

彭志荣¹ 赵瞩华¹ 陈惠珍¹ 李伟雄¹ 陈相德²

面向估计性能的双通道带宽分配策略研究

摘要

本文主要研究了面向估计性能的双通道带宽分配策略问题.为了减小网络化控制系统中时滞现象对信号传输的影响,将系统建模为 Markov 跳变时滞系统.采用双通道传输策略,提升数据到达率,减少数据包的丢失.考虑到信道容量的有限性不利于大量数据的高效传输,将有限的带宽灵活地分配于两个通道,使得信道容量得到充分利用.在此基础上,本文提出了面向估计性能的双通道带宽分配策略,设计了双通道量化传输方案以及状态估计器,推导出了时变估计误差系统满足 H_2 性能的充分条件,并得出估计器增益矩阵设计方法,最后给出实例验证了所设计系统的有效性.

关键词

网络化控制系统; Markov 跳变; 时滞系统; 双通道传输; 带宽分配; 状态估计

中图分类号 TN923

文献标志码 A

收稿日期 2020-10-07

资助项目 广东电网有限责任公司科技项目 (GDJXM20172951)

作者简介

彭志荣,男,硕士,高级工程师,主要研究方向为信号处理.121645217@qq.com

1 广东电网有限责任公司 江门供电局,江门, 529000

2 广东顺畅科技有限公司,江门,529000

0 引言

网络化控制系统(NCSs)将网络空间和物理空间联系起来,使控制器、执行器、传感器等系统组件之间的信号传输以网络通信的方式实现,这能极大地简化系统布线、优化产品构造,因此 NCSs 在工业控制等领域得到了广泛应用^[1-3].在实际控制中,因带宽受限,以及传输协议、网络流量等因素的影响,系统组件间的信号传输存在时滞.由于时滞具有未知性、随机性、时变性,使得系统的分析与设计变得复杂.为了解决时滞现象所带来的问题,针对离散时间域,本文考虑将系统建模为具有多个模态并且各模态间存在一定转移概率的随机系统,即 Markov 跳变系统^[4-5].将 Markov 跳变系统应用于网络化控制,已成为许多学者研究的课题.文献[6]将网络引起的随机延迟建模为 Markov 链,然后将所得的闭环系统转换为 Markov 跳变线性系统,在此模型的基础上,提出了不确定 NCSs 鲁棒有限时间随机稳定的充分条件;文献[7]用隐 Markov 模型描述了系统和控制器之间出现的异步现象,针对 Markov 跳变系统解决了异步无源控制问题;文献[8]研究了具有通信限制和环境干扰的网络化控制 H_2 输出跟踪控制问题,将随机时间延迟和数据包丢失分别描述为两个随机 Markov 链.

网络通信将众多孤立的设备通过网络联系起来,信号在数据链路中传输,实现信息的互通.近十几年来,网络通信技术快速发展,从城市到乡村几乎都有网络覆盖,网络通信已成为人们生产生活中至关重要的一部分.现有的网络通信方式多种多样,传统互联网通信包括 Wi-Fi 传输、以太网通信,移动空中网有 GPRS 无线通信、NB-IOT 通信、4G 通信等^[9-10].文献[11]利用 Wi-Fi 设备中可访问的细粒度通道状态信息的相位和幅度的特点,设计室内跌倒检测系统;文献[12]分析了窄带物联网 NB-IOT 可以以三种模式进行部署,并介绍了 NB-IOT 的设计规范;文献[13]分析了第五代移动通信技术的引入带来的移动通信运行架构的转变.尽管网络通信技术已蓬勃发展,但是随着人们对传输数据量需求的不断增加,以及对传输速率的要求不断提升,仍然需要改善和革新.

本文使用双通道带宽分配策略进行传输,可以将有限的带宽灵活地分配于两个通道,充分利用信道容量;每个通道在各自的谐振频率处传输效率最高,因此可以对两个通道做带宽分配,根据实际负载大小、传输距离、数据量等因素选择使用合适的通道进行传输.

本文结构如下:第1节描述了离散时间 Markov 时滞系统的系统模型、双通道量化传输的方案以及估计器的设计;第2节建立了使时变估计误差系统满足 H_∞ 性能的充分条件,通过将递归矩阵不等式转化为线性递归矩阵不等式,得出了估计器的增益矩阵设计的方法;第3节给出实例验证了所设计的系统;第4节为总结。

注1 本文中: \mathbf{R}^n 表示 n 维欧几里得空间; $\mathbf{R}^{n \times m}$ 表示 n 行 m 列的实数矩阵集;上标“T”和“-1”分别表示矩阵的转置和逆; $\mathbf{P} > 0$ ($\mathbf{P} \in \mathbf{R}^{n \times m}$) 表示 \mathbf{P} 是实对称正定矩阵; \mathbf{I} 表示相应阶数的单位矩阵; * 表示对称矩阵中相应对称的元素; $\text{diag}\{\dots\}$ 表示对角矩阵; $\mathbf{E}(\mathbf{x}(k))$ 表示 $\mathbf{x}(k)$ 的期望。

1 问题描述及系统建模

1.1 系统模型

考虑如下的离散时间马尔可夫时滞系统:

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}_{\theta(k)}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_{\theta(k)}f(\mathbf{x}(k-d(k))) + \mathbf{D}_{\theta(k)}\boldsymbol{\omega}(k), \\ \mathbf{y}(k) = \mathbf{C}_{\theta(k)}\mathbf{x}(k) + \mathbf{E}_{\theta(k)}\boldsymbol{\omega}(k), \\ \mathbf{z}(k) = \mathbf{L}_{\theta(k)}\mathbf{x}(k), \end{cases} \quad (1)$$

其中 $\mathbf{x}(k) = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \in \mathbf{R}^n$ 是系统状态向量, $\mathbf{y}(k) \in \mathbf{R}^m$ 是系统的测量输出, $\mathbf{z}(k) \in \mathbf{R}^p$ 是系统待估计信号, $\boldsymbol{\omega}(k) \in \mathbf{R}^q$ 是外部扰动输入并且属于空间 $L_2 \in [0, \infty)$, $f(\cdot)$ 是非线性函数并且满足假设 1, $d(k)$ 是未知的但满足 $d_1 \leq d(k) \leq d_2$ 的正整数时滞, $\{\theta(k), k \in \mathbf{Z}^+\}$ 是一个离散的马尔可夫链, 它的取值范围是一个有限状态集合 $S = \{1, 2, \dots, N\}$. 假定系统整个转移概率矩阵都是已知的, 并用 $\boldsymbol{\Pi} = [\pi_{ij}]_{i,j \in S}$ 来表示, 其中从 k 时刻所处模式 i 转移到 $k+1$ 时刻所处的模式 j 的概率用 $\pi_{ij} = P_r(\theta(k+1) = j | \theta(k) = i) \geq 0, \forall i, j \in S, k \in \mathbf{Z}^+$ 表示. 矩阵 $\mathbf{A}_{\theta(k)}, \mathbf{B}_{\theta(k)}, \mathbf{C}_{\theta(k)}, \mathbf{D}_{\theta(k)}, \mathbf{E}_{\theta(k)}$ 和 $\mathbf{L}_{\theta(k)}$ 是已知的并具有合适维度的系数矩阵。

1.2 双通道量化传输

由于带宽是有限的, 使用量化器可以在一定程度上克服带宽约束, 充分利用信道容量. 在离散时间马尔可夫时滞系统的状态估计中, 本文更重视小信号, 所以采用非均匀的对数量化器, 也就是信号幅值小的地方量化等级越多, 能够保证小信号的精度. 对数量化器定义如下:

$$\mathbf{y}_q(k) = \mathbf{Q}(\mathbf{y}(k)), \quad (2)$$

其中 $\mathbf{Q}(\mathbf{y}(k)) = [q_1(y_1(k)) \quad q_2(y_2(k)) \quad \dots$

$q_m(y_m(k))]^T$ 每个对数量化器 $q_i(y_i(k)), i \in \psi_M \triangleq \{1, 2, \dots, m\}$ 的量化等级为: $u = \{\pm u_i^n : u_i^n = \rho_i^n u_0, n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots\} \cup \{0\}$, 其中 u_0 是比例常数, ρ_i 是量化密度, 且 $0 < \rho_i < 1$. 量化器的函数如下:

$$q_i(y_i(k)) = \begin{cases} \rho_i^n u_0, & \frac{\rho_i^n u_0}{1 + \delta_i} < y_i(k) \leq \frac{\rho_i^n u_0}{1 - \delta_i}, \\ 0, & -q_i(-y_i(k)), \\ y_i(k) = 0, & y_i(k) < 0, \end{cases} \quad (3)$$

其中 $\delta_i = (1 - \rho_i)/(1 + \rho_i)$. 量化误差 $e_i(k)$ 可以描述为

$$e_i(k) \triangleq q_i(y_i(k)) - y_i(k) = \Delta_i(k)y_i(k), \quad (4)$$

其中 $\Delta_i(k) \in [-\delta_i, \delta_i]$, 则量化后的信号可以描述为

$$\mathbf{y}_q(k) = (\mathbf{I} + \mathbf{\Delta}(k))\mathbf{y}(k), \quad (5)$$

其中 $\mathbf{\Delta}(k) = \text{diag}\{\Delta_1(k), \Delta_2(k), \dots, \Delta_m(k)\}$.

传输数据的所需信道容量, 与所使用量化器的量化密度有关. 量化密度越大, 传输的数据就越准确, 但需要更多的信道容量. 量化密度为 ρ_i 时, 对数量化器量化后的数据所需容量 C_{di} 如下:

$$C_{di} = \log \frac{1}{\delta_i} = -\log \delta_i. \quad (6)$$

由于 $\mathbf{y}_q(k) = [y_{1q}(k) \quad y_{2q}(k) \quad \dots \quad y_{mq}(k)]^T \in \mathbf{R}^m$, 采用双通道传输, 量化传输分为以下两种情况:

情况1 m 为偶数, 通道1传输 $m/2$ 维的数据, 量化密度 $\rho_i = \rho_1, i \in \psi_a \triangleq \{1, 2, \dots, m/2\}$; 通道2传输 $m/2$ 维的数据, 量化密度 $\rho_i = \rho_2, i \in \psi_b \triangleq \{(m+2)/2, (m+4)/2, \dots, m\}$.

情况2 m 为奇数, 通道1传输 $(m+1)/2$ 维的数据, 量化密度 $\rho_i = \rho_1, i \in \psi_c \triangleq \{1, 2, \dots, (m+1)/2\}$; 通道2传输 $(m-1)/2$ 维的数据, 量化密度 $\rho_i = \rho_2, i \in \psi_d \triangleq \{(m+3)/2, (m+5)/2, \dots, m\}$.

由于带宽有限, 因此对数量化后总的的数据容量应小于或等于限定值, 记限定值为 C , 则

$$C_1 C_{d1} + C_2 C_{d2} \leq C, \quad (7)$$

其中 C_1, C_2 分别为通道1、通道2的传输数据量, C_{d1}, C_{d2} 分别是量化密度为 ρ_1, ρ_2 时对数量化器量化后的数据所需容量。

1.3 估计误差系统

考虑如下形式的估计器:

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{x}}(k+1) = \mathbf{A}_{\theta(k)}\hat{\mathbf{x}}(k) + \mathbf{B}_{\theta(k)}f(\hat{\mathbf{x}}(k-d(k))) + \mathbf{K}_{\theta(k)}(\mathbf{y}_q(k) - \hat{\mathbf{y}}(k)), \\ \hat{\mathbf{y}}(k) = \mathbf{C}_{\theta(k)}\hat{\mathbf{x}}(k), \\ \hat{\mathbf{z}}(k) = \mathbf{L}_{\theta(k)}\hat{\mathbf{x}}(k), \end{cases} \quad (8)$$

其中 $\hat{\mathbf{x}}(k) \in \mathbf{R}^n$ 是估计器的状态向量, $\hat{\mathbf{y}}(k) \in \mathbf{R}^m$ 是估计测量输出, $\hat{\mathbf{z}}(k) \in \mathbf{R}^p$ 是 $\mathbf{z}(k)$ 的估计信号, $\mathbf{K}_{\theta(k)} \in \mathbf{R}^{n \times m}$ 是估计器的增益.

构造向量 $\bar{\mathbf{x}}(k) = [\mathbf{x}(k)^\top \hat{\mathbf{x}}(k)^\top]^\top$, 估计器误差向量 $\bar{\mathbf{z}} = \mathbf{z}(k) - \hat{\mathbf{z}}(k)$, 结合式(1)、(5)、(8) 可得到估计器误差系统:

$$\begin{cases} \bar{\mathbf{x}}(k+1) = \bar{\mathbf{A}}_{\theta(k)} \bar{\mathbf{x}}(k) + \bar{\mathbf{B}}_{\theta(k)} \bar{f}(\bar{\mathbf{x}}(k-d(k))) + \bar{\mathbf{D}}_{\theta(k)} \boldsymbol{\omega}(k), \\ \bar{\mathbf{z}}(k) = \bar{\mathbf{L}}_{\theta(k)} \bar{\mathbf{x}}(k), \end{cases} \quad (9)$$

其中

$$\bar{\mathbf{A}}_{\theta(k)} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{\theta(k)} & 0 \\ \mathbf{K}_{\theta(k)}(\mathbf{I} + \boldsymbol{\Delta}(k))\mathbf{C}_{\theta(k)} & \mathbf{A}_{\theta(k)} - \mathbf{K}_{\theta(k)}\mathbf{C}_{\theta(k)} \end{bmatrix},$$

$$\bar{\mathbf{B}}_{\theta(k)} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{\theta(k)} & 0 \\ 0 & \mathbf{B}_{\theta(k)} \end{bmatrix},$$

$$\bar{f}(\bar{\mathbf{x}}(k-\tau)) = [f^\top(\mathbf{x}(k-d(k))) \ f^\top(\hat{\mathbf{x}}(k-d(k)))]^\top,$$

$$\bar{\mathbf{D}}_{\theta(k)} = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{\theta(k)} \\ \mathbf{K}_{\theta(k)}(\mathbf{I} + \boldsymbol{\Delta}(k))\mathbf{E}_{\theta(k)} \end{bmatrix},$$

$$\bar{\mathbf{L}}_{\theta(k)} = [\mathbf{L}_{\theta(k)} \quad -\mathbf{L}_{\theta(k)}]. \quad (10)$$

为了方便对系统做 H_∞ 性能分析, 引入以下假设、引理和定义.

假设 1^[14] 对于每一个非线性函数 f_{is} , 有 $f_{is}(0) = 0$, 取任意的向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b} \in \mathbf{R}^n$, 使得下面的式子成立:

$$[f_{is}(\mathbf{a}) - f_{is}(\mathbf{b}) - \mathbf{F}_{1is}(\mathbf{a} - \mathbf{b})]^\top \times [f_{is}(\mathbf{a}) - f_{is}(\mathbf{b}) - \mathbf{F}_{2is}(\mathbf{a} - \mathbf{b})]^\top \leq 0, \quad (11)$$

其中 $\mathbf{F}_{1is}, \mathbf{F}_{2is}$ 为已知实矩阵.

引理 1^[15] 给定矩阵 $\mathbf{\Gamma}_1, \mathbf{\Gamma}_2$ 以及 $\mathbf{\Gamma}_3$, 并且 $\mathbf{\Gamma}_1^\top = \mathbf{\Gamma}_1, \boldsymbol{\Delta}(k)^\top \boldsymbol{\Delta}(k) \leq \mathbf{I}$, 下列不等式成立:

$$\mathbf{\Gamma}_1 + \mathbf{\Gamma}_3 \boldsymbol{\Delta}(k) \mathbf{\Gamma}_2 + \mathbf{\Gamma}_2^\top \boldsymbol{\Delta}(k) \mathbf{\Gamma}_3^\top < 0,$$

当且仅当存在标量 $\varepsilon > 0$, 使下列不等式成立:

$$\mathbf{\Gamma}_1 + \varepsilon \mathbf{\Gamma}_2^\top \mathbf{\Gamma}_2 + \varepsilon^{-1} \mathbf{\Gamma}_3 \mathbf{\Gamma}_3^\top < 0.$$

定义 1^[16] 给定一个标量 $\gamma > 0$, 如果零初始条件下, 下列不等式对于所有非零 $\mathbf{v}(k)$ 均成立, 则估计器误差系统具有 H_∞ 噪声衰减性能指数 γ :

$$\sum_{k=0}^{\infty} \mathbb{E}(\|\bar{\mathbf{z}}(k)\|^2) \leq \gamma^2 \sum_{k=0}^{\infty} \|\mathbf{v}(k)\|^2. \quad (12)$$

2 主要结论

2.1 H_∞ 性能分析

本节对估计误差系统(9)的 H_∞ 性能进行分析, 并给出定理 1. 首先定义符号:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau}_1 &= \text{diag}\{\boldsymbol{\tau}_{11}, \boldsymbol{\tau}_{11}\}, \\ \boldsymbol{\tau}_2 &= \text{diag}\{\boldsymbol{\tau}_{12}, \boldsymbol{\tau}_{12}\}, \\ \boldsymbol{\tau}_{11} &= \text{diag}\{\bar{k}_1 \bar{k}_1, \bar{k}_2 \bar{k}_2, \dots, \bar{k}_n \bar{k}_n\}, \\ \boldsymbol{\tau}_{12} &= \text{diag}\left\{\frac{\bar{k}_1 + \bar{k}_1}{2}, \frac{\bar{k}_2 + \bar{k}_2}{2}, \dots, \frac{\bar{k}_n + \bar{k}_n}{2}\right\}, \\ \bar{d} &= d_2 - d_1 + 1. \end{aligned} \quad (13)$$

定理 1 给定一个标量 $\gamma > 0$, 如果存在矩阵:

$$\mathbf{P}_r > 0, \mathbf{P}_1 > 0, r = \{1, 2, \dots, N\},$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_1 = \text{diag}\{\boldsymbol{\varepsilon}_{11}, \boldsymbol{\varepsilon}_{12}\} \in \mathbf{R}^{2n \times 2n} (\boldsymbol{\varepsilon}_1 \geq 0),$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_2 = \text{diag}\{\boldsymbol{\varepsilon}_{21}, \boldsymbol{\varepsilon}_{22}\} \in \mathbf{R}^{2n \times 2n} (\boldsymbol{\varepsilon}_2 \geq 0)$$

使得下列不等式成立, 则估计误差系统(9) 满足 H_∞ 性能.

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\Phi}_{11} & 0 & \boldsymbol{\varepsilon}_1 \boldsymbol{\tau}_2 & 0 & 0 & \bar{\mathbf{A}}_r^\top \\ * & -\boldsymbol{\varepsilon}_2 \boldsymbol{\tau}_1 - \mathbf{P}_1 & 0 & \boldsymbol{\varepsilon}_1 \boldsymbol{\tau}_2 & 0 & 0 \\ * & * & \bar{d} \mathbf{P}_1 - \boldsymbol{\varepsilon}_1 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -\boldsymbol{\varepsilon}_2 - \mathbf{P}_1 & 0 & \bar{\mathbf{B}}_r^\top \\ * & * & * & * & -\gamma^2 \mathbf{I} & \bar{\mathbf{D}}_r^\top \\ * & * & * & * & * & -\bar{\mathbf{P}}_s^{-1} \end{bmatrix} < 0,$$

$$\boldsymbol{\Phi}_{11} = -\mathbf{P}_r - \boldsymbol{\varepsilon}_1 \boldsymbol{\tau}_1 + \mathbf{L}^\top(k) \mathbf{L}(k) + \bar{d} \mathbf{P}_1,$$

$$\bar{\mathbf{P}}_s = \sum_{s=1}^N \pi_{rs} \mathbf{P}_s. \quad (14)$$

证明 引入以下二次函数来分析时变估计误差系统(9)的 H_∞ 性能:

$$\begin{aligned} V(\bar{\mathbf{x}}(k)) &= \bar{\mathbf{x}}^\top(k) \mathbf{P}_{\theta(k)} \bar{\mathbf{x}}(k) + \\ &\sum_{i=k-d_2}^{k-d_1} \sum_{j=i}^{k-1} \bar{\mathbf{x}}^\top(j) \mathbf{P}_1 \bar{\mathbf{x}}(j) + \\ &\sum_{i=k-d_2}^{k-d_1} \sum_{j=i}^{k-1} f^\top(\bar{\mathbf{x}}(j)) \mathbf{P}_1 f(\bar{\mathbf{x}}(j)), \end{aligned} \quad (15)$$

其中 $\mathbf{P}_{\theta(k)} > 0, \mathbf{P}_1 > 0$.

定义 $\theta(k) \triangleq r, \theta(k+1) \triangleq s$, 并且从均值的意义上定义二次函数(15) 的差, 如下所示:

$$\Delta V(\bar{\mathbf{x}}(k)) \triangleq \mathbb{E}\{V(\bar{\mathbf{x}}(k+1))\} - V(\bar{\mathbf{x}}(k)). \quad (16)$$

将误差系统(9)代入式(16)可得:

$$\begin{aligned} \Delta V(\bar{\mathbf{x}}(k)) &= \bar{\mathbf{x}}^\top(k+1) \bar{\mathbf{P}}_s \bar{\mathbf{x}}(k+1) + \\ &\sum_{i=k-d_1}^{k-d_1} \sum_{j=i+1}^k \bar{\mathbf{x}}^\top(j) \mathbf{P}_1 \bar{\mathbf{x}}(j) + \\ &\sum_{i=k-d_2}^{k-d_1} \sum_{j=i+1}^k f^\top(\bar{\mathbf{x}}(j)) \mathbf{P}_1 f(\bar{\mathbf{x}}(j)) - \bar{\mathbf{x}}^\top(k) \mathbf{P}_r \bar{\mathbf{x}}(k) - \\ &\sum_{i=k-d_2}^{k-d_1} \sum_{j=i}^{k-1} \bar{\mathbf{x}}^\top(j) \mathbf{P}_1 \bar{\mathbf{x}}(j) - \sum_{i=k-d_2}^{k-d_1} \sum_{j=i}^{k-1} \bar{\mathbf{x}}^\top(j) \mathbf{P}_1 \bar{\mathbf{x}}(j) \leq \end{aligned}$$

$$\xi^T(k) \begin{bmatrix} \bar{A}_r^T \\ \bar{B}_r^T \\ \bar{C}_r^T \end{bmatrix} \bar{P}_s [\bar{A}_r \quad \bar{B}_r \quad \bar{C}_r] \xi(k) - \bar{x}^T(k) P_r \bar{x}(k) + d \bar{x}^T(k) P_1 \bar{x}(k) - \bar{x}^T(k-d(k)) P_1 \bar{x}(k-d(k)) + d \bar{f}^T(\bar{x}(k)) P_1 f(\bar{x}(k)) - d \bar{f}^T(\bar{x}(k-d(k))) P_1 f(\bar{x}(k-d(k))), \quad (17)$$

其中:

$$\xi(k) = [\bar{x}^T(k) \quad \bar{f}^T(\bar{x}(k-d(k))) \quad \omega^T(k)]^T.$$

考虑非线性情况下,根据假设1可得(18)、(19)两个不等式:

$$[\bar{x}^T(k) \quad \bar{f}^T(\bar{x}(k))] \begin{bmatrix} -\varepsilon_1 \tau_1 & \varepsilon_1 \tau_2 \\ * & -\varepsilon_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x}(k) \\ f(\bar{x}(k)) \end{bmatrix} \geq 0, \quad (18)$$

$$[\bar{x}^T(k-d(k)) \quad \bar{f}^T(\bar{x}(k-d(k)))] \cdot \begin{bmatrix} -\varepsilon_2 \tau_1 & \varepsilon_2 \tau_2 \\ * & -\varepsilon_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x}(k-d(k)) \\ f(\bar{x}(k-d(k))) \end{bmatrix} \geq 0. \quad (19)$$

根据上面得到的两个非线性的不等式条件,不等式(17)满足下面的不等式:

$$\Delta V(\bar{x}(k)) \leq \eta^T(k) \Phi(k) \eta(k) - (\|\bar{z}(k)\|^2 - \gamma^2 \|v(k)\|^2), \quad (20)$$

其中:

$$\Phi(k) = \begin{bmatrix} \Phi_{11} & 0 & \varepsilon_1 \tau_2 & \bar{A}_r^T \bar{P}_s \bar{B}_r & \Phi_{15} \\ * & -P_1 - \varepsilon_2 \tau_1 & 0 & \varepsilon_2 \tau_2 & 0 \\ * & * & \Phi_{33} & 0 & 0 \\ * & * & * & \Phi_{44} & \Phi_{45} \\ * & * & * & * & \Phi_{55} \end{bmatrix},$$

$$\eta(k) = [\bar{x}^T(k) \quad \bar{x}^T(k-d(k)) \quad \bar{f}^T(\bar{x}(k)) \quad \bar{f}^T(\bar{x}(k-d(k))) \quad \omega^T(k)]^T,$$

$$\Phi_{15} = \bar{A}_r^T \bar{P}_s \bar{D}_r,$$

$$\Phi_{44} = \bar{B}_r^T \bar{P}_s \bar{B}_r - P_1 - \varepsilon_2,$$

$$\Phi_{45} = \bar{B}_r^T \bar{P}_s \bar{D}_r,$$

$$\Phi_{55} = \bar{D}_r^T \bar{P}_s \bar{D}_r - \gamma^2 I,$$

$$\Phi_{33} = d P_1 - \varepsilon_1.$$

将(20)的两边从 $k=0$ 到 $k=N$ 求和,可以进一步得到:

$$\sum_{k=0}^N \Delta V(\bar{x}(k)) = V(\bar{x}(N+1)) - V(\bar{x}(0)) \leq E\left\{ \sum_{k=0}^N \xi^T(k) \Phi(k) \xi(k) \right\} - E\left\{ \sum_{k=0}^N \|\bar{z}(k)\|^2 \right\} + E\left\{ \sum_{k=0}^N \gamma^2 \|v(k)\|^2 \right\}. \quad (21)$$

对不等式(14)运用舒尔补引理可以得到 $\Phi(k) < 0$,因此当 N 趋于无穷,在零初始条件下,满足 $\sum_{k=0}^{\infty} E(\|\bar{z}(k)\|^2) \leq \gamma^2 \sum_{k=0}^{\infty} \|v(k)\|^2$. 根据定义1,估计误差系统满足 H_{∞} 性能.

2.2 估计器设计

本节研究基于时变时滞马尔可夫系统的估计器增益,使时变估计误差系统(9)满足 H_{∞} 性能.

定理2 给定标量 $\gamma > 0$ 和 $\varepsilon > 0$,如果存在矩阵 \bar{K}_r 以及矩阵

$$P_r = \begin{bmatrix} P_{r1} & P_{r2} \\ * & P_{r3} \end{bmatrix} > 0,$$

$$G_r = \begin{bmatrix} G_{r1} & G_{r2} \\ G_{r3} & G_{r2} \end{bmatrix},$$

$$P_1 = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ * & P_{13} \end{bmatrix} > 0, r = \{1, 2, \dots, N\},$$

$$\varepsilon_1 = \text{diag}\{\varepsilon_{11}, \varepsilon_{12}\} (\varepsilon_1 \geq 0),$$

$$\varepsilon_2 = \text{diag}\{\varepsilon_{21}, \varepsilon_{22}\} (\varepsilon_2 \geq 0),$$

使得下列的不等式成立:

$$\begin{bmatrix} \Xi(k) & \Gamma_2^T & \Gamma_3 \\ * & -\varepsilon & 0 \\ * & * & -\varepsilon \end{bmatrix} < 0, \quad (22)$$

则时变估计误差系统(9)满足 H_{∞} 性能.

其中:

$$\Xi(k) = \begin{bmatrix} \Xi_1 & 0 & \Xi_{13} & \Xi_{14} \\ * & \Xi_{22} & \Xi_{23} & 0 \\ * & * & \Xi_{33} & 0 \\ * & * & * & -I \end{bmatrix},$$

$$\Gamma_2 = [\varepsilon \delta C_r(k) \quad 0 \quad \varepsilon \delta E_r(k) \quad 0 \quad 0 \quad 0],$$

$$\Gamma_3 = [0 \quad 0 \quad \bar{K}_r^T \quad \bar{K}_*^T \quad 0]^T,$$

$$\Xi_1 = \begin{bmatrix} \hat{\Phi}_{11} & \hat{\Phi}_{12} & 0 & 0 & \varepsilon_{11}\tau_{12} & 0 & 0 & 0 \\ * & \hat{\Phi}_{22} & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_{12}\tau_{12} & 0 & 0 \\ * & * & \hat{\Phi}_{33} - P_{12} & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_{21}\tau_{11} & 0 \\ * & * & * & \hat{\Phi}_{44} & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_{22}\tau_{12} \\ * & * & * & * & \hat{\Phi}_{55} & \bar{d}P_{12} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & \hat{\Phi}_{66} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & \hat{\Phi}_{77} & -P_{12} \\ * & * & * & * & * & * & * & \hat{\Phi}_{88} \end{bmatrix},$$

$$\Xi_{22} = -\gamma^2 I,$$

$$\Xi_{23} = [\Phi_{9,10} \quad \Phi_{9,11}],$$

$$\Xi_{13} = \begin{bmatrix} \Phi_{1,10} & \Phi_{2,10} & 0 & 0 & 0 & 0 & G_{r1}B_r & G_{r2}B_r \\ \Phi_{1,11} & \Phi_{2,11} & 0 & 0 & 0 & 0 & G_{r3}B_r & G_{r2}B_r \end{bmatrix}^T,$$

$$\Xi_{33} = \begin{bmatrix} \Phi_{10,10} & \Phi_{10,11} \\ * & \Phi_{11,11} \end{bmatrix},$$

$$\Xi_{14} = [L_r \quad -L_r \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T,$$

$$\Phi_{1,10} = A_r^T G_{r1}^T + C_r^T \bar{K}_r^T,$$

$$\Phi_{1,11} = A_r^T G_{r2}^T + C_r^T \bar{K}_r^T,$$

$$\Phi_{2,10} = A_r^T G_{r2}^T - C_r^T \bar{K}_r^T,$$

$$\Phi_{2,11} = A_r^T G_{r2}^T - C_r^T \bar{K}_r^T,$$

$$\hat{\Phi}_{11} = -P_{r1} - \varepsilon_{11}\tau_{11} + \bar{d}P_{11},$$

$$\hat{\Phi}_{12} = -P_{r2} + \bar{d}P_{12},$$

$$\hat{\Phi}_{22} = -P_{r3} - \varepsilon_{12}\tau_{11} + \bar{d}P_{13},$$

$$\hat{\Phi}_{33} = -\varepsilon_{21}\tau_{11} - P_{11},$$

$$\hat{\Phi}_{44} = -\varepsilon_{22}\tau_{11} - P_{13},$$

$$\hat{\Phi}_{55} = \bar{d}P_{11} - \varepsilon_{11},$$

$$\hat{\Phi}_{66} = \bar{d}P_{13} - \varepsilon_{12},$$

$$\hat{\Phi}_{77} = -\varepsilon_{21} - P_{11},$$

$$\hat{\Phi}_{88} = -\varepsilon_{22} - P_{13},$$

$$\Phi_{9,10} = D_r^T G_{r1}^T + E_r^T \bar{K}_r^T,$$

$$\Phi_{9,11} = D_r^T G_{r3}^T + E_r^T \bar{K}_r^T,$$

$$\Phi_{10,10} = \bar{P}_{s1} - G_{r1} - G_{r1}^T,$$

$$\Phi_{10,11} = \bar{P}_{s2} - G_{r2} - G_{*2}^T,$$

$$\Phi_{11,11} = \bar{P}_{s3} - G_{r2} - G_{r2}^T,$$

$$\text{则估计器增益 } K_r = G_{r2}^{-1} \bar{K}_r.$$

证明 定义 $\bar{K}_r \triangleq G_{r2} K_r$, 通过不等式(22), 运用舒尔补引理可得:

$$\begin{bmatrix} \Xi_1 & 0 & \Xi_{13} & \Xi_{14} \\ * & \Xi_{22} & \Xi_{23} & 0 \\ * & * & \Xi_{33} & 0 \\ * & * & * & -I \end{bmatrix} +$$

$$I_2^T (\Delta(k)\delta^{-1}) I_3 + I_3^T (\Delta(k)\delta^{-1}) I_2 < 0. \quad (23)$$

综合考虑(10)和不等式

$$\bar{P}_s - G_r - G_r^T \geq -G_r \bar{P}_s^{-1} G_r^T, \quad (24)$$

可以得到:

$$\begin{bmatrix} \Phi_{11} & 0 & \varepsilon_1\tau_2 & 0 & 0 & \bar{A}_r^T G_r^T \\ * & -\varepsilon_2\tau_1 - P_1 & 0 & \varepsilon_1\tau_2 & 0 & 0 \\ * & * & \bar{d}P_1 - \varepsilon_1 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -\varepsilon_2 - P_1 & 0 & \bar{B}_r^T G_r^T \\ * & * & * & * & -\gamma^2 I & \bar{D}_r^T G_r^T \\ * & * & * & * & * & -G_r \bar{P}_s^{-1} G_r^T \end{bmatrix} < 0, \quad (25)$$

左乘 $\text{diag}\{I, I, I, I, I, I, I, I, I, I, G_r^{-1}\}$, 右乘其转置, 可得到式(14).

因此, 条件(22) 使得系统满足:

$$\sum_{k=0}^{\infty} E(\|\bar{z}(k)\|^2) \leq \gamma^2 \sum_{k=0}^{\infty} \|v(k)\|^2.$$

根据定义 1, 估计误差系统满足 H_∞ 性能. 证明完毕.

3 仿真实例

本节将通过一个仿真实例验证所设计的面向估计性能的双通道带宽分配策略的有效性. 假设系统中 $n = 5, m = 4, \text{Markov 模态数 } N = 2, \text{时滞参数 } d_1 = 1, d_2 = 2, \text{量化器的量化密度范围为 } \rho_i \in [0.5, 0.95]$. 若要传输 4 维数据, 则根据式(6) 可得量化后所需的总信道容量至少为 1.908 4, 至多为 6.396 4. 如果带宽上限为 4, 如何根据双通道量化传输方案分配带宽, 即如何调节两个传输通道的量化密度使总信道容量被充分高效的利用、估计误差较小并且系统对外部扰动有较好的抑制能力, 成为被考虑的问题.

在本实例中, 两个通道的量化密度分别为 0.726 4 和 0.881 3, 量化后对应的所需容量分别为 0.8 和 1.2, 相应的系数矩阵如下所示:

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0.6 & 0.1 & 0 & 0 & 0.1 \\ 0.1 & 0.4 & -0.1 & 0.1 & 0 \\ 0.1 & 0.2 & 0.5 & 0 & 0.1 \\ 0.2 & 0.1 & 0 & 0.5 & -0.1 \\ 0 & 0.1 & 0 & 0.2 & 0.5 \end{bmatrix},$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0.25 & -0.05 & 0.05 & 0 & -0.05 \\ -0.05 & 0.4 & 0 & 0 & -0.05 \\ 0 & 0.05 & 0.4 & 0.05 & 0.05 \\ 0.05 & 0.1 & 0 & 0.3 & 0.05 \\ 0 & 0.05 & 0 & 0.1 & 0.15 \end{bmatrix},$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0.6 & 0 & 0 & 0 & 0.2 \\ 0.2 & 0.4 & 0 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0.4 & 0.2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.2 & 0.2 \\ 0 & 0.2 & 0 & 0.2 & 0.1 \end{bmatrix},$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} 0.2 & 0 & 0.1 & 0 & 0.1 \\ 0 & 0.7 & 0 & 0 & 0.1 \\ 0 & 0.1 & 0.6 & 0 & 0 \\ 0.1 & 0.1 & 0 & 0.2 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0 & 0 & 0.2 \end{bmatrix},$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} 0.4 & 0.3 & 0.25 & 0.25 & 0.35 \\ 0.2 & 0.4 & 0.3 & 0.35 & 0.3 \\ 0.05 & 0.1 & 0.05 & 0.1 & 0.15 \\ 0.1 & 0.05 & 0.1 & 0.15 & 0.05 \end{bmatrix},$$

$$C_2 = \begin{bmatrix} 0.25 & 0.35 & 0.25 & 0.05 & 0.25 \\ 0.15 & 0.25 & 0.3 & 0.25 & 0.2 \\ 0.1 & 0.05 & 0.1 & 0.05 & 0.15 \\ 0.15 & 0.2 & 0.15 & 0.05 & 0.1 \end{bmatrix},$$

$$D_1 = \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.1 \\ 0.2 \\ 0.1 \\ 0.1 \end{bmatrix}, \quad D_2 = \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.1 \\ 0.1 \\ 0.2 \\ 0.1 \end{bmatrix},$$

$$E_1 = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.1 \\ 0.2 \\ 0.1 \end{bmatrix}, \quad E_2 = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.1 \\ 0.1 \\ 0.2 \end{bmatrix},$$

$$L_1 = [0.1 \ 0.2 \ 0.4 \ 0.1 \ 0.2],$$

$$L_2 = [0.2 \ 0.1 \ 0.3 \ 0.1 \ 0.2].$$

时变非线性函数如下:

$$f(\mathbf{x}_i(k)) = \begin{bmatrix} 0.3\mathbf{x}_{i1}(k) \\ 0.2\mathbf{x}_{i2}(k) \\ 0.4\mathbf{x}_{i3}(k) \\ 0.2\mathbf{x}_{i4}(k) \\ 0.3\mathbf{x}_{i5}(k) \end{bmatrix}.$$

外部扰动为: $\omega(k) = 0.8e^{-0.1k} |\sin(k)|$,

马尔可夫转移概率矩阵如下:

$$\Pi = \begin{bmatrix} 0.7 & 0.3 \\ 0.4 & 0.6 \end{bmatrix}.$$

根据第二节所述的定理并通过 Matlab 的 LMI 工具箱,可以得到 H_∞ 性能指标为 $\gamma = 2.8902$, 模态 1 和模态 2 的估计器增益分别如下:

$$K_1 = \begin{bmatrix} 0.1259 & 0.0247 & 0.0014 & 0.008 \\ -0.007 & -0.0067 & 0.0042 & -0.0551 \\ 0.5047 & 0.5726 & 0.0869 & 0.1645 \\ 0.0552 & 0.1437 & 0.025 & 0.0813 \\ -0.0284 & -0.0151 & -0.0053 & 0.0133 \end{bmatrix},$$

$$K_2 = \begin{bmatrix} 0.1333 & 0.0196 & 0.0332 & 0.0881 \\ 0.0434 & -0.0426 & -0.0586 & 0.0344 \\ 0.1257 & 0.3656 & 0.0281 & 0.1276 \\ -0.031 & 0.1289 & -0.0178 & 0.0264 \\ 0.0674 & -0.0186 & 0.1037 & -0.0357 \end{bmatrix}.$$

待估计信号 $z(k)$ 以及估计信号 $\hat{z}(k)$ 的曲线如

图 1 所示.

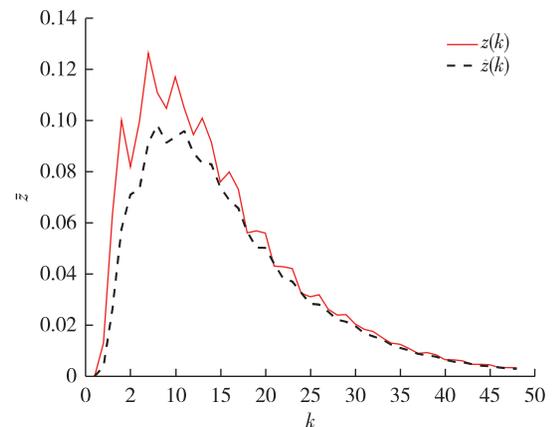


图 1 待估计信号 $z(k)$ 和估计信号 $\hat{z}(k)$

Fig. 1 Signal to be estimated $z(k)$ and estimated signal $\hat{z}(k)$

根据图 1 可知,估计误差 $\bar{z} = z(k) - \hat{z}(k)$ 趋于 0,估计误差系统满足具有 H_∞ 噪声衰减性能的随机稳定.

注 2 本实例仅采用一组量化密度设计出该双通道量化情况下能达到最佳性能的系统.在实际应用中,应根据所传输信号中各部分信号分量幅值的大小设计适合的量化密度,也就是给各个通道分配适合的带宽,从而设计出最佳系统.

4 结论

本文提出了面向估计性能的双通道带宽分配策略.将系统建模为 Markov 跳变时滞系统,可减小网络化控制系统中时滞现象对信号传输的影响.采用双

通道传输策略,提升数据到达率,减少数据包的丢失.双通道量化传输方案可将有限的带宽灵活地分配于两个通道,充分利用信道容量,提升传输效率.本文设计了估计器的增益矩阵以及满足 H_∞ 性能的时变估计误差系统,并通过实例验证了所设计系统的有效性.

参考文献

References

- [1] Zhang X M, Han Q L, Yu X H. Survey on recent advances in networked control systems [J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2016, 12(5): 1740-1752
- [2] Mamduhi M H, Molin A, Tolić D, et al. Error-dependent data scheduling in resource-aware multi-loop networked control systems [J]. Automatica, 2017, 81 : 209-216
- [3] Su L L, Chesi G. Robust stability analysis and synthesis for uncertain discrete-time networked control systems over fading channels [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2017, 62(4): 1966-1971
- [4] Zhao Y, Zhang W H. New results on stability of singular stochastic Markov jump systems with state-dependent noise [J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2016, 26(10): 2169-2186
- [5] Zhao Y, Zhang W H. Observer-based controller design for singular stochastic Markov jump systems with state dependent noise [J]. Journal of Systems Science and Complexity, 2016, 29(4): 946-958
- [6] Bahreini M, Zarei J. Robust finite-time stabilization for networked control systems via static output-feedback control: Markovian jump systems approach [J]. Circuits, Systems, and Signal Processing, 2018, 37(4): 1523-1541
- [7] Wu Z G, Shi P, Shu Z, et al. Passivity-based asynchronous control for Markov jump systems [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2017, 62(4): 2020-2025
- [8] Wu Y, Wu Y P. H_∞ output tracking control over networked control systems with Markovian jumping parameters [J]. Optimal Control Applications and Methods, 2016, 37(6): 1162-1174
- [9] Lauridsen M, Nguyen H, Vejlgaard B, et al. Coverage comparison of GPRS, NB-IoT, LoRa, and SigFox in a 7800 km area [C] // IEEE 85th Vehicular Technology Conference (VTC Spring), 2017. DOI: 10.1109/VTC-Spring.2017.8108182
- [10] Walrand J C, Parekh S. Communication networks: a concise introduction [J]. Synthesis Lectures on Communication Networks, 2017, 3(1): 192
- [11] Wang H, Zhang D Q, Wang Y S, et al. RT-fall: a real-time and contactless fall detection system with commodity WiFi devices [J]. IEEE Transactions on Mobile Computing, 2017, 16(2): 511-526
- [12] Ratasuk R, Vejlgaard B, Mangalvedhe N, et al. NB-IoT system for M2M communication [C] // IEEE Wireless Communications and Networking Conference Workshops, 2016. DOI: 10.1109/WCNC.2016.7564708
- [13] Boccardi F, Heath R W, Lozano A, et al. Five disruptive technology directions for 5G [J]. IEEE Communications Magazine, 2014, 52(2): 74-80
- [14] Liu Y R, Wang Z D, Liu X H. Global exponential stability of generalized recurrent neural networks with discrete and distributed delays [J]. Neural Networks, 2006, 19(5): 667-675
- [15] Xie L H. Output feedback H_∞ control of systems with parameter uncertainty [J]. International Journal of Control, 1996, 63(4): 741-750
- [16] Costa O L V, Marques R P, Fragoso M D. Discrete-time Markov jump linear systems [M]. London: Springer, 2005

Dual-channel bandwidth allocation strategy for estimation performance

PENG Zhirong¹ ZHAO Zhuhua¹ CHEN Huizhen¹ LI Weixiong¹ CHEN Xiangde²

¹ Jiangmen Power Supply Bureau of Guangdong Power Grid Company Limited, Jiangmen 529000

² Guangdong Smooth Technology Company Limited, Jiangmen 529000

Abstract The dual-channel bandwidth allocation is studied considering estimation performance. The networked control system is modeled as a Markov jump delay one in order to reduce the influence of time delay on signal transmission. The dual-channel transmission strategy is adopted to improve the data arrival rate and reduce the packet loss. The limited bandwidth is flexibly allocated to two channels to fully exploit the channel capacity. Then a dual-channel quantitative transmission scheme is proposed and a state estimator is designed. The sufficient condition is derived for the time-varying error estimation system to satisfy the H_∞ performance, and the gain matrix is given for the estimator. Finally, the effectiveness of the proposed strategy is illustrated by a numeral example.

Key words networked control systems; Markov jump; time delay systems; dual-channel transmission; bandwidth allocation; state estimation