



噪声采样区间下具有随机短时滞的 网络化系统镇定研究

摘要

在实际工程中,网络化控制系统的采样间隔往往受到不可预知的物理约束,而这会导致噪声采样区间,也就是实际采样区间以一定的概率分布围绕着理想采样周期随机波动.本文研究噪声采样区间下具有随机短时滞的网络化系统镇定问题.首先利用离散时间方法建立一个闭环随机系统模型,但由于采样噪声和时变短时滞都具有随机性,因此,闭环随机系统模型的系统矩阵具有高度非线性和双重随机性.为了解决系统矩阵的高度非线性和双重随机性给镇定控制器设计带来的困难,本文利用汇合范德蒙矩阵方法和克罗内克积运算,计算出与系统矩阵相关的三个矩阵乘积的数学期望.在此基础上,本文得到了保证闭环系统随机稳定的充分条件.与此同时,通过求解线性矩阵不等式设计了镇定控制器.最后,通过两个仿真算例,验证了此设计方法的有效性.

关键词

网络化控制系统;噪声采样区间;随机短时滞

中图分类号 TP273

文献标志码 A

收稿日期 2021-09-10

资助项目 国家自然科学基金(62003204,62073144)

作者简介

胡志佩,男,博士,讲师,主要研究方向为网络化系统控制、随机系统控制、网络化系统与信息物理系统的安全控制.huzhipei5374@126.com

邓飞其(通信作者),男,博士,教授,主要研究方向为动力系统的稳定性分析、随机与非线性系统的分析与综合.aufqdeng@scut.edu.cn

0 引言

近年来,随着数字硬件技术的飞速发展,采样控制方法在网络化系统的镇定问题中得到了广泛的研究^[1-9].然而,由于通信网络的容量有限,采样数据在传输过程中可能诱导出网络时延,从而对被控系统产生重要影响,并可能导致系统故障、不稳定或性能下降^[10-12].因此,研究具有时变时滞的网络化控制系统的镇定问题具有重要意义.例如,在考虑时变短时滞的情况下,文献[13]用鲁棒控制方法研究了一类网络化采样数据系统的稳定性问题.更多关于时变短时滞下网络化控制系统的稳定性问题研究见文献[14-16].注意到在许多情况下,网络诱导时滞是随机的^[17],因此,已有一些文献研究了时变采样间隔和随机时变时滞双重影响下采样数据系统的控制问题,可参见文献[18-19]以及其中的参考文献.

需要注意的是,在上述文献中,所考虑的网络化采样数据系统的采样间隔(周期性和非周期性)通常被假定为有界的和确定性的.然而,在工程实践中,由于不良的物理约束(例如时钟误差漂移、信号传输设备的性能退化和采样器的随机故障),网络化控制系统的采样间隔通常以随机方式发生^[20].换言之,实际采样间隔可能受到噪声干扰,并基于某个概率分布在理想采样周期周围随机波动.近年来,已有一些关于噪声采样间隔下采样数据系统控制的研究成果.例如:对于具有噪声采样间隔的采样数据系统,文献[21]和[22]分别研究了单一控制输入的镇定问题和多控制输入的量化/饱和控制问题;文献[23]通过假设采样误差遵循分类分布来设计同步控制器.需要指出的是,在大多数现有的关于具有随机时滞的采样数据控制系统的研究中,很少是基于噪声采样间隔下进行的.因此,本文的第一个动机是建立一个统一的框架使得噪声采样区间下具有随机时滞的采样数据系统得以镇定.

针对采样数据系统的镇定问题,已有文献主要采用输入延迟方法^[24]、离散时间方法^[25]和脉冲建模方法^[26]对其进行建模和分析.例如:文献[27]采用输入延迟方法研究了具有常数时滞的多智能体采样数据系统的领导者和跟随者一致性问题;文献[16]利用离散时间方法,研究了一类具有短时变时滞的采样数据系统的模型预测控制

1 汕头大学 工学院,汕头,515063

2 华南理工大学 自动化科学与工程学院,广州,510640

问题.但是,到目前为止,很少有文献利用离散时间方法来研究具有随机时滞的网络化系统镇定问题,特别是在实际采样间隔受噪声扰动的影响下.利用离散时间方法对最初的系统建模后,等价的离散模型的系统矩阵由于包含采样误差和采样误差与随机时滞之差这两个随机变量而具有高度非线性和双重随机性.找到有效的方法计算包括系统矩阵在内的三个矩阵乘积的数学期望值,对于控制器的设计至关重要.因此,本文的第二个动机是解决离散时间方法建模后控制器设计所面临的困难.

基于上述分析,本文致力于研究噪声采样区间下具有随机时滞的网络化系统的镇定问题.主要贡献可总结如下:1)研究了一类具有随机时滞的网络化采样数据系统的新的镇定问题.其中,实际采样间隔由于受到噪声扰动的影响,它以某种概率分布围绕着理想采样周期随机波动.文献[13-16]可以看成是本文的特例.2)利用离散时间方法建模后,等效的离散时间系统具有高度非线性和双重随机性,在期望运算中采用汇合范德蒙矩阵法和克罗内克积运算解决了控制器设计难点.3)考虑的采样误差可以是连续或离散的随机变量.本文在仿真中给出了两种特殊情况,包括服从均匀分布的连续采样误差和一类离散采样误差.

1 问题构建及系统建模

考虑以下受噪声采样间隔和随机时变时滞影响的网络控制系统:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t), \quad (1)$$

其中,状态向量 $\mathbf{x}(t) \in \mathbf{R}^n$ 和控制输入 $\mathbf{u}(t) \in \mathbf{R}^m$, \mathbf{A} 和 \mathbf{B} 是具有适当维数的常数矩阵, $\mathbf{x}(0)$ 是系统(1)的初始值.

系统(1)是非周期采样的并且采样区间 h_k 由两个部分组成, $h_k = h + \varepsilon_k$, 其中常数 h 表示理想周期采样间隔,随机变量 ε_k 表示不可预测的环境导致的采样误差.随机变量 ε_k 的概率密度函数(概率质量函数)记为 $f(\varepsilon)$.

注1 在本文中,采样误差 ε_k 可以是连续的或离散的随机变量.假设概率密度函数或概率质量函数是给定的.在仿真部分中除了讨论连续采样误差的情况外,还讨论了服从离散概率分布的采样误差.

本文给出了以下两个假设:

假设1 时滞 $\tau_k = \tau_{sc}(k) + \tau_{ca}(k)$, 其中 $0 \leq \tau_k < h_k$, $\tau_{sc}(k)$ 和 $\tau_{ca}(k)$ 分别为传感器到控制器的

时滞和控制器到执行器的时滞.随机时滞 τ_k 的概率密度函数(概率质量函数)记为 $f(\tau)$.

注2 文献[28]利用时滞分析方法减少生产停机时间,并可估计故障时滞的概率密度函数;文献[29]所考虑的时滞遵循指数分布;文献[30]基于互联网的机器人遥操作系统的时滞服从平行转移伽玛分布.在本文中,随机延迟 τ_k 的概率分布是一般的,其中,文献[28-30]中的概率分布是本文的特例.

假设2 随机变量 ε_k 和随机时滞 τ_k 是相互独立的.

对被控对象(1)进行采样周期为 h_k 的采样后,具有零阶保持器的控制输入 $\mathbf{u}(t)$ 为

$$\mathbf{u}(t) = \begin{cases} \mathbf{K}\mathbf{x}(t_{k-1}), & t_k \leq t < t_k + \tau_k, \\ \mathbf{K}\mathbf{x}(t_k), & t_k + \tau_k \leq t < t_{k+1}, \end{cases} \quad (2)$$

其中, $\{t_k\}_{k=0}^{\infty}$ 为采样序列, \mathbf{K} 为待确定的增益矩阵.将(2)代入(1)中,并将方程从 t_k 积分到 t_{k+1} ,用 \mathbf{x}_k 表示 $\mathbf{x}(t_k)$,并注意 $h_k = t_{k+1} - t_k$,可以得到如下闭环系统:

$$\mathbf{x}_{k+1} = e^{\mathbf{A}(h+\varepsilon_k)} \mathbf{x}_k + \int_{h+\varepsilon_k-\tau_k}^{h+\varepsilon_k} e^{\mathbf{A}s} \mathbf{d}s \mathbf{B}\mathbf{K}\mathbf{x}_{k-1} + \int_0^{h+\varepsilon_k-\tau_k} e^{\mathbf{A}s} \mathbf{d}s \mathbf{B}\mathbf{K}\mathbf{x}_k. \quad (3)$$

注3 基于假设2,可以用卷积公式计算随机变量 $\varepsilon_k - \tau_k$ 的概率密度函数(概率质量函数).在本文,设 $\sigma_k = \varepsilon_k - \tau_k$,并将随机变量 σ_k 的概率密度函数(概率质量函数)记为 $f(\sigma)$.

需要注意的是,随机变量 ε_k 和随机变量 σ_k 的存在给期望的计算带来了困难.

令 $\mathbf{H}_1(\varepsilon_k) = \int_0^{h+\varepsilon_k} e^{\mathbf{A}s} \mathbf{d}s \mathbf{A}$, $\mathbf{H}_2(\varepsilon_k) = \int_0^{h+\varepsilon_k} e^{\mathbf{A}s} \mathbf{d}s \mathbf{B}\mathbf{K}$ 以及 $\mathbf{J}(\sigma_k) = \int_0^{h+\sigma_k} e^{\mathbf{A}s} \mathbf{d}s \mathbf{B}\mathbf{K}$. 根据 $e^{\mathbf{A}(h+\varepsilon_k)} = \mathbf{I} + \int_0^{h+\varepsilon_k} e^{\mathbf{A}s} \mathbf{d}s \mathbf{A}$,可以得到

$$e^{\mathbf{A}(h+\varepsilon_k)} + \int_0^{h+\sigma_k} e^{\mathbf{A}s} \mathbf{d}s \mathbf{B}\mathbf{K} = \mathbf{I} + \mathbf{H}_1(\varepsilon_k) + \mathbf{J}(\sigma_k),$$

$$\int_{h+\varepsilon_k-\tau_k}^{h+\varepsilon_k} e^{\mathbf{A}s} \mathbf{d}s \mathbf{B}\mathbf{K} = \mathbf{H}_2(\varepsilon_k) - \mathbf{J}(\sigma_k).$$

因此,系统(3)可以重新表示为

$$\mathbf{x}_{k+1} = (\mathbf{I} + \mathbf{H}_1(\varepsilon_k) + \mathbf{J}(\sigma_k)) \mathbf{x}_k + (\mathbf{H}_2(\varepsilon_k) - \mathbf{J}(\sigma_k)) \mathbf{x}_{k-1}.$$

令 $\mathbf{y}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_k \\ \mathbf{x}_{k-1} \end{bmatrix}$, 则上述闭环系统可表示为

$$\mathbf{y}_{k+1} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} + \mathbf{H}_1(\varepsilon_k) + \mathbf{J}(\sigma_k) & \mathbf{H}_2(\varepsilon_k) - \mathbf{J}(\sigma_k) \\ \mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{y}_k. \quad (4)$$

本文的目的是设计一个镇定控制器,使随机增广系统(4)是随机稳定的.更具体地说,如果对任何初始状态 $y(0) \in \mathbf{R}^{2n}$, $\mathbb{E}\left\{\sum_{k=0}^{\infty} \|y_k\|^2\right\} < \infty$ 成立,那么随机增广系统(4)是随机稳定的.

2 主要结果

本节考虑噪声采样区间下具有随机时滞的线性网络化系统的镇定问题.为证明本文的主要结论,首先给出以下引理.

引理 1^[22] 矩阵 $A \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 具有特征值 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_l$ 及它们的重数 n_1, n_2, \dots, n_l , 其中 $n_1 + n_2 + \dots + n_l = n$. 那么可以得到

$$e^{As} = (\pi(s) V_a^{-1} \otimes I) \bar{A}, \quad (5)$$

其中:

$$\pi(s) = [e^{\lambda_1 s} \quad se^{\lambda_1 s} \quad \dots \quad s^{n_1-1} e^{\lambda_1 s} \quad \dots \quad e^{\lambda_\beta s} \quad se^{\lambda_\beta s} \quad \dots \quad s^{n_\beta-1} e^{\lambda_\beta s}],$$

$$\bar{A} = [I \quad A^T \quad \dots \quad A^{(n-1)T}]^T.$$

而 V_a 是文献[22]中的汇合范德蒙矩阵.

根据引理 1, 从(5)可以得出

$$\mathbb{E}\left\{\int_0^{h+\varepsilon_k} e^{As} ds\right\} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{h+\varepsilon} (\pi(s) \otimes I) ds f(\varepsilon) d\varepsilon \cdot (V_a^{-1} \otimes I) \bar{A} \triangleq \Gamma_1, \quad (6)$$

$$\mathbb{E}\left\{\int_0^{h+\sigma_k} e^{As} ds\right\} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{h+\sigma} (\pi(s) \otimes I) ds f(\sigma) d\sigma \cdot (V_a^{-1} \otimes I) \bar{A} \triangleq \Gamma_2. \quad (7)$$

引理 2 对于 $\mathbb{E}\left\{\int_0^{h+\varepsilon_k} \pi^T(s) ds \int_0^{h+\varepsilon_k} \pi(s) ds\right\}$, 存在一个矩阵 U_g 使得

$$\mathbb{E}\left\{\int_0^{h+\varepsilon_k} \pi^T(s) ds \int_0^{h+\varepsilon_k} \pi(s) ds\right\} = U_g^T U_g. \quad (8)$$

证明 对于任意 $\xi \neq 0$,

$$\xi^T \mathbb{E}\left\{\int_0^{h+\varepsilon_k} \pi^T(s) ds \int_0^{h+\varepsilon_k} \pi(s) ds\right\} \xi = \int_{-\infty}^{+\infty} \xi^T \int_0^{h+\varepsilon} \pi^T(s) ds \int_0^{h+\varepsilon} \pi(s) ds \xi f(\varepsilon) d\varepsilon.$$

令 $\Pi = \int_0^{h+\varepsilon} \pi^T(s) ds \int_0^{h+\varepsilon} \pi(s) ds$, 则 Π 是实对称矩阵. 矩阵 $\int_0^{h+\varepsilon} \pi(s) ds$ 为实矩阵, 因此 Π 是一个半正定矩阵. 因此, 对于任意 $\xi \neq 0$, $\xi^T \Pi \xi \geq 0$, 即 $\xi^T \int_0^{h+\varepsilon} \pi^T(s) ds \int_0^{h+\varepsilon} \pi(s) ds \xi \geq 0$. 并且 $f(\varepsilon) \geq 0$, 这意味着 $\xi^T \int_0^{h+\varepsilon} \pi^T(s) ds \int_0^{h+\varepsilon} \pi(s) ds \xi f(\varepsilon) \geq 0$. 即对于任意 $\xi \neq 0$,

$$\xi^T \mathbb{E}\left\{\int_0^{h+\varepsilon_k} \pi^T(s) ds \int_0^{h+\varepsilon_k} \pi(s) ds\right\} \xi \geq 0.$$

另外, $\int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{h+\varepsilon} \pi^T(s) ds \int_0^{h+\varepsilon} \pi(s) ds f(\varepsilon) d\varepsilon$ 是实对称矩阵, 那么

$$\mathbb{E}\left\{\int_0^{h+\varepsilon_k} \pi^T(s) ds \int_0^{h+\varepsilon_k} \pi(s) ds\right\} \geq 0,$$

即存在一个矩阵 U_g 使得(8)成立. 证毕.

对于 $\mathbb{E}\left\{\int_0^{h+\sigma_k} \pi^T(s) ds \int_0^{h+\sigma_k} \pi(s) ds\right\}$, 根据引理 2, 存在一个矩阵 U_h 使得

$$\mathbb{E}\left\{\int_0^{h+\sigma_k} \pi^T(s) ds \int_0^{h+\sigma_k} \pi(s) ds\right\} = U_h^T U_h. \quad (9)$$

以下的定理用于设计增广系统(4)的镇定控制器.

定理 1 给定正参数 $\alpha, \beta, \gamma, \kappa$, 如果存在矩阵 $X > 0, Z > 0$ 和 Y , 使下列不等式成立:

$$\begin{bmatrix} \hat{\Xi}_1 & \hat{\Xi}_2 & \hat{\Xi}_3 & \hat{\Xi}_5 & \mathbf{0} \\ * & -Z & \hat{\Xi}_4 & \mathbf{0} & \hat{\Xi}_6 \\ * & * & -I \otimes X & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ * & * & * & -I \otimes X & \mathbf{0} \\ * & * & * & * & -I \otimes X \end{bmatrix} < 0, \quad (10)$$

其中:

$$\hat{\Xi}_1 = Z + \Gamma_1 A X + X A^T \Gamma_1^T + \Gamma_2 B Y + Y^T B^T \Gamma_2^T,$$

$$\hat{\Xi}_2 = \Gamma_1 B Y - \Gamma_2 B Y,$$

$$\hat{\Xi}_3 = [X A^T \Phi_1^T \quad Y^T B^T \Phi_2^T],$$

$$\hat{\Xi}_4 = [Y^T B^T \Phi_1^T \quad -Y^T B^T \Phi_2^T],$$

$$\hat{\Xi}_5 = [\sqrt{\zeta_1} X A^T \Phi_1^T \quad \sqrt{\zeta_2} Y^T B^T \Phi_2^T],$$

$$\hat{\Xi}_6 = [\sqrt{\zeta_3} Y^T B^T \Phi_1^T \quad \sqrt{\zeta_4} Y^T B^T \Phi_2^T],$$

$$\zeta_1 = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\gamma}, \zeta_2 = \alpha + \frac{1}{\kappa}, \zeta_3 = \frac{1}{\beta} + \kappa, \zeta_4 = \beta + \gamma,$$

$$\Phi_1 = (U_g \otimes I) (V_a^{-1} \otimes I) \bar{A},$$

$$\Phi_2 = (U_h \otimes I) (V_a^{-1} \otimes I) \bar{A},$$

而 Γ_1, Γ_2 则分别定义在式(6)和(7)中, 那么离散时间随机系统(4)是随机稳定的. 另外, 如果不等式(10)是可解的, 控制器增益参数为 $K = YX^{-1}$.

证明 构造李雅普诺夫函数 $V(y_k) = y_k^T \bar{P} y_k$, 其中, $\bar{P} = \text{diag}\{P, Q\}$ 是一个正定矩阵. 定义李雅普诺夫函数之差为

$$\Delta V(y_k) = \mathbb{E}\{V(y_{k+1}) | y_k\} - V(y_k). \quad (11)$$

然后可以通过(4)和(11)得到

$$\mathbb{E}\{\Delta V(y_k)\} =$$

$$\mathbb{E}\left\{y_k^T \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1^T \mathbf{P} \mathbf{A}_1 + \mathbf{Q} - \mathbf{P} & \mathbf{A}_1^T \mathbf{P} \mathbf{A}_2 \\ * & \mathbf{A}_2^T \mathbf{P} \mathbf{A}_2 - \mathbf{Q} \end{bmatrix} y_k\right\}, \quad (12)$$

其中, $\mathbf{A}_1 = \mathbf{I} + \mathbf{H}_1(\varepsilon_k) + \mathbf{J}(\sigma_k)$,

$$\mathbf{A}_2 = \mathbf{H}_2(\varepsilon_k) - \mathbf{J}(\sigma_k).$$

通过引理 1 和引理 2, 通过(5) 和(8) 可以得到

$$\begin{aligned} & \mathbb{E}\left\{\int_0^{h+\varepsilon_k} e^{A^T s} ds \mathbf{P} \int_0^{h+\varepsilon_k} e^{As} ds\right\} = \\ & \mathbb{E}\left\{\int_0^{h+\varepsilon_k} \bar{\mathbf{A}}^T ((\mathbf{V}_a^{-T} \boldsymbol{\pi}^T(s)) \otimes \mathbf{I}) ds \cdot \right. \\ & \left. \mathbf{P} \int_0^{h+\varepsilon_k} ((\boldsymbol{\pi}(s) \mathbf{V}_a^{-1}) \otimes \mathbf{I}) \bar{\mathbf{A}} ds\right\} = \\ & \mathbb{E}\left\{\bar{\mathbf{A}}^T (\mathbf{V}_a^{-T} \otimes \mathbf{I}) \int_0^{h+\varepsilon_k} (\boldsymbol{\pi}^T(s) \otimes \mathbf{I}) ds \cdot \right. \\ & \left. \mathbf{P} \int_0^{h+\varepsilon_k} (\boldsymbol{\pi}(s) \otimes \mathbf{I}) ds (\mathbf{V}_a^{-1} \otimes \mathbf{I}) \bar{\mathbf{A}}\right\} = \\ & \bar{\mathbf{A}}^T (\mathbf{V}_a^{-T} \otimes \mathbf{I}) \mathbb{E}\left\{\left(\int_0^{h+\varepsilon_k} \boldsymbol{\pi}^T(s) ds \int_0^{h+\varepsilon_k} \boldsymbol{\pi}(s) ds\right) \otimes \mathbf{P}\right\} \cdot \\ & (\mathbf{V}_a^{-1} \otimes \mathbf{I}) \bar{\mathbf{A}} = \bar{\mathbf{A}}^T (\mathbf{V}_a^{-T} \otimes \mathbf{I}) ((\mathbf{U}_g^T \mathbf{U}_g) \otimes \mathbf{P}) \cdot \\ & (\mathbf{V}_a^{-1} \otimes \mathbf{I}) \bar{\mathbf{A}} = \bar{\mathbf{A}}^T (\mathbf{V}_a^{-T} \otimes \mathbf{I}) (\mathbf{U}_g^T \otimes \mathbf{I}) \cdot \\ & (\mathbf{I} \otimes \mathbf{P}) (\mathbf{U}_g \otimes \mathbf{I}) (\mathbf{V}_a^{-1} \otimes \mathbf{I}) \bar{\mathbf{A}} = \\ & \boldsymbol{\Phi}_1^T (\mathbf{I} \otimes \mathbf{P}) \boldsymbol{\Phi}_1. \end{aligned} \quad (13)$$

运用同样的方法, 通过(5) 和(9) 可以得到

$$\begin{aligned} & \mathbb{E}\left\{\int_0^{h+\sigma_k} e^{A^T s} ds \mathbf{P} \int_0^{h+\sigma_k} e^{As} ds\right\} = \\ & \bar{\mathbf{A}}^T (\mathbf{V}_a^{-T} \otimes \mathbf{I}) ((\mathbf{U}_h^T \mathbf{U}_h) \otimes \mathbf{P}) (\mathbf{V}_a^{-1} \otimes \mathbf{I}) \bar{\mathbf{A}} = \\ & \bar{\mathbf{A}}^T (\mathbf{V}_a^{-T} \otimes \mathbf{I}) (\mathbf{U}_h^T \otimes \mathbf{I}) (\mathbf{I} \otimes \mathbf{P}) (\mathbf{U}_h \otimes \mathbf{I}) \cdot \\ & (\mathbf{V}_a^{-1} \otimes \mathbf{I}) \bar{\mathbf{A}} = \boldsymbol{\Phi}_2^T (\mathbf{I} \otimes \mathbf{P}) \boldsymbol{\Phi}_2. \end{aligned} \quad (14)$$

对于任意 $\alpha > 0$, 通过(13) 和(14) 可以得到下

列不等式

$$\begin{aligned} & \mathbb{E}\{2x_k^T \mathbf{H}_1^T(\varepsilon_k) \mathbf{P} \mathbf{J}(\sigma_k) x_k\} \leq \\ & \mathbb{E}\left\{\frac{1}{\alpha} x_k^T \mathbf{H}_1^T(\varepsilon_k) \mathbf{P} \mathbf{H}_1(\varepsilon_k) x_k + \right. \\ & \left. \alpha x_k^T \mathbf{J}^T(\sigma_k) \mathbf{P} \mathbf{J}(\sigma_k) x_k\right\} \leq \\ & \mathbb{E}\left\{x_k^T \left(\frac{1}{\alpha} \mathbf{A}^T \boldsymbol{\Phi}_1^T (\mathbf{I} \otimes \mathbf{P}) \boldsymbol{\Phi}_1 \mathbf{A} + \right. \right. \\ & \left. \left. \alpha \mathbf{K}^T \mathbf{B}^T \boldsymbol{\Phi}_2^T (\mathbf{I} \otimes \mathbf{P}) \boldsymbol{\Phi}_2 \mathbf{B} \mathbf{K}\right) x_k\right\}. \end{aligned} \quad (15)$$

根据(6)、(7) 以及(15), 可以得到

$$\begin{aligned} & \mathbb{E}\{x_k^T (\mathbf{A}_1^T \mathbf{P} \mathbf{A}_1 + \mathbf{Q} - \mathbf{P}) x_k\} \leq \\ & \mathbb{E}\left\{x_k^T \left(\mathbf{Q} + \mathbf{P} \Gamma_1 \mathbf{A} + \mathbf{A}^T \Gamma_1^T \mathbf{P} + \right. \right. \\ & \left. \left. (1 + \frac{1}{\alpha}) \mathbf{A}^T \boldsymbol{\Phi}_1^T (\mathbf{I} \otimes \mathbf{P}) \boldsymbol{\Phi}_1 \mathbf{A} + \right. \right. \\ & \left. \left. \mathbf{P} \Gamma_1 \mathbf{B} \mathbf{K} + \mathbf{K}^T \mathbf{B}^T \Gamma_2^T \mathbf{P} + \right. \right. \end{aligned}$$

$$\left. (1 + \alpha) \mathbf{K}^T \mathbf{B}^T \boldsymbol{\Phi}_2^T (\mathbf{I} \otimes \mathbf{P}) \boldsymbol{\Phi}_2 \mathbf{B} \mathbf{K}\right) x_k\right\}. \quad (16)$$

同样地, 对于任意 $\beta > 0$, 通过(13) 和(14), 可以得到

$$\begin{aligned} & -2 \mathbb{E}\{x_k^T \mathbf{H}_2^T(\varepsilon_k) \mathbf{P} \mathbf{J}(\sigma_k) x_k\} \leq \\ & \mathbb{E}\left\{\frac{1}{\beta} x_k^T \mathbf{H}_2^T(\varepsilon_k) \mathbf{P} \mathbf{H}_2(\varepsilon_k) x_k + \right. \\ & \left. \beta x_k^T \mathbf{J}^T(\sigma_k) \mathbf{P} \mathbf{J}(\sigma_k) x_k\right\} \leq \\ & \mathbb{E}\left\{x_k^T \left(\frac{1}{\beta} \mathbf{K}^T \mathbf{B}^T \boldsymbol{\Phi}_1^T (\mathbf{I} \otimes \mathbf{P}) \boldsymbol{\Phi}_1 \mathbf{B} \mathbf{K} + \right. \right. \\ & \left. \left. \beta \mathbf{K}^T \mathbf{B}^T \boldsymbol{\Phi}_2^T (\mathbf{I} \otimes \mathbf{P}) \boldsymbol{\Phi}_2 \mathbf{B} \mathbf{K}\right) x_k\right\}. \end{aligned} \quad (17)$$

根据式(13)、(14) 以及(17), 可以得到

$$\begin{aligned} & \mathbb{E}\{x_{k-1}^T (\mathbf{A}_2^T \mathbf{P} \mathbf{A}_2 - \mathbf{Q}) x_{k-1}\} \leq \\ & \mathbb{E}\left\{x_{k-1}^T \left((1 + \frac{1}{\beta}) \mathbf{K}^T \mathbf{B}^T \boldsymbol{\Phi}_1^T (\mathbf{I} \otimes \mathbf{P}) \boldsymbol{\Phi}_1 \mathbf{B} \mathbf{K} + \right. \right. \\ & \left. \left. (1 + \beta) \mathbf{K}^T \mathbf{B}^T \boldsymbol{\Phi}_2^T (\mathbf{I} \otimes \mathbf{P}) \boldsymbol{\Phi}_2 \mathbf{B} \mathbf{K} - \mathbf{Q}\right) x_{k-1}\right\}. \end{aligned} \quad (18)$$

对于 $\mathbb{E}\{x_k^T \mathbf{A}_1^T \mathbf{P} \mathbf{A}_2 x_{k-1}\}$, 通过(13)、(14), 在任意 $\gamma > 0$ 的情况下, 下列不等式成立:

$$\begin{aligned} & \mathbb{E}\{-x_k^T \mathbf{H}_1^T(\varepsilon_k) \mathbf{P} \mathbf{J}(\sigma_k) x_{k-1}\} \leq \\ & \mathbb{E}\left\{\frac{x_k^T}{2\gamma} \mathbf{A}^T \boldsymbol{\Phi}_1^T (\mathbf{I} \otimes \mathbf{P}) \boldsymbol{\Phi}_1 \mathbf{A} x_k + \right. \\ & \left. \frac{\gamma x_{k-1}^T}{2} \mathbf{K}^T \mathbf{B}^T \boldsymbol{\Phi}_2^T (\mathbf{I} \otimes \mathbf{P}) \boldsymbol{\Phi}_2 \mathbf{B} \mathbf{K} x_{k-1}\right\}. \end{aligned} \quad (19)$$

而在任意 $\kappa > 0$ 的情况下, 下列不等式成立:

$$\begin{aligned} & \mathbb{E}\{-x_k^T \mathbf{J}^T(\sigma_k) \mathbf{P} \mathbf{H}_2(\varepsilon_k) x_{k-1}\} \leq \\ & \mathbb{E}\left\{\frac{x_k^T}{2\kappa} \mathbf{K}^T \mathbf{B}^T \boldsymbol{\Phi}_2^T (\mathbf{I} \otimes \mathbf{P}) \boldsymbol{\Phi}_2 \mathbf{B} \mathbf{K} x_k + \right. \\ & \left. \frac{\kappa x_{k-1}^T}{2} \mathbf{K}^T \mathbf{B}^T \boldsymbol{\Phi}_1^T (\mathbf{I} \otimes \mathbf{P}) \boldsymbol{\Phi}_1 \mathbf{B} \mathbf{K} x_{k-1}\right\}. \end{aligned} \quad (20)$$

结合(19)、(20), 根据(6)、(7) 以及(13)、(14), 可以得到

$$\begin{aligned} & \mathbb{E}\{x_k^T \mathbf{A}_1^T \mathbf{P} \mathbf{A}_2 x_{k-1}\} \leq \\ & \mathbb{E}\left\{x_k^T \mathbf{P} \Gamma_1 \mathbf{B} \mathbf{K} x_{k-1} - x_k^T \mathbf{P} \Gamma_2 \mathbf{B} \mathbf{K} x_{k-1} + \right. \\ & \left. x_k^T \mathbf{A}^T \boldsymbol{\Phi}_1^T (\mathbf{I} \otimes \mathbf{P}) \boldsymbol{\Phi}_1 \mathbf{B} \times \right. \\ & \left. \mathbf{K} x_{k-1} - x_k^T \mathbf{K}^T \mathbf{B}^T \boldsymbol{\Phi}_2^T (\mathbf{I} \otimes \mathbf{P}) \boldsymbol{\Phi}_2 \mathbf{B} \mathbf{K} x_{k-1} + \right. \\ & \left. \frac{1}{2\gamma} x_k^T \mathbf{A}^T \boldsymbol{\Phi}_1^T (\mathbf{I} \otimes \mathbf{P}) \times \right. \\ & \left. \boldsymbol{\Phi}_1 \mathbf{A} x_k + \frac{\gamma}{2} x_{k-1}^T \mathbf{K}^T \mathbf{B}^T \boldsymbol{\Phi}_2^T (\mathbf{I} \otimes \mathbf{P}) \boldsymbol{\Phi}_2 \mathbf{B} \mathbf{K} x_{k-1} + \right. \\ & \left. \frac{1}{2\kappa} x_k^T \mathbf{K}^T \mathbf{B}^T \times \boldsymbol{\Phi}_2^T (\mathbf{I} \otimes \mathbf{P}) \boldsymbol{\Phi}_2 \mathbf{B} \mathbf{K} x_k + \right. \end{aligned}$$

$$\frac{\kappa}{2}x_{k-1}^T K^T B^T \Phi_1^T (I \otimes P) \Phi_1 B K x_{k-1} \}. \quad (21)$$

结合(16)、(18)以及(21),(12)可以重新表示为

$$\mathbb{E}\{\Delta V(y_k)\} \leq \mathbb{E}\left\{y_k^T \begin{bmatrix} \hat{H}_{11} & \hat{H}_{12} \\ * & \hat{H}_{22} \end{bmatrix} y_k\right\}, \quad (22)$$

其中:

$$\begin{aligned} \hat{H}_{11} &= Q + P\Gamma_1 A + P\Gamma_1 B K + A^T \Gamma_1^T P + \\ &\quad \left(1 + \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\gamma}\right) A^T \Phi_1^T (I \otimes P) \Phi_1 A + \\ &\quad K^T B^T \Gamma_2^T P + \left(1 + \alpha + \frac{1}{\kappa}\right) K^T B^T \Phi_2^T (I \otimes P) \Phi_2 B K, \\ \hat{H}_{12} &= P\Gamma_1 B K + A^T \Phi_1^T (I \otimes P) \Phi_1 B K - \\ &\quad P\Gamma_2 B K - K^T B^T \Phi_2^T (I \otimes P) \Phi_2 B K, \\ \hat{H}_{22} &= -Q + \left(1 + \frac{1}{\beta} + \kappa\right) K^T B^T \Phi_1^T (I \otimes P) \Phi_1 B K + \\ &\quad \left(1 + \beta + \gamma\right) K^T B^T \Phi_2^T (I \otimes P) \Phi_2 B K. \end{aligned}$$

如果 $\bar{\Pi} \triangleq \begin{bmatrix} \hat{H}_{11} & \hat{H}_{12} \\ * & \hat{H}_{22} \end{bmatrix} < 0$,那么存在一个正参

数 $\sigma = -\lambda_{\max}(\bar{\Pi})$ 使 $\mathbb{E}\{\Delta V(y_k)\} \leq -\sigma \mathbb{E}\{\|y_k\|^2\}$. 根据文献[31]可以得出随机增广系统(4)是随机稳定的.

根据舒尔补定理,不等式 $\bar{\Pi} < 0$ 当且仅当

$$\begin{bmatrix} \Xi_1 & \Xi_2 & \Xi_3 & \Xi_5 & 0 \\ * & -Q & \Xi_4 & 0 & \Xi_6 \\ * & * & -I \otimes P^{-1} & 0 & 0 \\ * & * & * & -I \otimes P^{-1} & 0 \\ * & * & * & * & -I \otimes P^{-1} \end{bmatrix} < 0 \quad (23)$$

成立,其中:

$$\begin{aligned} \Xi_1 &= Q + P\Gamma_1 A + A^T \Gamma_1^T P + P\Gamma_2 B K + K^T B^T \Gamma_2^T P, \\ \Xi_2 &= P\Gamma_1 B K - P\Gamma_2 B K, \\ \Xi_3 &= [A^T \Phi_1^T \quad K^T B^T \Phi_2^T], \\ \Xi_4 &= [K^T B^T \Phi_1^T \quad -K^T B^T \Phi_2^T], \\ \Xi_5 &= [\sqrt{\zeta_1} A^T \Phi_1^T \quad \sqrt{\zeta_2} K^T B^T \Phi_2^T], \\ \Xi_6 &= [\sqrt{\zeta_3} K^T B^T \Phi_1^T \quad \sqrt{\zeta_4} K^T B^T \Phi_2^T]. \end{aligned}$$

用 $\text{diag}\{P^{-1}, P^{-1}, I, I, I\}$ 对不等式(10)进行同余变换,并令 $X = P^{-1}, Z = P^{-1} Q P^{-1}$ 以及 $Y = K X$,可以得到不等式(23),即不等式(10)成立意味着 $\bar{\Pi} < 0$,从而得到系统(4)是随机稳定的.证毕.

3 仿真算例

算例 1 考虑一个由(1)描述的时间连续线性系统,系统矩阵如下:

$$A = \begin{bmatrix} -0.5 & 0.8 & 0.4 \\ 0 & -0.5 & 0.12 \\ 0 & 0 & 0.1 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.15 \\ 0.11 & 0.6 \\ -0.3 & 0.6 \end{bmatrix}.$$

根据引理 1,可以得到矩阵 A 的特征值分别为 $\lambda_1 = -0.5$ 和 $\lambda_2 = 0.1$,其重数分别为 $n_1 = 2$ 和 $n_2 = 1$.然后,可以得到汇合范德蒙矩阵

$$V_a = \begin{bmatrix} 1.000 0 & 0 & 1.000 0 \\ -0.500 0 & 1.000 0 & 0.100 0 \\ 0.250 0 & -1.000 0 & 0.010 0 \end{bmatrix}.$$

选定理想周期采样间隔为 $h = 0.25$.假设采样误差服从 -0.03 到 0.03 的均匀分布,时滞服从 0 到 0.07 的均匀分布.因此,可以得到

$$U_g^T U_g = \begin{bmatrix} 0.055 4 & 0.006 8 & 0.059 8 \\ 0.006 8 & 0.000 8 & 0.007 4 \\ 0.059 8 & 0.007 4 & 0.064 4 \end{bmatrix},$$

$$U_h^T U_h = \begin{bmatrix} 0.042 1 & 0.004 6 & 0.044 9 \\ 0.004 6 & 0.000 5 & 0.004 9 \\ 0.044 9 & 0.004 9 & 0.048 0 \end{bmatrix}.$$

矩阵 U_g 和 U_h 可通过计算得出:

$$U_g = \begin{bmatrix} 0.000 0 & 0.000 0 & -0.000 0 \\ 0.000 7 & -0.001 8 & -0.000 5 \\ 0.235 4 & 0.029 1 & 0.253 8 \end{bmatrix},$$

$$U_h = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0.001 0 & -0.002 5 & -0.000 7 \\ 0.205 1 & 0.022 3 & 0.219 1 \end{bmatrix}.$$

假设 $\alpha = \beta = \gamma = \kappa = 1$.利用 MATLAB 2015b 上的 LMI 工具箱求解不等式(10),得到如下可行解:

$$X = \begin{bmatrix} 889.203 9 & -207.724 3 & 8.487 6 \\ -207.724 3 & 630.000 6 & 2.527 8 \\ 8.487 6 & 2.527 8 & 12.147 4 \end{bmatrix},$$

$$Z = \begin{bmatrix} 155.250 6 & -28.024 1 & -0.454 8 \\ -28.024 1 & 91.036 6 & 0.392 0 \\ -0.454 8 & 0.392 0 & 0.585 8 \end{bmatrix},$$

$$Y = \begin{bmatrix} -288.493 4 & -413.012 6 & 3.761 2 \\ -144.209 0 & -209.527 2 & -4.231 8 \end{bmatrix}.$$

根据定理 1,设计的控制器增益为

$$\mathbf{K} = \mathbf{Y}\mathbf{X}^{-1} = \begin{bmatrix} -0.5271 & -0.8328 & 0.8512 \\ -0.2590 & -0.4176 & -0.0805 \end{bmatrix}.$$

将初始值设置为 $\mathbf{x}(0) = [5 \ -3 \ 4]^T$. 仿真结果如图 1—3 所示. 图 1 描述了没有控制输入时的状态轨迹. 图 2 描述了服从均匀分布的时滞. 图 3 给出了服从均匀分布的采样误差和带有控制器的闭环系统的状态轨迹, 验证了闭环系统在噪声采样区间和随机时滞都服从均匀分布的情况下的随机稳定性.

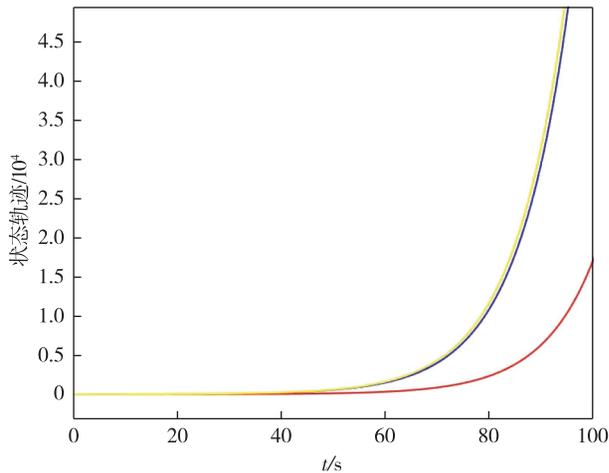


图 1 无控制输入时系统的状态轨迹

Fig. 1 State trajectories of system without control inputs

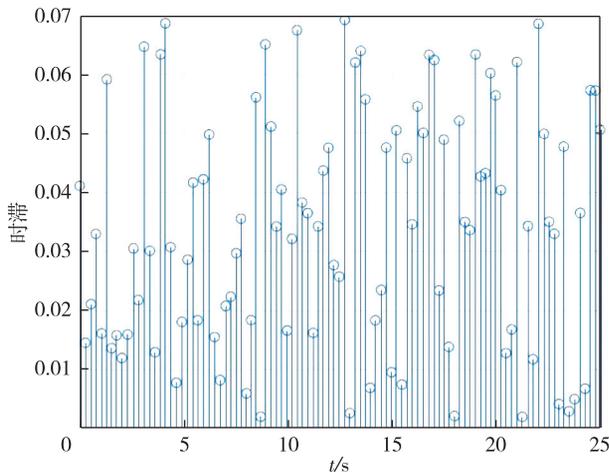


图 2 服从均匀分布的时滞

Fig. 2 Time-delay obeying uniform distribution

算例 2 考虑以下系统模型^[32]:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -0.1 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0.1 \end{bmatrix} \mathbf{u}(t).$$

选定理想周期采样间隔为 $h = 0.5$. 假设采样误差是一个具有概率质量函数的离散随机变量, 且其概率质量函数为

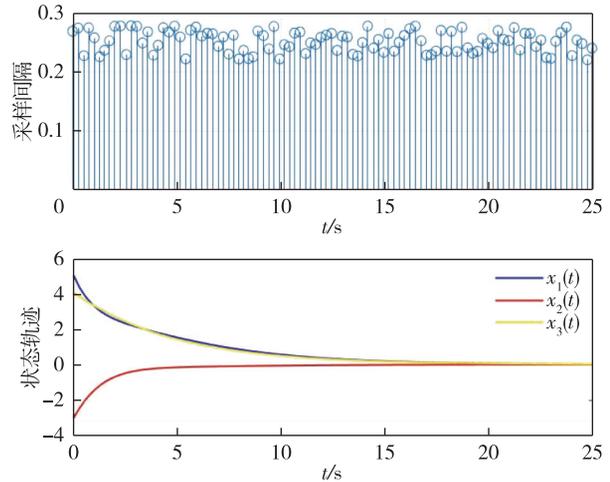


图 3 服从均匀分布的采样误差(上)和带有控制器的闭环系统(下)的状态轨迹

Fig. 3 Sampling errors obeying uniform distribution (up) and state trajectories of closed loop system with controller (bottom)

$$\mathcal{P}\{\varepsilon\} = \begin{cases} \rho, & \varepsilon = 0.1, \\ 1 - \rho, & \varepsilon = 0. \end{cases} \quad (24)$$

设 $\rho = 0.4$. 假设时滞服从 0 到 0.3 的均匀分布, $\alpha = \beta = \gamma = \kappa = 1$. 通过求解线性矩阵不等式(10), 可以得到

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 588.2598 & -45.7547 \\ -45.7547 & 9.3438 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} 29.4043 & -4.4398 \\ -4.4398 & 0.9241 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{Y} = [1.6990 \quad -7.3913].$$

根据定理 1, 设计的控制器增益为

$$\mathbf{K} = \mathbf{Y}\mathbf{X}^{-1} = [-0.0947 \quad -1.2548].$$

设初始状态为 $\mathbf{x}(0) = [1 \ -0.8]^T$. 从图 4 可以看出, 当采样误差服从(24)且随机延迟服从均匀分布时, 闭环系统是随机稳定的.

通过两个仿真算例得出的结果, 可以看出, 本文的设计方法是有效的.

4 结语

本文研究了噪声采样区间下具有随机时滞的网络化系统镇定问题. 首先, 利用离散时间方法建立了一个等效随机系统模型, 但其系统矩阵具有高阶非线性和双重随机性. 然后, 利用汇合范德蒙矩阵方法和克罗内克积运算, 计算了包括离散时间系统矩阵在内的三个矩阵乘积的数学期望, 并设计出了镇定控制器. 最后, 通过两个仿真算例验证了所设计方法的有效性.

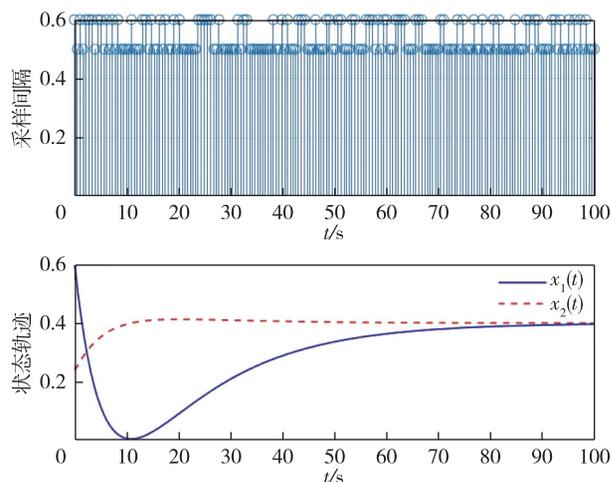


图4 服从伯努利分布的采样误差(上)和带有控制器的闭环系统(下)的状态轨迹

Fig. 4 Sampling errors obeying Bernoulli distribution (up) and state trajectories of closed loop system with controller (bottom)

参考文献

References

- [1] Hu L S, Bai T, Shi P, et al. Sampled-data control of networked linear control systems [J]. *Automatica*, 2007, 43 (5): 903-911
- [2] Zhang W A, Yu L. Stabilization of sampled-data control systems with control inputs missing [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2010, 55 (2): 447-452
- [3] You K Y, Xie L H. Survey of recent progress in networked control systems [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2013, 39 (2): 101-117
- [4] You K Y, Xiao N, Xie L H. Analysis and design of networked control systems [M]. London: Springer London, 2015
- [5] Li H Y, Sun X J, Shi P, et al. Control design of interval type-2 fuzzy systems with actuator fault: sampled-data control approach [J]. *Information Sciences*, 2015, 302: 1-13
- [6] Hu Z P, Deng F Q, Xing M L, et al. Modeling and control of itô stochastic networked control systems with random packet dropouts subject to time-varying sampling [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2017, 62 (8): 4194-4201
- [7] Zhang W B, Han Q L, Tang Y, et al. Sampled-data control for a class of linear time-varying systems [J]. *Automatica*, 2019, 103: 126-134
- [8] Zhao N, Shi P, Xing W, et al. Observer-based event-triggered approach for stochastic networked control systems under denial of service attacks [J]. *IEEE Transactions on Control of Network Systems*, 2021, 8 (1): 158-167
- [9] Antunes D J, Qu H M. Frequency-domain analysis of networked control systems modeled by Markov jump linear systems [J]. *IEEE Transactions on Control of Network Systems*, 2021, 8 (2): 906-916
- [10] Hu S L, Yue D, Liu J L. H_{∞} filtering for networked systems with partly known distribution transmission delays [J]. *Information Sciences*, 2012, 194: 270-282
- [11] Hu Z P, Deng F Q. Robust H_{∞} control for networked systems with transmission delays and successive packet dropouts under stochastic sampling [J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2017, 27 (1): 84-107
- [12] Tan C, Zhang H S, Wong W S, et al. Feedback stabilization of uncertain networked control systems over delayed and fading channels [J]. *IEEE Transactions on Control of Network Systems*, 2021, 8 (1): 260-268
- [13] Zhang W A, Yu L. A robust control approach to stabilization of networked control systems with short time-varying delays [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2010, 36 (1): 87-91
- [14] Zhang H G, Zhang Z, Wang Z L, et al. New results on stability and stabilization of networked control systems with short time-varying delay [J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2016, 46 (12): 2772-2781
- [15] Hua C C, Yu S C, Guan X P. Finite-time control for a class of networked control systems with short time-varying delays and sampling jitter [J]. *International Journal of Automation and Computing*, 2015, 12 (4): 448-454
- [16] Shi T, Shi P, Wang S Y. Robust sampled-data model predictive control for networked systems with time-varying delay [J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2019, 29 (6): 1758-1768
- [17] van Hoorssen E, Prakash S, Antunes D, et al. Event-driven control with deadline optimization for linear systems with stochastic delays [J]. *IEEE Transactions on Control of Network Systems*, 2018, 5 (4): 1819-1829
- [18] Nilsson J, Bernhardsson B, Wittenmark B. Stochastic analysis and control of real-time systems with random time delays [J]. *Automatica*, 1998, 34 (1): 57-64
- [19] Hu S S, Zhu Q X. Stochastic optimal control and analysis of stability of networked control systems with long delay [J]. *Automatica*, 2003, 39 (11): 1877-1884
- [20] Pipeleers G, Demeulenaere B, de Schutter J, et al. Robust high-order repetitive control: optimal performance trade-offs [J]. *Automatica*, 2008, 44 (10): 2628-2634
- [21] Shen B, Wang Z D, Huang T W. Stabilization for sampled-data systems under noisy sampling interval [J]. *Automatica*, 2016, 63: 162-166
- [22] Shen B, Tan H L, Wang Z D, et al. Quantized/saturated control for sampled-data systems under noisy sampling intervals: a confluent Vandermonde matrix approach [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2017, 62 (9): 4753-4759
- [23] Hu Z P, Ren H R, Shi P. Synchronization of complex dynamical networks subject to noisy sampling interval and packet loss [J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2021, 99: 1-11
- [24] Fridman E, Seuret A, Richard J P. Robust sampled-data stabilization of linear systems: an input delay approach [J]. *Automatica*, 2004, 40 (8): 1441-1446
- [25] Oishi Y, Fujioka H. Stability and stabilization of aperiodic sampled-data control systems using robust linear matrix

- inequalities [J]. *Automatica*, 2010, 46(8): 1327-1333
- [26] Naghshtabrizi P, Hespanha J P, Teel A R. Exponential stability of impulsive systems with application to uncertain sampled-data systems [J]. *Systems & Control Letters*, 2008, 57(5): 378-385
- [27] He W L, Zhang B, Han Q L, et al. Leader-following consensus of nonlinear multiagent systems with stochastic sampling [J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2017, 47(2): 327-338
- [28] Christer A H, Waller W M. Reducing production downtime using delay-time analysis [J]. *Journal of the Operational Research Society*, 1984, 35(6): 499-512
- [29] Attia A F. Estimation of the reliability function using the delay-time models [J]. *Microelectronics Reliability*, 1997, 37(2): 323-327
- [30] Zhao J P, Gao X W. Time-delay analysis and estimation of internet-based robot teleoperation system [C] // 2009 Chinese Control and Decision Conference. June 17-19, 2009, Guilin, China. IEEE, 2009: 4643-4646
- [31] Xu S Y, Lam J, Chen T W. Robust H_∞ control for uncertain discrete stochastic time-delay systems [J]. *Systems & Control Letters*, 2004, 51(3/4): 203-215
- [32] Zhang W, Branicky M S, Phillips S M. Stability of networked control systems [J]. *IEEE Control Systems Magazine*, 2001, 21(1): 84-99

Stabilization of networked systems with stochastic time-varying short delays: the noisy sampling intervals case

HU Zhipei¹ SU Yongkang¹ DENG Feiqi²

¹ College of Engineering, Shantou University, Shantou 515063

² College of Automation Science and Engineering, South China University of Technology, Guangzhou 510640

Abstract In practical engineering, the sampling intervals of networked control systems are often subject to undesirable physical constraints, which results in noisy sampling intervals. In view of this, we focus on the stabilization of networked control systems with noisy sampling intervals and stochastic time-varying delays. First, a closed-loop stochastic system model, whose system matrix is characterized by high nonlinearity and dual randomness, is obtained by considering the noisy sampling intervals and stochastic time-varying delays in a unified framework. In order to deal with the difficulties arising from the nonlinearity and dual randomness of the system matrices, the confluent Vandermonde matrix approach and Kronecker product operation are utilized, and then the mathematical expectations of the product of three matrices related to the system matrices are calculated. Based on this, a sufficient condition for stochastic stability of the closed-loop system is obtained, and a stabilization controller is designed by solving a linear matrix inequality. Finally, two examples are provided to verify the effectiveness of the designed method.

Key words networked control systems; noisy sampling intervals; stochastic short delays