbol{P} & 0\\ 0 & \boldsymbol{Q}\end{bmatrix}<0$ 成立,那么 $\dot{V}_1<-V_1+\partial\|h\|^{2}$ 一定成立.根据假设1可以保证 h 的有界性.因此,以下不等式成立:

$$\lim_{t\to\infty}\|\tilde{\boldsymbol{\xi}}\|\leqslant\sqrt{\frac{\partial\|h\|^{2}}{\lambda_{\min}(\boldsymbol{P})}},\lim_{t\to\infty}\|\tilde{\boldsymbol{x}}\|\leqslant\sqrt{\frac{\partial\|h\|^{2}}{\lambda_{\min}(\boldsymbol{Q})}}, \tag{19}$$

其中 $\lambda_{\min}(\boldsymbol{P})$,$\lambda_{\min}(\boldsymbol{Q})$ 分别表示矩阵 $\boldsymbol{P}$ 和 $\boldsymbol{Q}$ 的最小特征值.此时式(11)最终是一致有界的.根据 Schur 补引理,$\boldsymbol{J}+\begin{bmatrix}\boldsymbol{P} & 0\\ 0 & \boldsymbol{Q}\end{bmatrix}<0$ 等价于式(12).证明完成.

注2 在本文中,具有外生模型的干扰 d_i 由干扰观测器进行估计,而可微干扰 f 由扩张状态观测器进行估计.与单个扩张状态观测器相比,这种处理方案充分利用对已知信息干扰的估计结果,进而提高了干扰估计的性能.

3 基于双观测器的滑模控制器设计

为了提高控制系统的响应速度以及姿态角的跟踪精度,本文采用基于双观测器的滑模控制器[13].其中 ϕ_1 为给定的目标角度,ϕ 为当前的滚转角,e 为偏差且表示为

$$e=\phi_1-\phi. \tag{20}$$

针对滚转角 ϕ 选取如下滑模面:

$$s=\dot{e}+\lambda e, \tag{21}$$

其中 $\lambda>0$,并对上式滑模面求导得:

$$\dot{s}=\ddot{e}+\lambda\dot{e}=$$
$$(\ddot{\phi}_1-\ddot{\phi})+\lambda(\dot{\phi}_1-\dot{\phi})=$$
$$\ddot{\phi}_1-ax_2-u_1-(d_1+x_3)+\lambda(\dot{\phi}_1-x_2). \tag{22}$$

当 $\dot{s}=0$ 时,此时不考虑任何干扰,求得等效控制器 u_e:

$$u_e=\ddot{\phi}_1-a\hat{x}_2+\lambda(\dot{\phi}_1-\hat{x}_2). \tag{23}$$

为了增强系统的鲁棒性,定义如下 u_s:

$$u_s=\rho_1 s+\rho_2\operatorname{sgn}(s), \tag{24}$$

其中:

$$\operatorname{sgn}(s)=\begin{cases}1, & s>0,\\ 0, & s=0,\\ -1, & s<0,\end{cases} \tag{25}$$

此时基于双观测器的滑模控制律为

$$u_1=u_e+u_s-\hat{d}_1-\hat{x}_3=$$
$$\ddot{\phi}_1-a\hat{x}_2+\lambda(\dot{\phi}_1-\hat{x}_2)+\rho_1[\dot{\phi}_1-\dot{\phi}+\lambda(\phi_1-\phi)]+$$
$$\rho_2\operatorname{sgn}[\dot{\phi}_1-\dot{\phi}+\lambda(\phi_1-\phi)]-\hat{d}_1-\hat{x}_3. \tag{26}$$

注3 当输入带有干扰补偿 $\hat{d}_1$ 以及 $\hat{x}_3$ 的基于双观测器的滑模控制律 u 后,此时滑模面的导数 $\dot{s}=\ddot{\phi}_1-a\hat{x}_2-(u_e+u_s)+\tilde{d}_1+\tilde{x}_3+\lambda(\dot{\varphi}_1-\hat{x}_2)$,系统的干扰由 d_1+x_3 变为 $\tilde{d}_1+\tilde{x}_3$,进而减小了系统的干扰.其中 $\tilde{d}_1=\hat{d}_1-d_1$,$\tilde{x}_3=\hat{x}_3-x_3$.

定理2 当取 $\rho_1\geqslant0$,$\rho_2\geqslant\max|\tilde{d}_1+\tilde{x}_3|$ 时,所设计基于双观测器的滑模控制器有效.

证明 选取李雅普诺夫函数:

$$V_2=\frac{1}{2}s^2, \tag{27}$$

对其进行求导可得:

$$\dot{V}_2=s\dot{s}=$$
$$s[\ddot{\phi}_1-a\hat{x}_2-(u_e+u_s)+\tilde{d}_1+\tilde{x}_3+\lambda(\dot{\phi}_1-\hat{x}_2)]=$$
$$s[\ddot{\phi}_1-a\hat{x}_2-\ddot{\phi}_1+a\hat{x}_2-\lambda(\dot{\phi}_1-\hat{x}_2)-\rho_1 s-$$
$$\rho_2\operatorname{sgn}(s)+\tilde{d}_1+\tilde{x}_3+\lambda(\dot{\phi}_1-\hat{x}_2)]=$$
$$s[-\rho_1 s-\rho_2\operatorname{sgn}(s)+\tilde{d}_1+\tilde{x}_3]=$$
$$-\rho_1 s^2-\rho_2\|s\|+(\tilde{d}_1+\tilde{x}_3)s. \tag{28}$$

根据式(19)可知 $\tilde{d}_1+\tilde{x}_3$ 是有界的,因此,当取 $\rho_1\geqslant0$,$\rho_2\geqslant\max|\tilde{d}+\tilde{x}_3|$ 时即可保证 $\dot{V}_2\leqslant0$,系统稳定.证明完成.

4 仿真实验分析

为了验证基于双观测器的滑模控制方案的有效性和鲁棒性,在 MATLAB 的 Simulink 环境下进行仿真.给定的四旋翼无人机动力学模型参数如下所示:$m=2.5$ kg,$l=0.245$ m,$H_1=0.01$,$I_{xx}=0.042$ kg·m^2.而干扰分为 d_i 和 f.两部分干扰 d_i 表示连续风干

扰,干扰 f 表示阵风干扰,它们分别由干扰观测器和扩张状态观测器来进行估计. 首先, 干扰 $d_1 = c_1\sin(wt+\psi_1)$,它的已知频率 w_1 为 1,参数 c_1 和 ψ_1 分别被选为 -1 和 $-\pi/6$.选取 $\boldsymbol{\xi}_1=[c_1\sin(wt+\psi_1), c_1\cos(wt+\psi_1)]^{\mathrm{T}}$,干扰 d_1 根据式(3)形式进行建模,其系数矩阵:

$$\boldsymbol{M}_1=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -1 & 0\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{N}_1=[1\quad 0]. \tag{29}$$

给定非线性干扰 $f_1=-x_1^{\ 2}+2x_2+0.2\sin(2t)$,通过极点配置,干扰观测器和扩张状态观测器的增益分别为 $\boldsymbol{L}_{1-1}=[0.61\quad 4.62]^{\mathrm{T}}$,$\boldsymbol{K}_{1-1}=[9.39\quad 24]^{\mathrm{T}}$.

干扰观测器与扩张状态观测器估计的风扰分别如图 3、4 所示.从图 3 中可以看出所设计的干扰观测器可以在 4 s 时准确地估计到干扰 d_1.同样地可以从图 4 中观察到扩张状态观测器对非线性干扰 f_1 估计误差较小,观测器的性能较强.

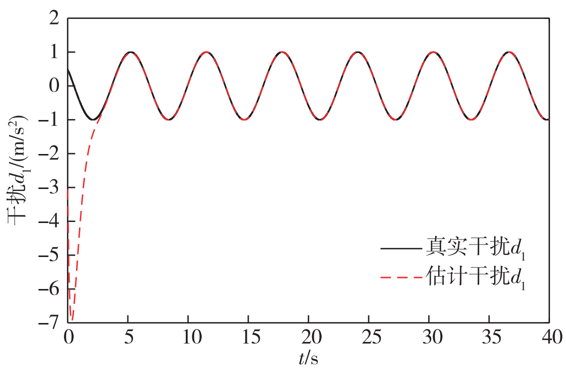

图 3　干扰 d_1 的估计

Fig. 3　Estimation of interference d_1

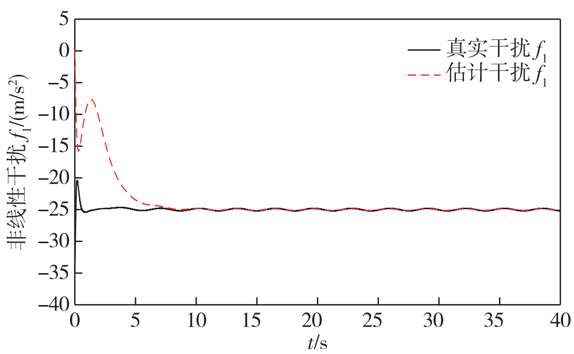

图 4　非线性干扰 f_1 的估计

Fig. 4　Estimation of nonlinear interference f_1

对于干扰 $d_2=c_2\sin(wt+\psi_2)$,它的已知频率 w_2 为 1,参数 c_2 和 ψ_2 分别被选为 2 和 0. 选取 $\boldsymbol{\xi}_2=[\sin(wt+\psi_2),\cos(wt+\psi_2)]^{\mathrm{T}}$,干扰 d_2 根据式(3)进行建模,其系数矩阵:

$$\boldsymbol{M}_2=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -1 & 0\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{N}_2=[2\quad 0]. \tag{30}$$

非线性干扰给定 $f_2=-x_1^{\ 2}+2x_2+0.2\sin(2t)$,通过 LMI 的方法[14]对双观测器的增益进行求解,得到干扰观测器和扩张状态观测器的增益分别为 $\boldsymbol{L}_{1-2}=[3.266\quad 2.651]^{\mathrm{T}}$,$\boldsymbol{K}_{1-2}=[9.38\quad 41.4]^{\mathrm{T}}$. 从图 5 和 6 中可以看出:相对于图 3 和 4,此时观测器虽然可以准确估计到干扰,但是超调量较大而且所需时间更长.因此,当系统不存在不确定项时,极点配置法优于 LMI 的方法.

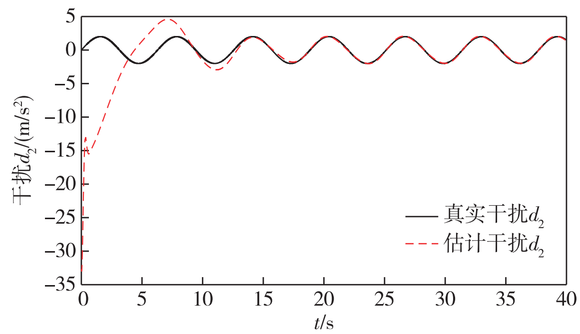

图 5　干扰 d_2 的估计

Fig. 5　Estimation of interference d_2

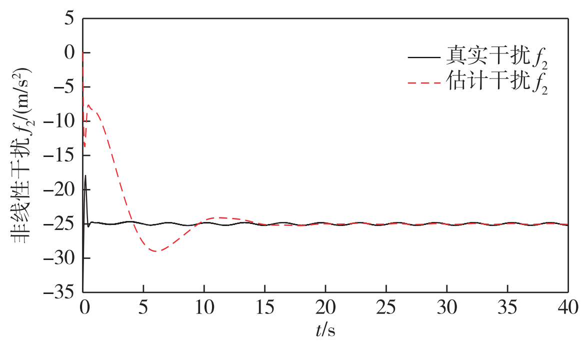

图 6　非线性干扰 f_2 的估计

Fig. 6　Estimation of nonlinear interference f_2

滚转角、俯仰角和偏航角的跟踪仿真如图 7—9 所示.设定目标角度 $\phi_1=5°$、$\theta_1=6°$、$\varphi_1=7°$,各旋翼到机体质心的距离 l 为 0.245 m.四旋翼无人机机体的三轴转动惯量 I_{xx}, I_{yy}, I_{zz} 分别为 0.042、0.051 和 0.09,阻力系数 H_1, H_2, H_3 分别为 0.01、0.05 和 0.1. 控制器中 $\lambda=10$,$\rho_1=20$,$\rho_2=30$.并将本文提出的控制方法与 PID 控制[15]进行对比,使用该文的取值,其中 $k_p=15$,$k_i=0.2$,$k_d=9$. 可以从图 7—9 中清楚地看出 PID 控制并未能精确地跟踪到期望角度,超调量较大,而本文的控制算法超调量小,对干扰的抑

制效果较好,并且对目标角度信号的跟踪精度也非常高.

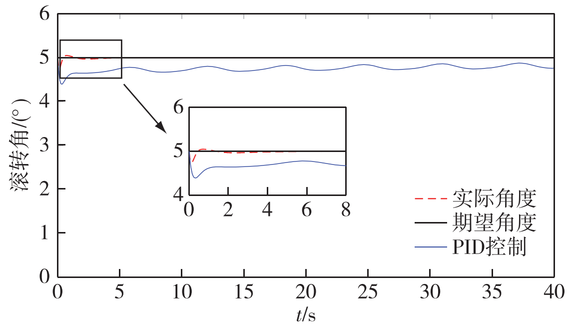

图 7 滚转角 ϕ 的跟踪性能与对比

Fig. 7 Tracking performance and comparison of roll angle ϕ

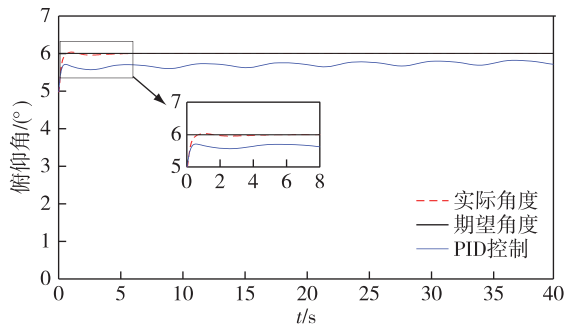

图 8 俯仰角 θ 的跟踪性能与对比

Fig. 8 Tracking performance and comparison of pitch angle θ

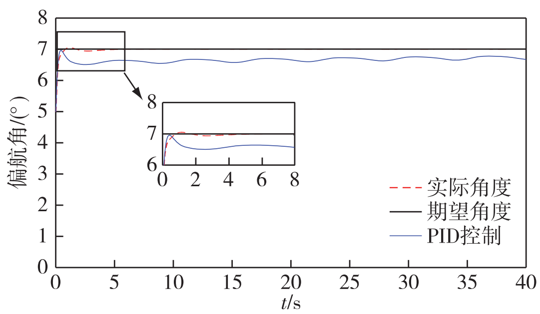

图 9 偏航角 φ 的跟踪性能与对比

Fig. 9 Tracking performance and comparison of yaw angle φ

5 结束语

为了提高四旋翼无人机的控制精度和抗干扰能力,充分利用四旋翼无人机上多重干扰的特性,提出了一种新的基于双观测器的滑模控制方案.利用干扰观测器来估计外生系统模型描述的干扰,而可微干扰被扩张状态观测器估计.接着设计基于双观测器的滑模控制器,实现了四旋翼无人机的抗干扰姿态跟踪控制.最后利用李亚普诺夫理论证明了该系统的稳定性.在未来的工作中,将尝试采用实物仿真来验证所提方法的实用性.

参考文献
References

[1] 李光.无人机的发展现状与趋势[J].现代工业经济和信息化,2021,11(3):12-13,16
LI Guang.Status and trend of UAV development[J].Modern Industrial Economy and Informationization,2021,11(3):12-13,16

[2] Qasim M,Susanto E,Wibowo A S.PID control for attitude stabilization of an unmanned aerial vehicle quad-copter[C]//2017 5th International Conference on Instrumentation, Control, and Automation (ICA). August 9-11, 2017,Yogyakarta,Indonesia.IEEE,2017:109-114

[3] 赵红超,周洪庆,王书湖.基于扩张状态观测器的四旋翼无人机滑模控制[J].指挥控制与仿真,2020,42(5):91-96
ZHAO Hongchao, ZHOU Hongqing, WANG Shuhu. Sliding mode control of quad-rotor UAV based on extended state observer[J].Command Control & Simulation,2020,42(5):91-96

[4] 吴君华,谢习华,李拥祺.基于线性自抗扰控制技术的四旋翼无人机控制系统[J].传感器与微系统,2021,40(5):102-106,110
WU Junhua, XIE Xihua, LI Yongqi. Four-rotor UAV control system based on LADRC technology [J]. Transducer and Microsystem Technologies,2021,40(5):102-106,110

[5] Chen W H, Yang J, Guo L, et al. Disturbance-observer-based control and related methods:an overview[J].IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2016, 63(2):1083-1095

[6] 邵书义,陈谋,招启军.基于干扰观测器的四旋翼无人机离散时间容错控制[J].航空学报,2020,41(增刊2):724283
SHAO Shuyi, CHEN Mou, ZHAO Qijun. Discrete-time fault-tolerant control for quadrotor UAV based on disturbance observer [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica,2020,41(sup2):724283

[7] 侯林林.非线性时变时滞关联系统的复合分层抗干扰控制[J].中国科技论文,2015,10(2):124-129
HOU Linlin. Composite hierarchical anti-disturbance control for nonlinear time-varying delay interconnected systems[J].China Sciencepaper,2015,10(2):124-129

[8] 韩京清.自抗扰控制器及其应用[J].控制与决策,1998,13(1):19-23
HAN Jingqing.Auto-disturbances-rejection controller and its applications[J].Control and Decision,1998,13(1):19-23

[9] 石嘉,裴忠才,唐志勇,等.改进型自抗扰四旋翼无人机控制系统设计与实现[J].北京航空航天大学学报,2021,47(9):1823-1831
SHI Jia,PEI Zhongcai,TANG Zhiyong,et al.Design and realization of an improved active disturbance rejection quadrotor UAV control system[J].Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics,2021,47(9):

1823-1831

[10] Lotufo M A,Colangelo L,Perez-Montenegro C,et al.UAV quadrotor attitude control:an ADRC-EMC combined approach[J].Control Engineering Practice,2019,84:13-22

[11] Wang Z T,Wan Y H.Sliding mode attitude control of quadrotor UAV based on proportional integral observer[J].Journal of Physics:Conference Series,2019,1267:012096

[12] Xiao J,Zeng Z G.Finite-time passivity of neural networks with time varying delay[J].Journal of the Franklin Institute,2020,357(4):2437-2456

[13] 张润梅,罗谷安,袁彬,等.多关节机械臂干扰观测器的自适应滑模控制[J/OL].机械科学与技术:1-10[2021-10-13].https://doi.org/10.13433/j.cnki.1003-8728.20200543
ZHANG Runmei,LUO Gu'an,YUAN Bin,et al.Adaptive sliding mode control of multi-joint manipulator interference observer[J].Mechanical Science and Technology:1-10[2021-10-13].https://doi.org/10.13433/j.cnki.1003-8728.20200543

[14] 戴昊,崔志文,袁鹏,等.基于线性矩阵不等式的巡检机器人路径规划[J].机械制造与自动化,2021,50(4):212-215
DAI Hao,CUI Zhiwen,YUAN Peng,et al.Path planning of inspection robot based on linear matrix inequalities[J].Machine Building & Automation,2021,50(4):212-215

[15] 冯培晏.四旋翼无人机建模与PID控制器设计[J].工业设计,2018(6):135-137
FENG Peiyan.Quadrotor uav modeling and PID controller design[J].Industrial Design,2018(6):135-137

Attitude control of quad-rotor UAV based on dual observers

JIANG Chen[1] LI Tao[1,2] ZHAO Hongsheng[1]

1 School of Automation,Nanjing University of Information Science & Technology,Nanjing 210044

2 Collaborative Innovation Center of Atmospheric Environment and Equipment Technology,
Nanjing University of Information Science & Technology,Nanjing 210044

Abstract In order to improve the attitude control accuracy and anti-disturbance performance of the quad-rotor UAV,the disturbance observer and the extended state observer are combined,and a sliding mode anti-disturbance control approach based on dual observers is proposed.First,the disturbance with part of the known information is described by the exogenous system model and estimated by the disturbance observer;then the extended state observer is used for the estimation of the complex nonlinear differentiable disturbance;then a sliding mode control law is designed to compensate for the disturbance estimated by the dual observers to achieve attitude control;finally,the stability of the system is proved by the Lyapunov theory.The simulation results show that this method has higher tracking accuracy and better anti-disturbance ability than traditional PID control.

Key words quadrotor UAV;disturbance observer;extended state observer;sliding mode control