



基于滑模状态观测器的两自由度磁悬浮球控制

摘要

首先分析了磁悬浮球绕组磁力线扭曲特性,构建了含轴向和水平两自由度的磁悬浮球运动模型,采用模型转换,将系统中的匹配性和非匹配性干扰统一重构为匹配性干扰,建立新的系统状态空间方程;其次,针对悬浮气隙中气隙速度与加速度难以获取、干扰实时性观测困难的问题,提出了含干扰重构的气隙速度、加速度滑模观测器,并基于此观测器设计了滑模跟踪控制器;最后搭建含干扰重构的滑模状态观测和跟踪协同控制仿真平台,结果表明所提控制策略在动态响应速度、跟踪误差和抗干扰能力性能方面优于传统PID控制。

关键词

磁悬浮球;两自由度;匹配干扰;不匹配干扰;滑模控制;状态观测

中图分类号 TP273

文献标志码 A

收稿日期 2020-11-01

资助项目 国家自然科学基金(61473170);山东省重点研发计划(2018GGX104004)

作者简介

王伟超,男,硕士生,研究方向为磁悬浮非线性控制,weichao0704@163.com

褚晓广(通信作者),男,博士,副教授,研究方向为磁悬浮非线性控制、新能源及其智能控制.xg_chu@163.com

0 引言

磁悬浮技术因其无接触、摩擦功耗小等优点,被广泛应用于磁悬浮列车、磁悬浮轴承等领域,但磁悬浮系统本身为开环不稳定系统,系统稳定悬浮必须依赖主动悬浮控制.目前众多科研工作者开展了磁悬浮控制策略研究,但所需控制算法验证的磁悬浮试验平台往往结构复杂、搭建成本较高,磁悬浮球系统因其结构简单、控制方案易实现等优点,已成为磁悬浮控制策略验证的首选平台^[1-3].目前磁悬浮球系统模型构建时,大多忽视了磁力线扭曲对悬浮稳定的影响,悬浮控制研究往往多为单自由度控制,即使设计基于干扰观测器的众多悬浮控制策略应对干扰^[4-6],但由于未明确干扰来源以及影响机制,特别是无法获知干扰的物理约束,因此无法获得有效控制算法验证.为此,本文首次提出两自由度的磁悬浮球系统模型,并对多自由度运动下干扰影响机制进行分析,同时对非匹配性干扰进行转化,进而进行悬浮控制策略研究和验证工作.

近年来,对磁悬浮系统控制策略的研究大多数是对传统的PID控制策略进行改进^[7-10],基于线性系统下的传统PID不适用于多工况、多干扰且参数未知的系统,控制效果有限.因此,滑模控制(SMC)、模糊控制(Fuzzy Control, FC)以及自适应控制(Adaptive Control, AC)等非线性控制理论及策略的引入是众多科研工作者的研究热点^[11-13].文献[14-16]针对模型不确定性、外界干扰等所致悬浮系统模型失配问题,采用自适应鲁棒控制完成悬浮体的稳定控制.SMC是一种不依赖模型并具有较强抗干扰能力的控制策略,在动态响应速度以及补偿系统时变参数等方面具有显著优势,因此被广泛应用于磁悬浮系统.一方面,采用SMC可对磁悬浮系统实施鲁棒控制,但滑模边界层极易产生切换抖振,采用神经网络、自适应控制等开展切换边界层优化以及补偿控制,同时借助滤波器可有效弱化抖振,获得较好的悬浮性能^[17];另一方面,借助观测器机制,观测获取并动态补偿悬浮控制能够有效消抖,传统观测器虽然能提升系统悬浮性能,但动态响应速度慢.因此,本文结合SMC的优点,设计了滑模状态观测器,通过切换函数中无穷小值的引入减小系统抖振,同时设计滑模跟踪控制器趋近律消除观测误差引起的系统抖振.

在现有磁悬浮球系统研究基础上,本文深入分析了磁悬浮球绕组磁力线扭曲特性,进行运行机理和模型受力分析,创新性地提出了

系统在两维坐标系下的两自由度运动模型;其次,将两自由度模型下的干扰归结为单自由度实现主动控制,实现了非匹配性干扰到匹配性干扰的转化;然后建立磁悬浮球系统状态空间方程,基于状态空间方程进行控制策略优化研究,设计含干扰重构的滑模状态观测和跟踪协同控制策略(Sliding Mode State Observation and Tracking Cooperative Control, SMSOTC);最后通过设计仿真实验,验证所提控制策略的有效性。

1 两自由度磁悬浮球系统模型

两自由度磁悬浮球系统如图1所示,包括悬浮绕组、悬浮球、气隙传感器以及MOSFET、电源、DSP(内含A/D转换器)和PWM驱动一体化的控制回路。

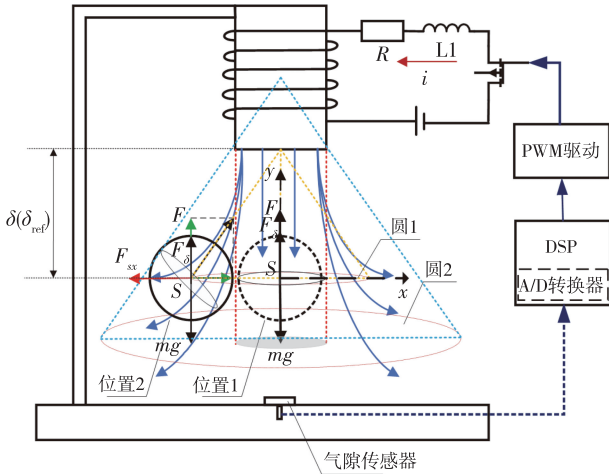


图1 两自由度磁悬浮球系统

Fig. 1 Two degree of freedom magnetic levitation ball system

悬浮球稳定的首要条件是轴向合力为零,悬浮球一般运行在中心区(位置1),但外界干扰力 F_{sx} 极易导致悬浮球偏离中心区,进入磁力线扭曲变形区(位置2).磁悬浮绕组磁力线分布如图2所示,假设磁力线均匀,悬浮电磁力 F 因磁密变化而减小,由于 F_{sx} 使得悬浮球发生 $\Delta\theta$ 的偏移,为此电磁吸力 F 必须产生轴向分量 F_z 和径向分量 F_r ,用于平抑悬浮重力 mg 、竖直干扰力 F_δ 和水平干扰力 F_{sx} ,实现悬浮球受力平衡。

悬浮球进入位置2后,由于磁力线变稀疏、有向圆面 S 发生改变的原因使得所受电磁力 F 发生改变,引入磁感应强度占比系数 γ ,其含义为悬浮球最大切圆截面容纳的磁感应强度在整体磁感应强度 B 中的占比。

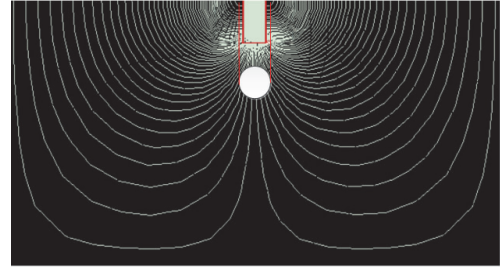


图2 磁悬浮绕组磁力线分布

Fig. 2 Distribution of magnetic force line for magnetic suspension winding

在图1中,给出了悬浮球的受力分析、有向圆面 S 以及分析磁感应强度用到的辅助圆结构,基于水平和竖直两维坐标系下,根据牛顿第二定律,两自由度磁悬浮球系统运动模型为

$$\begin{cases} \frac{d^2 s_x}{dt^2} = \frac{F_{sx}}{m\sqrt{\delta^2 + s_x^2}} - \frac{F_{sx}}{m}, \\ \frac{d^2 \delta}{dt^2} = \frac{F\delta}{m\sqrt{\delta^2 + s_x^2}} - g + \frac{F_\delta}{m}, \end{cases} \quad (1)$$

式中, $F = \frac{(\gamma B)^2 S}{2\mu_0}$ 为电磁力, $B = \frac{\mu_0 Ni}{\delta}$ 为磁感应强度, s_x 为悬浮球水平位移, δ 为电磁铁表面与悬浮球气隙, F_{sx} 为水平方向等效干扰力, F_δ 为竖直方向等效干扰力, γ 为磁感应强度占比系数, N 为悬浮绕组匝数, i 为悬浮电流, μ_0 为空气磁导率, S 为悬浮球有向圆面, m 为悬浮球质量, g 为重力加速度。

式(1)提出了由 F_{sx} 主导的悬浮球水平方向的运动方程,得到两自由度系统模型.由于主动控制策略的研究是在单自由度上进行的,为此,需将水平方向等效干扰力纳入到竖直方向。

受初始位置、磁场分布和轴向干扰的影响,假定悬浮球稳定在中心稳定区内理想平衡点的平面邻域中,与理想平衡点距离为 ε ,悬浮球平衡态为 $(I_0, \delta_{ref}, \varepsilon)$,设 $\Delta i = i - I_0$ 为悬浮球平衡位置的电流扰动, $\Delta \delta = \delta - \delta_{ref}$ 为悬浮球竖直位置的气隙扰动,将式(1)在平衡位置处进行线性化:

$$\begin{cases} \frac{d^2 s_x}{dt^2} = k_{i1} \Delta i + k_{\delta 1} \Delta \delta + k_{sx1} (s_x - \varepsilon) - \frac{F_{sx}}{m}, \\ \frac{d^2 \delta}{dt^2} = k_{i2} \Delta i + k_{\delta 2} \Delta \delta + k_{sx2} (s_x - \varepsilon) + \frac{F_\delta}{m}, \end{cases} \quad (2)$$

式中, $k_{i1} = \frac{\gamma^2 \varepsilon \mu_0 N^2 S I_0}{m \delta_{ref}^3}$, $k_{\delta 1} = -\frac{3\gamma^2 \varepsilon \mu_0 N^2 S I_0^2}{2m \delta_{ref}^4}$, $k_{sx1} =$

$$\frac{\gamma^2 \mu_0 N^2 S I_0^2}{2m \sqrt{(\delta_{ref}^2 + \varepsilon^2)^3}}, k_{i2} = \frac{\gamma^2 \mu_0 S N^2 I_0}{m \delta_{ref}^2}, k_{\delta 2} = -\frac{\gamma^2 \mu_0 S N^2 I_0^2}{m \delta_{ref}^3},$$

$$k_{sx2} = -\frac{\varepsilon \gamma^2 \mu_0 S N^2 I_0^2}{2m \delta_{ref}^2}, I_0 = \frac{1}{\gamma N} \sqrt{\frac{2mg \delta_{ref} \sqrt{\delta_{ref}^2 + \varepsilon^2}}{\mu_0 S}}.$$

悬浮球受到外界水平干扰力 F_{sx} 偏离中心稳定区, 水平位置移动 s_x 后进入位置 2 稳定, 此时悬浮球水平方向加速度为零, 结合式(2) 得:

$$s_x = \frac{F_{sx} - m(k_{i1}i + k_{\delta 1}\delta)}{mk_{sx1}}, \quad (3)$$

从而构建起水平方向干扰力 F_{sx} 对悬浮球轴向运动的影响式为

$$\frac{d^2 \delta}{dt^2} = k_i i + k_\delta \delta + \frac{k_{sx2} F_{sx}}{mk_{sx1}} + \frac{F_\delta}{m} + o(i, \delta, s_x), \quad (4)$$

式中, $k_i = k_{i2} - \frac{k_{sx2} k_{i1}}{k_{sx1}}, k_\delta = k_{\delta 2} - \frac{k_{sx2} k_{\delta 1}}{k_{sx1}}, o(i, \delta, s_x)$ 为可忽略高阶项.

悬浮球位于磁力线扭曲区域中时, 因悬浮气隙变化所致变化电感可表示为

$$L_1 = N \frac{\phi}{i} = N \frac{\gamma B S}{i} = \frac{N^2 \gamma \mu_0 S}{\delta}. \quad (5)$$

电磁铁绕组电流由 BUCK 变流器控制, 其内部结构参数, 尤其是电感值会随悬浮球位置改变而变化, 为此构建悬浮绕组电流控制运动模型为

$$\frac{di}{dt} = \frac{1}{N^2 \gamma \mu_0 S / \delta + L_0} \left(u - Ri - \frac{N^2 \gamma \mu_0 S i}{\delta^2} \delta \right). \quad (6)$$

式(4)中存在的干扰为非匹配性干扰, 无法实现调控电压与干扰同通道调节, 因此, 进行模型重构, 对式(4)中 δ 再次求导并将式(6) 代入得:

$$\ddot{\delta} = k_i \left(\frac{\delta}{k_c + \delta L_0} u - \left(\frac{k_c i}{\delta(k_c + \delta L_0)} - \frac{k_\delta}{k_i} \right) \delta - \right.$$

$$\left. \frac{Ri}{k_c + \delta L_0} \delta \right) + f_d, \quad (7)$$

式中, $k_c = N^2 \gamma \mu_0 S, f_d = \frac{k_{sx2}}{mk_{sx1}} F_{sx} + \frac{1}{m} F_\delta$ 为系统模型中干扰归结值.

上述过程实现了匹配性干扰的转化, 同时将两自由度模型建构为单自由度进行主动控制, 为控制策略的研究奠定了基础.

以 $e = \delta - \delta_{ref}, \dot{e} = \dot{\delta} - \dot{\delta}_{ref}, \ddot{e} = \ddot{\delta} - \ddot{\delta}_{ref}$ 为状态变量, 得到磁悬浮球系统状态空间方程:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \phi(\mathbf{x}, i) + \varphi(x_1, u, \delta_{ref}, \ddot{\delta}_{ref}) + \mathbf{B}_0 f_d, \\ \mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x}, \end{cases} \quad (8)$$

$$\text{式中, } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_0 = [0 \ 0 \ 1]^T, \mathbf{C} =$$

$$[1 \ 0 \ 0], \phi(\mathbf{x}, i) = \mathbf{B}_0 f_1(\mathbf{x}, i), f_1(\mathbf{x}, i) =$$

$$\left(\frac{-k_i k_c i}{\delta(k_c + (x_1 + \delta_{ref}) L_0)} - k_\delta \right) (x_2 - \delta_{ref}) \text{ 为 Lipschitz}$$

函数, 取 ξ 为 Lipschitz 常数, $f_2(x_1, u, \delta_{ref}, \ddot{\delta}_{ref}) =$

$$\frac{k_i(x_1 + \delta_{ref})}{k_c + (x_1 + \delta_{ref}) L_0} u - \frac{k_i R i}{k_c + (x_1 + \delta_{ref}) L_0} (x_1 + \delta_{ref}) -$$

$$\delta_{ref}, \varphi(x_1, u, \delta_{ref}, \ddot{\delta}_{ref}) = \mathbf{B}_0 f_2(x_1, u, \delta_{ref}, \ddot{\delta}_{ref}).$$

2 磁悬浮球系统控制策略

两自由度磁悬浮球控制策略包括含干扰重构的滑模状态观测以及悬浮气隙跟踪控制器, 磁悬浮球系统控制结构如图 3 所示. 由于磁悬浮球系统极易受水平位置不确定性摆动及电流波动等多种干扰影响, 同时悬浮气隙及气隙加速度不易精确测量, 为此设计滑模状态观测器, 准确提取状态变量. 悬浮气隙

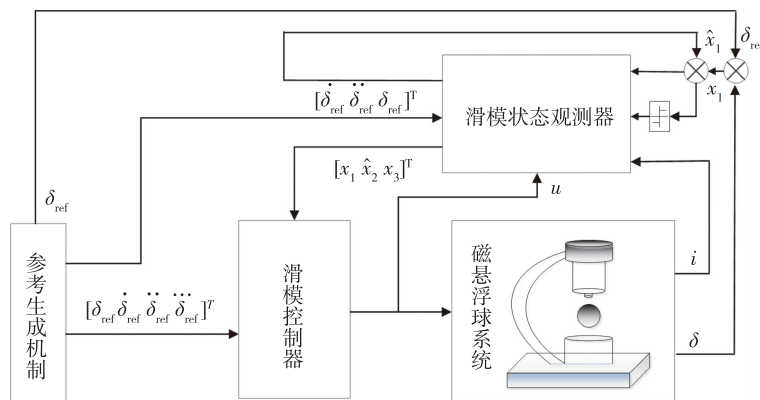


图 3 磁悬浮球系统控制结构

Fig. 3 Control structure of magnetic levitation ball system

滑模跟踪控制器能够提高系统动态响应速度,实现悬浮气隙的跟踪控制.

2.1 滑模控制器设计

滑模变结构控制通过状态反馈将系统的运动引导至滑模面上,最终形成渐近稳定的滑动模态.基于已确定的磁悬浮球模型(8),若在滑模面中包含进悬浮球运动的位移、速度、加速度信号,则能够有效应对系统干扰,提高系统动态性能.

建立滑模面函数:

$$s = \mathbf{G}\mathbf{x}, \quad (9)$$

式中, \mathbf{x} 为状态变量, $\mathbf{G} = [g_1 \ g_2 \ 1]$, g_1, g_2 应满足多项式 $g_2 p + g_1$ 为 Hurwitz 函数, p 为 Laplace 算子.

构建状态变量与调控电压的联系,设计滑模趋近律为

$$\dot{s} = \mathbf{G}\dot{\mathbf{x}} = -\beta_1 \text{sgn}(s) - Ks. \quad (10)$$

以上设计能够保证系统在有限时间内到达滑模面.由于状态估计误差的存在,系统需要引入数值较大的 β_1 值,增大了系统的抖振.为有效解除观测误差对 β_1 数值大小的限制,同时抑制系统抖振,设计:

$$K = \|\mathbf{A}\| + \xi. \quad (11)$$

由趋近律结合 Lyapunov 理论设计控制律为

$$u = \frac{k_c + (x_1 + \delta_{\text{ref}})L_0}{k_i(x_1 + \delta_{\text{ref}})} ([\mathbf{G}\mathbf{B}_0]^{-1} [-\beta_1 \text{sgn}(s) - Ks - \mathbf{G}\mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{G}\hat{\phi} - \mathbf{G}\mathbf{B}_0 f_d] + \overset{\dots}{\delta_{\text{ref}}} + \frac{k_i R i}{k_c + (x_1 + \delta_{\text{ref}})L_0} (x_1 + \delta_{\text{ref}})). \quad (12)$$

2.2 滑模状态观测器设计

在控制策略设计中,状态变量获取较为困难,传统控制方式通常为直接求导,但这种方法会引入干扰噪声且测量精度受约束;其次,由于不确定性干扰的存在,使得控制信号未知.因此,引入状态观测器对状态变量进行估计,同时将干扰信息引入至估计值中.传统观测器不能实现对状态变量的精确估计且动态响应速度较慢,因此,本文将系统所受的干扰统一归结为匹配性干扰后,结合 SMC 特有的优势对传统的观测器进行改进,设计滑模状态观测器如下:

$$\begin{cases} \dot{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \phi(\hat{\mathbf{x}}, i) + \varphi(x_1, u, \delta_{\text{ref}}, \overset{\dots}{\delta_{\text{ref}}}) + \\ \quad \mathbf{L}(y - \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}) + \mathbf{B}_0 \eta, \\ \hat{y} = \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}, \end{cases} \quad (13)$$

式中, $\eta = \beta_2 \frac{M(y - \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}})}{\|M(y - \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}})\| + \sigma}$, σ 为无穷小值,可减缓估计值抖振, $M \in \mathbf{R}$ 为常系数, $L =$

$[l_1 \ l_2 \ l_3]^T$ 为观测增益矩阵,上标“ $\hat{\cdot}$ ”为变量对应的观测值.

将式(8)与式(13)相减得:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{\mathbf{x}}} = (\mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C})\tilde{\mathbf{x}} + \tilde{\phi} + \mathbf{B}_0 f_d - \mathbf{B}_0 \eta, \\ \tilde{y} = \mathbf{C}\tilde{\mathbf{x}}, \end{cases} \quad (14)$$

$$\text{式中, } \tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}, \tilde{\phi} = \phi - \hat{\phi}, \mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C} = \begin{bmatrix} -l_1 & 1 & 0 \\ -l_2 & 0 & 1 \\ -l_3 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

上标“ \sim ”为实际值与观测值之差.

由特征方程知,存在正实数 ξ 与对称矩阵 $\mathbf{P} > 0$,使得:

$$\begin{cases} (\mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C})^T \mathbf{P} + \mathbf{P}(\mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C}) = -\mathbf{Q}, \\ \mathbf{B}_0^T \mathbf{P} = \mathbf{M}\mathbf{C} \end{cases} \quad (15)$$

对某个正定矩阵 \mathbf{Q} 成立,且 \mathbf{M}, \mathbf{Q} 满足:

$$\|\mathbf{G}\| \leq \|\mathbf{M}\mathbf{C}\|, \quad (16)$$

$$\xi \leq \frac{(\lambda_{\max}(\mathbf{Q}) - \lambda_{\max}^2(\mathbf{G})\lambda_{\max}(\mathbf{A}))}{(\lambda_{\max}(\mathbf{G}) + 2\lambda_{\max}(\mathbf{P}))}. \quad (17)$$

综合设计过程,将控制律设计为

$$u = \frac{k_c + (x_1 + \delta_{\text{ref}})L_0}{k_i(x_1 + \delta_{\text{ref}})} ([\mathbf{G}\mathbf{B}_0]^{-1} [-\beta_1 \text{sgn}(\hat{s}) - K\hat{s} - \mathbf{G}\mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{G}\hat{\phi}] + \overset{\dots}{\delta_{\text{ref}}} + \frac{k_i R i}{k_c + (x_1 + \delta_{\text{ref}})L_0} (x_1 + \delta_{\text{ref}})), \quad (18)$$

式中, $\hat{\mathbf{x}}$ 为 \mathbf{x} 的估计值, $\hat{s} = \mathbf{G}\hat{\mathbf{x}}$, $\hat{\phi} = \phi(\hat{\mathbf{x}}, i)$.

2.3 稳定性分析

选取 Lyapunov 函数为

$$V = \frac{1}{2}s^2 + \tilde{\mathbf{x}}^T \mathbf{P}\tilde{\mathbf{x}}. \quad (19)$$

对式(19)求导并将式(10)代入得:

$$\begin{aligned} \dot{V} = & s\dot{s} + \tilde{\mathbf{x}}^T [(\mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C})^T \mathbf{P} + \mathbf{P}(\mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C})] \tilde{\mathbf{x}} + \\ & 2\tilde{\mathbf{x}}^T \mathbf{P}\tilde{\phi} + 2\tilde{\mathbf{x}}^T \mathbf{P}\mathbf{B}_0 f_d - 2\tilde{\mathbf{x}}^T \mathbf{P}\mathbf{B}_0 \eta = \\ & s[\mathbf{G}\mathbf{A}\tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{G}\tilde{\phi} - \beta \text{sgn}(\hat{s}) - K\hat{s} + \mathbf{G}\mathbf{B}_0 f_d] + \\ & \tilde{\mathbf{x}}^T [(\mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C})^T \mathbf{P} + \mathbf{P}(\mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C})] \tilde{\mathbf{x}} + 2\tilde{\mathbf{x}}^T \mathbf{P}\tilde{\phi} + \\ & 2\tilde{\mathbf{x}}^T \mathbf{P}\mathbf{B}_0 f_d - 2\tilde{\mathbf{x}}^T \mathbf{P}\mathbf{B}_0 \eta. \end{aligned} \quad (20)$$

将 $\mathbf{G}\mathbf{B}_0 = 1$ 代入式(20)得:

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \mathbf{G}\hat{\mathbf{x}}\mathbf{G}\mathbf{A}\tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{G}\hat{\mathbf{x}}\mathbf{G}\tilde{\phi} - \beta\hat{s}\text{sgn}(\hat{s}) - K\hat{s}^2 + \mathbf{G}\hat{\mathbf{x}}f_d + \\ & \mathbf{G}\tilde{\mathbf{x}}\mathbf{G}\mathbf{A}\tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{G}\tilde{\mathbf{x}}\mathbf{G}\tilde{\phi} - \beta\hat{s}\text{sgn}(\hat{s}) - K\hat{s}\hat{s} + \mathbf{G}\tilde{\mathbf{x}}f_d + \\ & \tilde{\mathbf{x}}^T [(\mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C})^T \mathbf{P} + \mathbf{P}(\mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C})] \tilde{\mathbf{x}} + 2\tilde{\mathbf{x}}^T \mathbf{P}\tilde{\phi} + \\ & 2\tilde{\mathbf{x}}^T \mathbf{P}\mathbf{B}_0 f_d - 2\tilde{\mathbf{x}}^T \mathbf{P}\mathbf{B}_0 \eta. \end{aligned} \quad (21)$$

将式(11)入式(21)得:

$$\mathbf{G}\hat{\mathbf{x}}\mathbf{G}\mathbf{A}\tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{G}\hat{\mathbf{x}}\mathbf{G}\tilde{\phi} - K\hat{s}\hat{s} \leq$$

$$(\|A\| + \xi - K)(\|G\|^2 \|\hat{x}\| \|\bar{x}\| + \|G\|^2 \|\hat{x}\| \|\bar{x}\| - \|G\|^2 \|\hat{x}\| \|\bar{x}\|) = 0. \quad (22)$$

由于,

$$\begin{aligned} G\bar{x}GA\bar{x} + G\bar{x}G\tilde{\phi} + 2\bar{x}^T P\tilde{\phi} = \\ (\lambda_{\max}(G^T G)\lambda_{\max}(A) + \xi\lambda_{\max}(G^T G) + \\ 2\xi\lambda_{\max}(P))\|\bar{x}\|^2 2\bar{x}^T PB_0 f_d \leq \\ 2\beta \|MC\bar{x}\| \eta = 2\beta \frac{M(y - C\hat{x})}{\|M(y - C\hat{x})\| + \sigma}, \end{aligned}$$

从而有,

$$2\bar{x}^T PB_0 \eta = 4\beta \|MC\bar{x}\| + \tau, \quad (23)$$

式中, τ 为无穷小值,可忽略不计.

又因为 $\|G\| \leq \|MC\|$,所以,

$$\begin{aligned} -\beta G\bar{x} \operatorname{sgn}(\hat{s}) + G\bar{x}f_d + 2\bar{x}^T PB_0 f_d - 2\bar{x}^T PB_0 \eta \leq \\ \beta \|G\| \|\bar{x}\| + G\bar{x}f_d + 2\bar{x}^T PB_0 f_d - \\ 2\bar{x}^T PB_0 \eta \leq \|\bar{x}\| (\beta \|G\| + \beta \|G\| - \\ 2\beta \|MC\|) \leq 0. \quad (24) \end{aligned}$$

综合式(20)、(21)、(22)、(23)、(24)得:

$$\begin{aligned} \dot{V} = -\beta \hat{s} \operatorname{sgn}(\hat{s}) - K\hat{s}^2 + \hat{s}f_d + \bar{x}^T [(A - LC)^T P + \\ P(A - LC)]\bar{x} + (\lambda_{\max}(G^T G)\lambda_{\max}(A) + \\ \xi\lambda_{\max}(G^T G) + 2\xi\lambda_{\max}(P))\|\bar{x}\|^2 = \\ -\bar{x}^T [Q - (\lambda_{\max}(G^T G)\lambda_{\max}(A) + \xi\lambda_{\max}(G^T G) + \\ 2\xi\lambda_{\max}(P))]\bar{x} - \beta \hat{s} \operatorname{sgn}(\hat{s}) - K\hat{s}^2 + \hat{s}f_d. \end{aligned}$$

因为矩阵 $Q - (\lambda_{\max}(G^T G)\lambda_{\max}(A) + \xi\lambda_{\max}(G^T G) + 2\xi\lambda_{\max}(P))$ 为正定矩阵,又因为 $-\beta \hat{s} \operatorname{sgn}(\hat{s}) - K\hat{s}^2 + \hat{s}f_d \leq 0$,从而有 $\dot{V} \leq 0$.

因此,本文所设计的含干扰重构的滑模状态观测和跟踪协同控制策略在李雅普诺夫稳定条件下渐近稳定,即磁悬浮球系统的跟踪误差在有限时间内可收敛至原点附近的可调节邻域内.

3 仿真结果分析

基于 MATLAB/Simulink 搭建磁悬浮球系统仿真平台,进行系统性能分析和控制策略验证.磁悬浮球系统结构参数如表 1 所示.仿真研究分为变气隙点跟踪和抗干扰能力两部分,进行含干扰重构的滑模状态观测和跟踪协同控制策略和传统 PID 控制策略在跟踪性能、跟踪误差和抗干扰能力的对比实验研究,全面评价所提控制策略对磁悬浮球控制系统的优化.在所有仿真研究中,传统 PID 控制器及含干扰重构的滑模状态观测和跟踪协同控制策略式(9)、(10)、(13)、(14)所含参数设计如表 2 所示.

表 1 磁悬浮球系统结构参数

Table 1 Structure parameters for magnetic levitation ball system

参数	数值
悬浮球质量 m/g	94
线圈电阻 R/Ω	13.8
线圈匝数 $N/\text{匝}$	2 450
铁芯直径 φ/mm	22
悬浮球半径 r/mm	12.5

表 2 控制器参数

Table 2 Controller parameters

参数	数值
k_{ppid}	3 250
k_{ipid}	11 000
k_{dpid}	450
β_1	0.3
β_2	160
K	4 500
G	[120 060 350 1]
L	[1 037.85 25 743.56 122.25]

3.1 变气隙点跟踪仿真实验

以 8 s 为一个周期,参考气隙 δ_{ref} (单位:m) 设定为

$$\delta_{ref} = \begin{cases} 0.014, & 0 \leq t < 4, \\ 0.006, & 4 \leq t < 8. \end{cases}$$

图 4 为不同控制器下气隙跟踪性能对比,在气隙参考值的变化跨度为 0.008 (0.006~0.014) 时,传统 PID 基本无法实现气隙的准确跟踪.含干扰重构的滑模状态观测和跟踪协同控制策略相比传统 PID 控制策略,动态响应速度提高,跟踪性能好且跟踪误差小,在传统 PID 无法实现的大跨度变气隙控制中展现出明显优势.为更好突出所提控制策略在实现跨度大的变气隙控制中的优势,在此做进一步仿真说明.

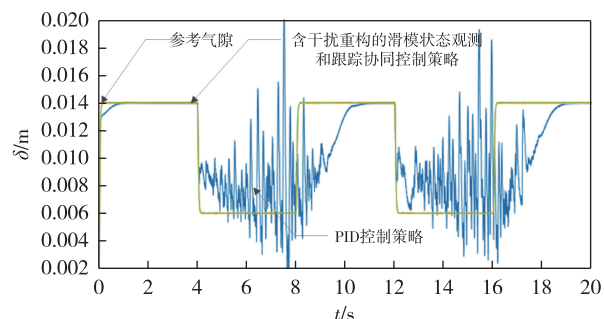


图 4 不同控制器下气隙跟踪性能对比

Fig. 4 Comparison of air gap tracking performance under different controllers

以 8 s 为一个周期, PID 控制策略的参考气隙设定为

$$\delta_{\text{refpid}} = \begin{cases} 0.014, & 0 \leq t < 4, \\ 0.011, & 4 \leq t < 8. \end{cases}$$

图 5 和图 6 分别为气隙参考值跨度为 0.003 (0.011~0.014) 时 PID 控制策略下的气隙跟踪性能和气隙跟踪误差, 图 7 和图 8 分别为气隙参考值跨度为 0.008 (0.006~0.014) 时含干扰重构的滑模状态观测和跟踪协同控制策略下的气隙跟踪性能和气隙跟踪误差, 在跨度相差近 2.67 倍的情况下, 两种控制策略可实现气隙准确跟踪, 但 PID 控制下的小跨度跟踪在响应速度、气隙变化瞬间跟踪误差 (0.97 mm) 远大于大跨度下含干扰重构的滑模状态观测和跟踪协同控制策略 (0.37 mm), 气隙变化瞬间跟踪误差相差约 3 倍。

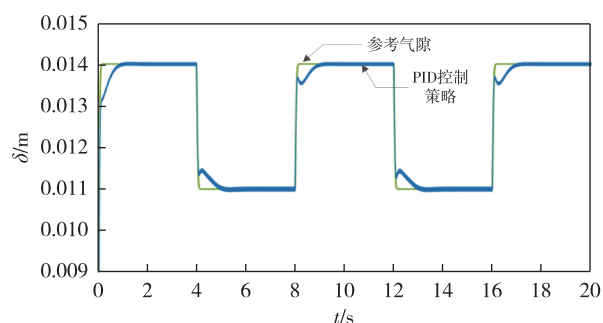


图 5 PID 气隙跟踪性能 ($\delta_{\text{ref}} \in [0.011, 0.014]$)

Fig. 5 Air gap tracking performance of PID ($\delta_{\text{ref}} \in [0.011, 0.014]$)

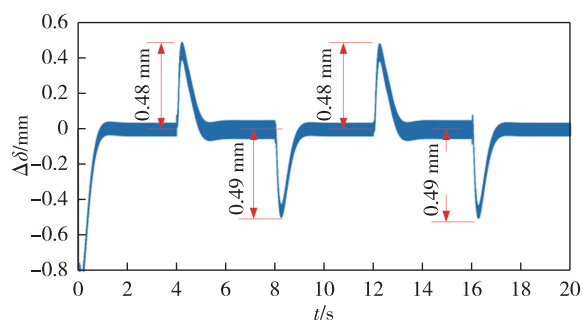


图 6 PID 气隙跟踪误差 ($\delta_{\text{ref}} \in [0.011, 0.014]$)

Fig. 6 Air gap tracking error of PID ($\delta_{\text{ref}} \in [0.011, 0.014]$)

3.2 抗干扰能力对比仿真实验

系统参考气隙 $\delta_{\text{ref}} = 0.012$ m, 并在 5 s 时引入脉冲式干扰如图 9 所示。

$$f = 0.9 \sin[9(t - 5)], 5 < t < \left(5 + \frac{\pi}{9}\right).$$

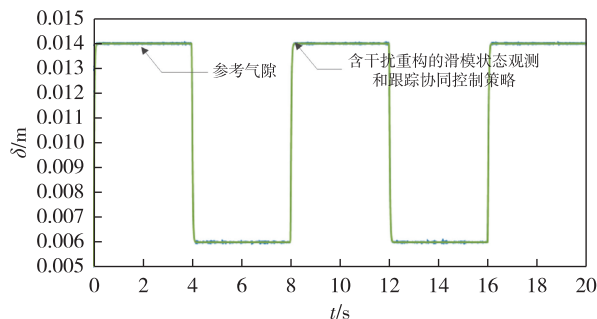


图 7 SMSOTC 气隙跟踪性能 ($\delta_{\text{ref}} \in [0.006, 0.014]$)

Fig. 7 Air gap tracking performance of SMSOTC ($\delta_{\text{ref}} \in [0.006, 0.014]$)

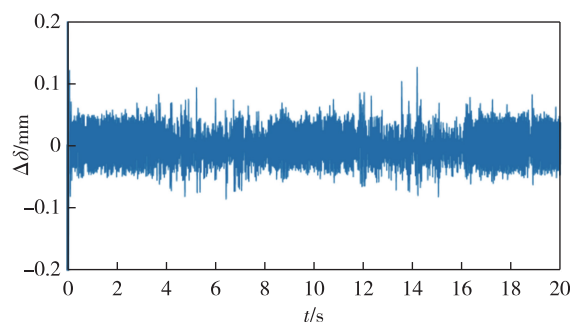


图 8 SMSOTC 气隙跟踪误差 ($\delta_{\text{ref}} \in [0.006, 0.014]$)

Fig. 8 Air gap tracking error of SMSOTC ($\delta_{\text{ref}} \in [0.006, 0.014]$)

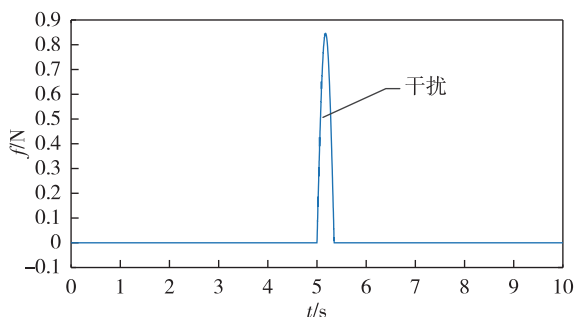


图 9 脉冲式系统干扰

Fig. 9 Impulse system disturbance

图 10—12 分别为引入干扰后 PID 控制和含干扰重构的滑模状态观测和跟踪协同控制下的气隙跟踪性能、气隙跟踪误差和悬浮电流仿真对比。可以看出, 引入干扰后, 传统 PID 控制和含干扰重构的滑模状态观测和跟踪协同控制的调节时间、跟踪误差分别为 1.085 s 和 0.085 s、0.456 mm 和 0.112 mm, 就两种控制策略的抗干扰能力而言, 滑模观测器能够有效识别加入的干扰, 含干扰重构的滑模状态观测和跟踪协同控制策略能够有效平抑外加干扰带来的

悬浮振荡,以更快的响应速度跟踪参考气隙,而传统PID控制策略无法实现识别并抑制干扰。

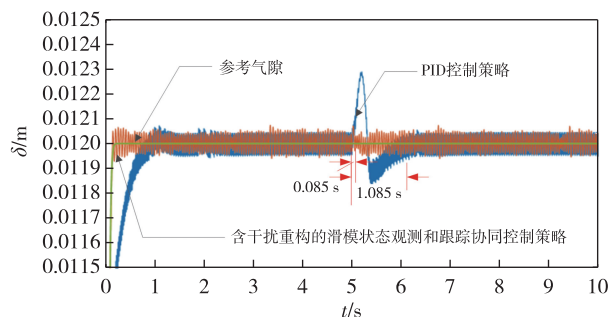


图 10 抗干扰性能对比-悬浮气隙

Fig. 10 Anti-disturbance performance comparison in air gap

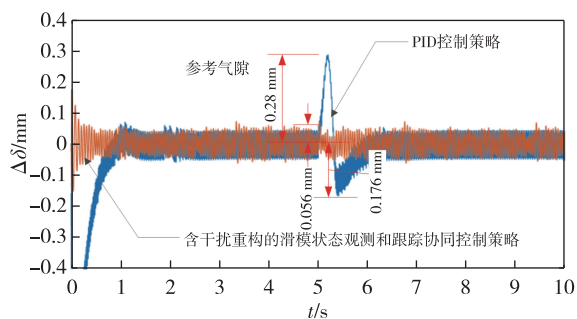


图 11 抗干扰性能对比-跟踪误差

Fig. 11 Anti-disturbance performance comparison in air gap tracking error

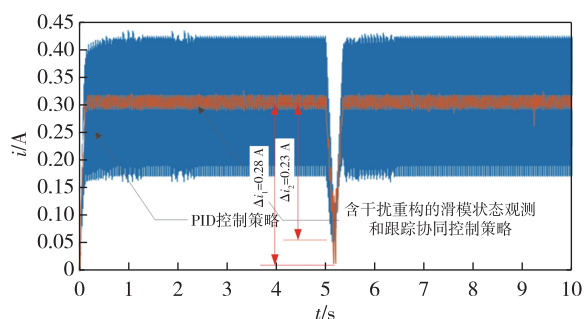


图 12 抗干扰性能对比-悬浮电流

Fig. 12 Anti-disturbance performance comparison in suspension current

4 结论

针对目前磁悬浮领域研究实验平台所用到的磁悬浮球系统存在的单自由度干扰机制无法明确的问题,本文构建了一种含轴向和水平两自由度的磁悬浮球运动模型,并提出了一种新的非线性控制器设计方法.该模型能有效地描述系统在两维坐标系下

的运动方程,将干扰力对系统的作用机制做详细阐述,同时能将非匹配性干扰转化为匹配性干扰加以控制.新的非线性控制策略为含干扰重构的滑模状态观测和跟踪协同控制策略,该控制策略的特点是:采用观测器提取相应状态变量,滑模变结构控制能够提高系统动态响应速度,增强系统鲁棒性,与现有文献相比,本文提出的控制策略对非线性的磁悬浮球系统具有优化作用.最后,通过 MATLAB/Simulink 仿真,验证了所提控制器的有效性,并给出了仿真分析结果,未来研究将在实验中进一步验证所提控制策略的有效性。

参考文献

References

- [1] 刘翊馨,钟志贤,祁雁英,等.基于状态反馈控制的磁悬浮球系统[J].桂林理工大学学报,2019,39(4):973-977
LIU Yixin, ZHONG Zhixian, QI Yanying, et al. Magnetic levitation ball system based on state feedback control[J]. Journal of Guilin University of Technology, 2019, 39(4): 973-977
- [2] 吕治国,龙志强.磁悬浮球系统的非线性自适应控制方法[J].控制工程,2020,27(1):127-133
LÜ Zhiguo, LONG Zhiqiang. Method on nonlinear adaptive controller for maglev levitation ball system[J]. Control Engineering of China, 2020, 27(1): 127-133
- [3] 石海燕.基于滑模变结构控制的磁悬浮球实时控制系统的研究[D].南京:南京航空航天大学,2009
SHI Haiyan. Research on real time control of magnetic levitation ball based on sliding-mode variable structure control[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2009
- [4] Wei W, Xue W C, Li D H. On disturbance rejection in magnetic levitation [J]. Control Engineering Practice, 2019, 82: 24-35
- [5] Yang Z J, Tateishi M. Adaptive robust nonlinear control of a magnetic levitation system [J]. Automatica, 2001, 37(7): 1125-1131
- [6] Yang Z J, Kunitoshi K, Kanae S, et al. Adaptive robust output-feedback control of a magnetic levitation system by K-filter approach [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2008, 55(1): 390-399
- [7] Huang G S, Uang H J. Robust adaptive PID tracking control design for uncertain spacecraft: a fuzzy approach [J]. IEEE Transactions on Aerospace & Electronic Systems, 2006, 42(4): 1506-1514
- [8] Lin C M, Lin M H, Chen C W. SoPC-based adaptive PID control system design for magnetic levitation system [J]. IEEE Systems Journal, 2011, 5(2): 278-287
- [9] Defoort M, Perruquetti W, Drakunov S V, et al. Integral sliding mode control of an extended Heisenberg system [J]. IET Control Theory & Applications, 2009, 3(10): 1409-1424

- [10] Lin F J, Chen S Y, Shyu K K. Robust dynamic sliding-mode control using adaptive RENN for magnetic levitation system [J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 2009, 20(6): 938-951
- [11] Qi L W, Cai J P, Han A T, et al. A novel nonlinear control technique with its application to magnetic levitated systems [J]. IEEE Access, 2018, 6: 78659-78665
- [12] Bidikli B, Bayrak A. A self-tuning robust full-state feedback control design for the magnetic levitation system [J]. Control Engineering Practice, 2018, 78: 175-185
- [13] Zaheer A, Salman M, Mehdi N. Sampled-data output feedback regulation of magnetic levitation system [J]. IEEE International Symposium on Industrial Electronic, 2013, 5: 885-889
- [14] Zhang J, Tao T, Mei X, et al. Non-linear robust control of a voltage-controlled magnetic levitation system with a feedback linearization approach [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering, 2011, 225(1): 85-98
- [15] 刘德生, 李杰, 张锐. 基于反馈线性化的 EMS 型磁浮列车非线性悬浮控制器设计 [J]. 国防科技大学学报, 2005, 27(2): 101-105
- LIU Desheng, LI Jie, ZHANG Kun. The design of the nonlinear suspension controller for EMS maglev train based on feedback linearization [J]. Journal of National University of Defense Technology, 2005, 27(2): 101-105
- [16] Kim C H. Robust control of magnetic levitation systems considering disturbance force by LSM propulsion systems [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2017, 53(11): 1-5
- [17] Xu J Q, Sun Y G, Gao D G, et al. Dynamic modeling and adaptive sliding mode control for a maglev train system based on a magnetic flux observer [J]. IEEE Access, 2018, 6: 31571-31579

Two degree of freedom magnetic levitation ball control based on sliding mode state observer

WANG Weichao¹ CHU Xiaoguang¹ WANG Wenxuan¹ SONG Rui¹

¹ College of Engineering, Qufu Normal University, Rizhao 276826

Abstract The distortion characteristics of magnetic force line for magnetic levitation ball winding are analyzed, based on which the motion model of magnetic levitation ball with axial and horizontal degrees of freedom is constructed. Then the matching and mismatching interference in the system is reconstructed into matching interference using model transformation, and a new system state space equation is established. To address the difficulty in obtaining the velocity and acceleration of the air gap in the suspension air gap, as well as the real-time observation of interference, a sliding mode observer for air gap velocity and acceleration with disturbance reconstruction is proposed. Based on this observer, a sliding mode tracking controller is designed. Finally, a sliding mode state observation and tracking cooperative control (SMSOTC) simulation platform with disturbance reconstruction is built to verify the optimization of the proposed control strategy in dynamic response speed, tracking error, and anti-interference performance compared with traditional PID control.

Key words magnetic levitation ball; two degrees of freedom; matching disturbance; mismatching disturbance; sliding mode control; state observation