DOI:10.13878/j.cnki.jnuist.2021.01.014

王锦霞[1]　高金凤[1]　谭天[1]

欺骗攻击下一类神经网络的自适应事件触发 H_∞ 滤波

摘要

本文主要研究了在欺骗攻击下的离散时间神经网络的 H_∞ 滤波器设计问题.考虑到被控系统和滤波器在一个易受外部网络攻击且带宽有限的共享通信网络上进行信息交换,本文提出了自适应事件触发机制来减轻数据传输的通信负担.此外,由于通信网络的开放性和互通互联,通过共享通信网络传输到滤波器的实际输入信息可能会被攻击者注入的虚假信息所改变.在此基础上,利用构造 Lyapunov-Krasovskii 泛函、线性矩阵不等式等处理技术,本文给出了滤波误差系统渐近稳定的充分条件,并且设计了满足预设性能的 H_∞ 滤波器,最后通过一个仿真实例验证了所提方法的有效性.

关键词

神经网络;欺骗攻击;自适应事件触发机制;H_∞ 滤波器

中图分类号 TP13;TN713

文献标志码 A

收稿日期 2020-10-18

资助项目 国家自然科学基金(62073296);浙江省自然科学基金(LY20F030015)

作者简介

王锦霞,女,硕士生,研究方向为网络攻击环境下的网络控制系统的滤波.17826857916@163.com

高金凤(通信作者),女,博士,教授,研究方向包括故障检测与诊断、网络化控制和多智能体系统.gaojf163@163.com

1 浙江理工大学 机械与自动控制学院,杭州,310018

0 引言

近几十年来,神经网络(Neural Networks,NNs)经过不断地发展改进,被广泛地应用在图像识别、深度学习、优化问题和信号处理等领域.而随着基于 NNs 的控制技术的飞速发展,滤波器作为一种具有理论意义和应用价值的控制设计引起了越来越多的研究人员的关注[1-6].文献[1] 深入地研究了基于采样数据的延迟神经网络事件触发 H_∞ 滤波;文献[3]针对单处理度量的时滞转换神经网络设计了有限时间的异步 H_∞ 弹性滤波器;文献[4]研究了一类具有马尔可夫跳跃参数和混合时滞的不确定离散随机神经网络的鲁棒 H_∞ 滤波问题;文献[6]研究了一类具有事件触发机制(Event Triggering Mechanism,ETM)和量化器的半马尔可夫跳跃离散时间神经网络模型的 H_∞ 状态估计问题.

在实际的网络通信中,由于网络的开放性、共享性、互联性和通用性,通信网络经常接收到外部的恶意攻击信号,导致系统性能严重下降,甚至可能崩溃.一般来说,网络攻击主要是指破坏信息传输系统、真实采样数据、通信基础设施和网络设备的攻击性行为.网络攻击分为三类:重复攻击、拒绝服务攻击、欺骗攻击,其中对网络安全的最大威胁是欺骗攻击[2].因此,近年来关于欺骗攻击的研究成果不断更新[2-13].文献[7]对存在虚假信息注入的网络攻击提出了基于事件触发的攻击判定机制,设计了优化的状态估计器并进行估计误差收敛性分析;文献[2,10]都研究了具有混合触发方案和欺骗攻击的神经网络模型,其中文献[2]主要研究了具有混合触发方案和欺骗攻击的神经网络的 H_∞ 滤波器设计,文献[10]则考虑到定量处理可以降低网络系统中网络传输的压力,因此在神经网络状态估计的研究中引入了量化.考虑到传统的 ETM 在采样数据因外部干扰而发生急速变化时,可能会触发虚假事件,文献[11]提出了一种新的 ETM 并设计了一种网络物理攻击系统的弹性滤波器来保证系统的安全性.这也充分说明,这种固定触发参数的方法虽然在一定程度上节省了网络通信的资源,但由于触发参数固定不变,采样数据变化差值很小时滤波系统的信息基本无法被传输利用,会导致系统的动态性能下降.因此,一种自适应事件触发通信方案出现在研究者们的视线中,这种方法能灵活地根据当前的系统误差调节触发参数,达成保持期望的动态性能和节省网络资源的最优方案.

基于以上研究成果,本文展开了基于自适应事件触发机制(Adaptive Event Triggering Mechanism, AETM)的方法对欺骗攻击影响下的 NNs 进行稳定性分析和 H_∞ 滤波器的设计的研究.AETM 可以调整事件触发的阈值,在节省有限通信资源的同时,也能很好地保持期望的动态性能,然后建立网络攻击情况下的 NNs 数学模型,通过使用 Lyapunov 泛函稳定性理论给出系统渐近稳定的条件和滤波设计方案.本文最后通过一个仿真实例来验证所提出方法的有效性.

注 1 本文中,上标"T"和"-1"分别表示矩阵的转置和逆,$\mathbf{R}^n$ 表示 n 维欧几里德空间,$\mathbf{R}^{n\times m}$ 表示 m 行 n 列的实矩阵集,$\boldsymbol{P}>0(\boldsymbol{P}\in\mathbf{R}^{n\times m})$ 表示 $\boldsymbol{P}$ 是实对称正定矩阵,$\mathcal{L}_2[0,\infty)$ 表示平方可积向量函数在 $[0,\infty)$ 上的空间,$\boldsymbol{I}$ 是一个单位矩阵,* 表示对称矩阵的对称,diag{…} 表示对角矩阵.

1 问题描述及系统建模

1.1 系统模型

考虑下面的一类神经网络系统模型:

$$\begin{cases}\boldsymbol{x}(k+1)=\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(k)+\boldsymbol{B}_0\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}(k))+\\ \qquad\boldsymbol{B}_1\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}(k-\eta(k)))+\boldsymbol{D}\boldsymbol{\omega}(k),\\ \boldsymbol{y}(k)=\boldsymbol{C}\boldsymbol{x}(k),\\ \boldsymbol{z}(k)=\boldsymbol{L}\boldsymbol{x}(k),\end{cases}\tag{1}$$

其中:$\boldsymbol{x}(k)=[x_1,x_2,\cdots,x_n]^{\mathrm{T}}\in\mathbf{R}^n$ 是系统的状态向量;$\boldsymbol{y}(k)\in\mathbf{R}^m$ 为系统的测量输出;$z(k)\in\mathbf{R}^p$ 表示待估计的神经元信号;$\boldsymbol{f}(.),\boldsymbol{g}(.)$ 表示神经元激励函数;正整数 $\eta(k)\in[\eta_m,\eta_M]$ 表示时变时延,其中 η_M 和 η_m 分别是其上下限;$\boldsymbol{\omega}(k)\in\mathbf{R}^q$ 则表示服从于 $\mathcal{L}_2[0,\infty)$ 的外部干扰信号;$\boldsymbol{A}=\mathrm{diag}\{a_1,a_2,\cdots,a_n\}(a_i>0)$ 是状态反馈系数矩阵;$\boldsymbol{B}_0\in\mathbf{R}^n$ 和 $\boldsymbol{B}_1\in\mathbf{R}^n$ 分别是连接权重矩阵和延时连接权重矩阵;$\boldsymbol{C},\boldsymbol{D},\boldsymbol{L}$ 是已知的具有适当维数的实常数矩阵.

1.2 自适应事件触发机制

为了减少不必要的通信资源的浪费,本文在采样器和网络通道之间引入一个事件触发器,其主要作用是根据采样数据的变化差值来判断采样信号是否需要被传输到网络通道中.参考已有的研究成果[1,14-15],采用以下事件触发规律:

$$[\boldsymbol{y}(k)-\boldsymbol{y}(h_q)]^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Theta}[\boldsymbol{y}(k)-\boldsymbol{y}(h_q)]>\sigma\boldsymbol{y}^{\mathrm{T}}(k)\boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{y}(k),\tag{2}$$

其中 $\boldsymbol{\Theta}\in\mathbf{R}^m$ 是待定的正定加权矩阵,$\sigma\in[0,1)$ 为事件触发机制参数,$\boldsymbol{y}(k)$ 是当前测量输出的采样值,$\boldsymbol{y}(h_q)(q=1,2,\cdots;h_0=0)$ 表示最新被传输的数据.

考虑到信号传输过程中的网络时滞是不可避免的,参考文献[16],ζ_{h_q} 是时刻 h_q 的网络延时,且 $\zeta_{h_q}\in[0,\bar{\zeta}]$,$\bar{\zeta}$ 是网络时滞的最大值.我们讨论以下两种情况:

情况 1.如果 $h_q+1+\bar{\zeta}\geqslant h_{q+1}+\zeta_{h_{q+1}}-1$,定义一个函数 $\zeta(k)=k-h_q,k\in[h_q+\zeta_{h_q},h_{q+1}+\zeta_{h_{q+1}}-1]$,可得到 $\zeta_{h_q}\leqslant\zeta(k)\leqslant(h_{q+1}-h_q)+\zeta_{h_{q+1}}-1\leqslant1+\bar{\zeta}$.

情况 2.如果 $h_q+1+\bar{\zeta}<h_{q+1}+\zeta_{h_{q+1}}-1$,考虑时间域 $[h_q+\zeta_{h_q},h_q+\bar{\zeta}),[h_q+\bar{\zeta}+r,h_q+\bar{\zeta}+r+1]$,其中 $r\in\mathbf{Z}_+$ 且 $r\geqslant1$,存在一个正整数 t 使得

$$h_q+t+\bar{\zeta}<h_{q+1}+\zeta_{h_{q+1}}-1\leqslant h_q+t+1+\bar{\zeta}\tag{3}$$

成立,且 $\boldsymbol{y}(h_q),\boldsymbol{y}(h_q+r)(r=1,2,\cdots,t)$ 满足:

$$[\boldsymbol{y}(h_q+r)-\boldsymbol{y}(h_q)]^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Theta}[\boldsymbol{y}(h_q+r)-\boldsymbol{y}(h_q)]\leqslant\sigma\boldsymbol{y}^{\mathrm{T}}(h_q+r)\boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{y}(h_q+r).\tag{4}$$

定义:

$$\zeta(k)=\begin{cases}k-h_q, & k\in\Omega_1,\\ k-h_q-r, & k\in\Omega_2^r,\\ k-h_q-t, & k\in\Omega_3,\end{cases}\tag{5}$$

$$\begin{cases}\Omega_1=[h_q+\zeta_{h_q},h_q+\bar{\zeta}+1),\\ \Omega_2^r=[h_q+\bar{\zeta}+r,h_q+\bar{\zeta}+r+1),\\ \quad r=1,2,\cdots,t-1,\\ \Omega_3=[h_q+r+\bar{\zeta},h_{q+1}+\zeta_{h_{q+1}}-1].\end{cases}$$

对于情况 1,$k\in[h_q+\zeta_{h_q},h_{q+1}+\zeta_{h_{q+1}}-1]$,定义测量输出误差值 $\boldsymbol{e}_y(k)=0$.

对于情况 2,定义:

$$\boldsymbol{e}_y(k)=\begin{cases}0, & k\in\Omega_1,\\ \boldsymbol{y}(h_q+r)-\boldsymbol{y}(h_q), & k\in\Omega_2^r,\\ \boldsymbol{y}(h_q+t)-\boldsymbol{y}(h_q), & k\in\Omega_3.\end{cases}\tag{6}$$

考虑到事件触发机制的不足之处,为节省网络宽带、提高系统性能,本文引入了 AETM 的方法.因此,定义一个变量 $\sigma(k)\in[\sigma_l,\sigma_h]$,满足以下定律:

$$\sigma(k+1)=\begin{cases}\varepsilon_1\sigma(k), & \boldsymbol{e}_y^{\mathrm{T}}(k)\boldsymbol{e}_y(k)<\lambda,\\ \varepsilon_2\sigma(k), & \boldsymbol{e}_y^{\mathrm{T}}(k)\boldsymbol{e}_y(k)>\lambda,\\ \sigma(k), & \boldsymbol{e}_y^{\mathrm{T}}(k)\boldsymbol{e}_y(k)=\lambda,\end{cases}\tag{7}$$

其中 σ_l,σ_h 分别是参数 $\sigma(k)$ 所能允许的最小值和最大值,$\varepsilon_1,\varepsilon_2$ 是两个实常数,且满足 $\varepsilon_1>1,0<\varepsilon_2<1,\lambda$ 是一个正常数.

注 2 本节采用了一种触发参数可根据当前的系统误差自动调节的方法,如(7)中所示,当前测量

值和最近一次被传输的值偏差较大时(大于预设值 λ),触发参数就会变小,系统误差迅速减小,保证了系统的动态性能. 反之,当两次测量值误差较小时(小于预设值 λ),此时的系统误差较小,信号传输无需太大的传输频率也能保证系统的性能,因此触发参数变大,降低传输率[5].

结合式(6)和(7),可以得到当 $k \in [h_q + \zeta_{h_q}, h_{q+1} + \zeta_{h_{q+1}} - 1]$ 时:

$$\boldsymbol{e}_y^{\mathrm{T}}(k)\boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{e}_y(k) \leqslant \sigma \boldsymbol{y}^{\mathrm{T}}(k-\zeta(k))\boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{y}(k-\zeta(k)). \quad (8)$$

本节中,考虑到网络通信过程中外部注入的欺骗攻击信号,同时考虑到零阶保持器的特性,则滤波器的实际输入 $\bar{\boldsymbol{y}}(k)$ 可以描述为

$$\bar{\boldsymbol{y}}(k) = \boldsymbol{y}(h_q) + \boldsymbol{a}(k), \quad (9)$$

其中 $\boldsymbol{a}(k)$ 表示外部攻击者注入的欺骗攻击信号.

1.3 滤波误差模型

构建下列 H_∞ 滤波器:

$$\begin{cases} \boldsymbol{x}_f(k+1) = \boldsymbol{A}_f\boldsymbol{x}_f(k) + \boldsymbol{B}_f\bar{\boldsymbol{y}}(k), \\ \boldsymbol{z}_f(k) = \boldsymbol{C}_f\boldsymbol{x}_f(k), \end{cases} \quad (10)$$

其中 $\boldsymbol{x}_f(k) \in \mathbf{R}^n$ 为滤波的状态向量,$\boldsymbol{z}_f(k) \in \mathbf{R}^p$ 为滤波器的输出,$\boldsymbol{A}_f, \boldsymbol{B}_f, \boldsymbol{C}_f$ 为适当维数的待设计的常数矩阵.

首先定义一个新的状态向量 $\tilde{\boldsymbol{x}}(k+1) = [\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(k), \boldsymbol{x}_f^{\mathrm{T}}(k)]^{\mathrm{T}}$ 和滤波误差向量 $\tilde{\boldsymbol{z}}(k) = \boldsymbol{z}(k) - \boldsymbol{z}_f(k)$,可以得到滤波误差系统如下:

$$\begin{cases} \tilde{\boldsymbol{x}}(k+1) = \tilde{\boldsymbol{A}}\tilde{\boldsymbol{x}}(k) + \tilde{\boldsymbol{B}}_0\boldsymbol{f}(\boldsymbol{H}\tilde{\boldsymbol{x}}(k)) + \\ \quad \tilde{\boldsymbol{B}}_1\boldsymbol{g}(\boldsymbol{H}\tilde{\boldsymbol{x}}(k-\eta(k))) + \tilde{\boldsymbol{E}}\boldsymbol{H}\tilde{\boldsymbol{x}}(k-\zeta(k)) + \\ \quad \tilde{\boldsymbol{F}}\boldsymbol{a}(k) - \tilde{\boldsymbol{F}}\boldsymbol{e}_y(k) + \tilde{\boldsymbol{D}}\boldsymbol{\omega}(k), \\ \tilde{\boldsymbol{z}}(k) = \tilde{\boldsymbol{L}}\tilde{\boldsymbol{x}}(k), \end{cases} \quad (11)$$

其中

$$\tilde{\boldsymbol{A}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A} & 0 \\ 0 & \boldsymbol{A}_f \end{bmatrix}, \tilde{\boldsymbol{B}}_0 = \begin{bmatrix} \boldsymbol{B}_0 \\ 0 \end{bmatrix}, \tilde{\boldsymbol{B}}_1 = \begin{bmatrix} \boldsymbol{B}_1 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\tilde{\boldsymbol{E}} = \begin{bmatrix} 0 \\ \boldsymbol{B}_f\boldsymbol{C} \end{bmatrix}, \tilde{\boldsymbol{F}} = \begin{bmatrix} 0 \\ \boldsymbol{B}_f \end{bmatrix}, \tilde{\boldsymbol{D}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{D} \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{H} = [\boldsymbol{I} \quad 0], \tilde{\boldsymbol{L}} = [\boldsymbol{L} \quad -\boldsymbol{C}_f].$$

接下来,为了方便对系统(11)进行渐近稳定性分析和 H_∞ 滤波器设计,引进如下的定义、假设和引理:

假设 1[11] 欺骗攻击信号 $\boldsymbol{a}(k)$ 满足下列条件:

$$\|\boldsymbol{a}(k)\|_2 \leqslant \|\boldsymbol{G}\boldsymbol{x}(k)\|_2, \quad (12)$$

其中 $\boldsymbol{G}$ 为一个给定的常数矩阵.

假设 2[17] (1)中的神经函数 $\boldsymbol{f}(.), \boldsymbol{g}(.)$ 满足初始值设置 $\boldsymbol{f}(0)=0, \boldsymbol{g}(0)=0$ 和以下扇区有界条件:

$$[\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) - \boldsymbol{f}(\boldsymbol{y}) - \boldsymbol{U}_1(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{y})]^{\mathrm{T}}[\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) - \boldsymbol{f}(\boldsymbol{y}) - \boldsymbol{U}_2(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{y})] \leqslant 0,$$

$$[\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}) - \boldsymbol{g}(\boldsymbol{y}) - \boldsymbol{V}_1(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{y})]^{\mathrm{T}}[\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}) - \boldsymbol{g}(\boldsymbol{y}) - \boldsymbol{V}_2(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{y})] \leqslant 0. \quad (13)$$

引理 1(Jenson 不等式)[18] 给定一个半正定对称矩阵 $\boldsymbol{M} \in \mathbf{R}^n$,标量 $\gamma_1, \gamma_2(\gamma_2 > \gamma_1)$,向量函数 $\boldsymbol{\omega}(i): \{\gamma_1, \gamma_1+1, \cdots, \gamma_2\} \to \mathbf{R}^n$,如果使得如下式子是有定义的,则有如下不等式成立:

$$-(\gamma_2 - \gamma_1 + 1)\sum_{i=\gamma_1}^{\gamma_2}\boldsymbol{\omega}^{\mathrm{T}}(i)\boldsymbol{M}\boldsymbol{\omega}(i) \leqslant -\sum_{i=\gamma_1}^{\gamma_2}\boldsymbol{\omega}^{\mathrm{T}}(i)\boldsymbol{M}\sum_{i=\gamma_1}^{\gamma_2}\boldsymbol{\omega}(i). \quad (14)$$

引理 2[19] 对于任意实数 $\varepsilon \in \mathbf{R}$,适维矩阵 $\boldsymbol{W} > 0, \boldsymbol{X} \in \mathbf{R}^n$,下列不等式成立:

$$-\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}^{-1}\boldsymbol{X} \leqslant \varepsilon^2\boldsymbol{W} - 2\varepsilon\boldsymbol{X}. \quad (15)$$

2 主要结论

2.1 H_∞ 性能分析

下面利用李雅普诺夫函数来分析系统(11)的稳定性.

定理 1 给定参数 $\eta_m, \eta_M, \zeta_M, \sigma_h, \gamma$ 和矩阵 $\boldsymbol{G}$,若存在具有适当维数的矩阵 $\boldsymbol{P} > 0, \boldsymbol{W}_s > 0, \boldsymbol{Z}_s > 0 (s=1,2,3), \boldsymbol{\Theta} > 0$ 和常数 $\alpha_1 > 0, \alpha_2 > 0$ 满足如下线性矩阵不等式:

$$\boldsymbol{\Sigma} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Xi}_1 & \boldsymbol{\Xi}_2 \\ * & \boldsymbol{\Xi}_3 \end{bmatrix} < 0, \quad (16)$$

其中:

$$\boldsymbol{\Xi}_1 = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Xi}_{11} & \boldsymbol{\Xi}_{12} \\ * & \boldsymbol{\Xi}_{13} \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{\Xi}_3 = \mathrm{diag}\{-\boldsymbol{P}, -\boldsymbol{Z}_1, -\boldsymbol{Z}_2, -\boldsymbol{Z}_3, -\boldsymbol{I}\},$$

$$\boldsymbol{\Xi}_2 = [\boldsymbol{\Psi}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}, \bar{\eta}\boldsymbol{\Psi}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Z}_1, \eta_m\boldsymbol{\Psi}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Z}_2, \zeta_M\boldsymbol{\Psi}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Z}_3, \boldsymbol{\Gamma}^{\mathrm{T}}],$$

$$\boldsymbol{\Xi}_{11} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Lambda}_1 & 0 & \boldsymbol{Z}_2 & 0 & \boldsymbol{Z}_3 & 0 \\ * & \boldsymbol{\Lambda}_2 & \boldsymbol{Z}_1+\boldsymbol{Z}_2 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & \boldsymbol{\Lambda}_3 & \boldsymbol{Z}_1 & 0 & 0 \\ * & * & * & \boldsymbol{\Lambda}_4 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & \boldsymbol{\Lambda}_5 & \boldsymbol{Z}_3 \\ * & * & * & * & * & \boldsymbol{\Lambda}_6 \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{\Xi}_{13} = \mathrm{diag}\{-\alpha_1\boldsymbol{I}, -\alpha_2\boldsymbol{I}, -\boldsymbol{\Theta}, -\boldsymbol{I}, -\gamma^2\boldsymbol{I}\},$$

$$\boldsymbol{\Xi}_{12}=\begin{bmatrix}-\alpha_1\bar{\boldsymbol{U}}_2 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & -\alpha_2\bar{\boldsymbol{V}}_2 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{\Psi}_1=[\tilde{\boldsymbol{A}}\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ \tilde{\boldsymbol{E}}\ \ 0\ \ \tilde{\boldsymbol{B}}_0\ \ \tilde{\boldsymbol{B}}_1\ \ -\tilde{\boldsymbol{F}}\ \ \tilde{\boldsymbol{F}}\ \ \tilde{\boldsymbol{D}}],$$

$$\boldsymbol{\Psi}_2=[\tilde{\boldsymbol{A}}-\boldsymbol{I}\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ \tilde{\boldsymbol{E}}\ \ 0\ \ \tilde{\boldsymbol{B}}_0\ \ \tilde{\boldsymbol{B}}_1\ \ -\tilde{\boldsymbol{F}}\ \ \tilde{\boldsymbol{F}}\ \ \tilde{\boldsymbol{D}}],$$

$$\boldsymbol{\Gamma}=[\tilde{\boldsymbol{L}}\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0],$$

$$\boldsymbol{\Lambda}_1=-\boldsymbol{P}+\boldsymbol{W}_1+\boldsymbol{W}_2+\boldsymbol{W}_3-\boldsymbol{Z}_2-\boldsymbol{Z}_3+\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{G}\boldsymbol{H}-\alpha_1\bar{\boldsymbol{U}}_1,$$

$$\boldsymbol{\Lambda}_2=-\boldsymbol{W}_1-\boldsymbol{Z}_1-\boldsymbol{Z}_2,$$

$$\boldsymbol{\Lambda}_3=-2\boldsymbol{Z}_1-2\boldsymbol{Z}_2-\alpha_2\bar{\boldsymbol{V}}_1,$$

$$\boldsymbol{\Lambda}_4=-\boldsymbol{W}_2-\boldsymbol{Z}_1,\quad \boldsymbol{\Lambda}_5=-2\boldsymbol{Z}_3+\sigma_h\bar{\boldsymbol{\Theta}},$$

$$\boldsymbol{\Lambda}_6=-\boldsymbol{W}_3-\boldsymbol{Z}_3,$$

$$\bar{\boldsymbol{\Theta}}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{C} & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix},\quad \bar{\eta}=\eta_M-\eta_m,$$

那么,基于事件触发机制(2)的滤波误差系统(11)渐近稳定.

证明 针对系统(11),选取如下 Lyapunov-Krasovskii 泛函:

$$V(k)=V_1(k)+V_2(k)+V_3(k),\tag{17}$$

其中:

$$V_1(k)=\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(k)\boldsymbol{P}\boldsymbol{x}(k),$$

$$V_2(k)=\sum_{i=k-\eta_m}^{k-1}\tilde{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(i)\boldsymbol{W}_1\tilde{\boldsymbol{x}}(i)+\sum_{i=k-\eta_M}^{k-1}\tilde{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(i)\boldsymbol{W}_2\tilde{\boldsymbol{x}}(i)+\sum_{i=k-\zeta_M}^{k-1}\tilde{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(i)\boldsymbol{W}_3\tilde{\boldsymbol{x}}(i),$$

$$V_3(k)=(\eta_M-\eta_m)\sum_{j=k-\eta_M}^{k-\eta_m-1}\sum_{i=j}^{k-1}\boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}(i)\boldsymbol{Z}_1\boldsymbol{v}(i)+\eta_m\sum_{j=k-\eta_m}^{k-1}\sum_{i=j}^{k-1}\boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}(i)\boldsymbol{Z}_2\boldsymbol{v}(i)+\zeta_M\sum_{j=k-\zeta_M}^{k-1}\sum_{i=j}^{k-1}\boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}(i)\boldsymbol{Z}_3\boldsymbol{v}(i),$$

$$\boldsymbol{v}(i)=\tilde{\boldsymbol{x}}(i+1)-\tilde{\boldsymbol{x}}(i),$$

则有:

$$\mathrm{E}\{\Delta V_1(k)\}=\mathrm{E}\{\tilde{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(k+1)\boldsymbol{P}\tilde{\boldsymbol{x}}(k+1)-\tilde{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(k)\boldsymbol{P}\tilde{\boldsymbol{x}}(k)\},$$

$$\mathrm{E}\{\Delta V_2(k)\}=\mathrm{E}\{\bar{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(k)(\boldsymbol{W}_1+\boldsymbol{W}_2+\boldsymbol{W}_3)\bar{\boldsymbol{x}}(k)-\bar{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(k-\eta_m)\boldsymbol{W}_1\bar{\boldsymbol{x}}(k-\eta_m)-\bar{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(k-\eta_M)\boldsymbol{W}_2\bar{\boldsymbol{x}}(k-\eta_M)-\bar{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(k-\zeta_M)\boldsymbol{W}_3\bar{\boldsymbol{x}}(k-\zeta_M)\},$$

$$\mathrm{E}\{\Delta V_3(k)\}=\mathrm{E}\{(\eta_M-\eta_m)^2\boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}(k)\boldsymbol{Z}_1\boldsymbol{v}(k)+\eta_m^2\boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}(k)\boldsymbol{Z}_2\boldsymbol{v}(k)+\zeta_M^2\boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}(k)\boldsymbol{Z}_3\boldsymbol{v}(k)-(\eta_M-\eta_m)\sum_{i=k-\eta_M}^{k-\eta_m-1}\boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}(i)\boldsymbol{Z}_1\boldsymbol{v}(i)-\eta_m\sum_{i=k-\eta_m}^{k-1}\boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}(i)\boldsymbol{Z}_2\boldsymbol{v}(i)-\zeta_M\sum_{i=k-\zeta_M}^{k-1}\boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}(i)\boldsymbol{Z}_3\boldsymbol{v}(i)\}.$$

定义:

$$\boldsymbol{\chi}^{\mathrm{T}}(k)=[\tilde{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(k),\tilde{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(k-\eta_m),\tilde{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(k-\eta(k)),\bar{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(k-\eta_M),\tilde{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(k-\zeta(k)),\tilde{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(k-\zeta_M),\boldsymbol{f}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{H}\tilde{\boldsymbol{x}}(k)),\boldsymbol{g}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{H}\tilde{\boldsymbol{x}}(k-\eta(k))),\boldsymbol{e}_y^{\mathrm{T}}(k),\boldsymbol{a}(k)],$$

可以得到:

$$\mathrm{E}\{\Delta V(k)-\gamma^2\boldsymbol{\omega}^{\mathrm{T}}(k)\boldsymbol{\omega}(k)+\tilde{\boldsymbol{z}}(k)\tilde{\boldsymbol{Z}}^{\mathrm{T}}(k)\}\leqslant E\{\boldsymbol{\chi}^{\mathrm{T}}(k)(\boldsymbol{\Xi}_1+\boldsymbol{\Psi}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{\Psi}_1+(\eta_M-\eta_m)^2\boldsymbol{\Psi}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Z}_1\boldsymbol{\Psi}_2+\eta_m^2\boldsymbol{\Psi}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Z}_2\boldsymbol{\Psi}_2+\zeta_M^2\boldsymbol{\Psi}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Z}_3\boldsymbol{\Psi}_2+\boldsymbol{\Gamma}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Gamma})\boldsymbol{\chi}(k)\}.\tag{18}$$

根据 Schur 补定理,可以得到:当(16)成立时系统(11)渐近稳定.证明完毕.

2.2 H_∞ 滤波器设计

定理 2 给定参数 $\eta_m,\eta_M,\zeta_M,\sigma_h,\gamma,\kappa_1,\kappa_2,\kappa_3$ 和矩阵 $\boldsymbol{G}$,若存在具有适当维数的矩阵 $\boldsymbol{P}_1>0,\boldsymbol{X}>0,\tilde{\boldsymbol{W}}_s>0,\tilde{\boldsymbol{Z}}_s>0(s=1,2,3),\boldsymbol{\Theta}>0,\hat{\boldsymbol{A}}_f,\hat{\boldsymbol{B}}_f,\hat{\boldsymbol{C}}_f$,常数 $\alpha_1>0,\alpha_2>0$,满足如下线性矩阵不等式:

$$\tilde{\boldsymbol{\Sigma}}=\begin{bmatrix}\tilde{\boldsymbol{\Xi}}_1 & \tilde{\boldsymbol{\Xi}}_2\\ * & \tilde{\boldsymbol{\Xi}}_3\end{bmatrix}<0,\tag{19}$$

其中

$$\tilde{\boldsymbol{\Xi}}_1=\begin{bmatrix}\tilde{\boldsymbol{\Xi}}_{11} & \tilde{\boldsymbol{\Xi}}_{12}\\ * & \tilde{\boldsymbol{\Xi}}_{13}\end{bmatrix},$$

$$\tilde{\boldsymbol{\Xi}}_2=[\tilde{\boldsymbol{\Xi}}_{21},\tilde{\boldsymbol{\Xi}}_{24},\tilde{\boldsymbol{\Xi}}_{25}],$$

$$\tilde{\boldsymbol{\Xi}}_3=\mathrm{diag}\{-\tilde{\boldsymbol{P}},-2\tilde{\boldsymbol{P}}+\tilde{\boldsymbol{Z}}_1,-2\tilde{\boldsymbol{P}}+\tilde{\boldsymbol{Z}}_2,-2\tilde{\boldsymbol{P}}+\tilde{\boldsymbol{Z}}_3,-I\},$$

$$\tilde{\boldsymbol{\Xi}}_{11}=\begin{bmatrix}\tilde{\boldsymbol{\Lambda}}_1 & 0 & \tilde{\boldsymbol{Z}}_2 & 0 & \tilde{\boldsymbol{Z}}_3 & 0\\ * & \tilde{\boldsymbol{\Lambda}}_2 & \tilde{\boldsymbol{Z}}_1+\tilde{\boldsymbol{Z}}_2 & 0 & 0 & 0\\ * & * & \tilde{\boldsymbol{\Lambda}}_3 & \tilde{\boldsymbol{Z}}_1 & 0 & 0\\ * & * & * & \tilde{\boldsymbol{\Lambda}}_4 & 0 & 0\\ * & * & * & * & \tilde{\boldsymbol{\Lambda}}_5 & \tilde{\boldsymbol{Z}}_3\\ * & * & * & * & * & \tilde{\boldsymbol{\Lambda}}_6\end{bmatrix},$$

$$\widetilde{\boldsymbol{\Xi}}_{12}=\begin{bmatrix}\widetilde{\boldsymbol{\Lambda}}_7 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & \widetilde{\boldsymbol{\Lambda}}_8 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix},$$

$$\widetilde{\boldsymbol{\Xi}}_{13}=\operatorname{diag}\{-\alpha_1\boldsymbol{I},-\alpha_2\boldsymbol{I},-\boldsymbol{\Theta},-\boldsymbol{I},-\gamma^2\boldsymbol{I}\},$$

$$\widetilde{\boldsymbol{\Lambda}}_1=-\tilde{\boldsymbol{P}}+\tilde{\boldsymbol{W}}_1+\tilde{\boldsymbol{W}}_2+\tilde{\boldsymbol{W}}_3-\tilde{\boldsymbol{Z}}_2-\tilde{\boldsymbol{Z}}_3+\tilde{\boldsymbol{G}}-\alpha_1\bar{\boldsymbol{U}}_1,$$

$$\widetilde{\boldsymbol{\Lambda}}_2=-\tilde{\boldsymbol{W}}_1-\tilde{\boldsymbol{Z}}_1-\tilde{\boldsymbol{Z}}_2,\quad \widetilde{\boldsymbol{\Lambda}}_3=-2\tilde{\boldsymbol{Z}}_1-2\tilde{\boldsymbol{Z}}_2-\alpha_2\bar{\boldsymbol{V}}_1,$$

$$\widetilde{\boldsymbol{\Lambda}}_4=-\tilde{\boldsymbol{W}}_2-\tilde{\boldsymbol{Z}}_1,\quad \widetilde{\boldsymbol{\Lambda}}_5=-2\tilde{\boldsymbol{Z}}_3+\sigma_h\bar{\boldsymbol{\Theta}},$$

$$\widetilde{\boldsymbol{\Lambda}}_6=-\tilde{\boldsymbol{W}}_3-\tilde{\boldsymbol{Z}}_3,$$

$$\widetilde{\boldsymbol{\Lambda}}_7=\begin{bmatrix}\alpha_1\hat{\boldsymbol{U}}_2\\ 0\end{bmatrix},\quad \widetilde{\boldsymbol{\Lambda}}_8=\begin{bmatrix}\alpha_2\hat{\boldsymbol{V}}_2\\ 0\end{bmatrix},$$

$$\widetilde{\boldsymbol{\Xi}}_{21}=[\boldsymbol{Y}_{11}^{\mathrm{T}}\ 0\ 0\ 0\ \boldsymbol{Y}_{12}^{\mathrm{T}}\ 0\ \boldsymbol{Y}_{13}^{\mathrm{T}}\ \boldsymbol{Y}_{14}^{\mathrm{T}}\ \boldsymbol{Y}_{15}^{\mathrm{T}}\ \boldsymbol{Y}_{16}^{\mathrm{T}}\ \boldsymbol{Y}_{17}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}},$$

$$\widetilde{\boldsymbol{\Xi}}_{22}=[\boldsymbol{Y}_{21}^{\mathrm{T}}\ 0\ 0\ 0\ \boldsymbol{Y}_{22}^{\mathrm{T}}\ 0\ \boldsymbol{Y}_{23}^{\mathrm{T}}\ \boldsymbol{Y}_{24}^{\mathrm{T}}\ \boldsymbol{Y}_{25}^{\mathrm{T}}\ \boldsymbol{Y}_{26}^{\mathrm{T}}\ \boldsymbol{Y}_{27}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}},$$

$$\widetilde{\boldsymbol{\Xi}}_{23}=[\boldsymbol{Y}_{31}^{\mathrm{T}}\ 0\ 0\ 0\ \boldsymbol{Y}_{32}^{\mathrm{T}}\ 0\ \boldsymbol{Y}_{33}^{\mathrm{T}}\ \boldsymbol{Y}_{34}^{\mathrm{T}}\ \boldsymbol{Y}_{35}^{\mathrm{T}}\ \boldsymbol{Y}_{36}^{\mathrm{T}}\ \boldsymbol{Y}_{37}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}},$$

$$\widetilde{\boldsymbol{\Xi}}_{24}=[\boldsymbol{Y}_{41}^{\mathrm{T}}\ 0\ 0\ 0\ \boldsymbol{Y}_{42}^{\mathrm{T}}\ 0\ \boldsymbol{Y}_{43}^{\mathrm{T}}\ \boldsymbol{Y}_{44}^{\mathrm{T}}\ \boldsymbol{Y}_{45}^{\mathrm{T}}\ \boldsymbol{Y}_{46}^{\mathrm{T}}\ \boldsymbol{Y}_{47}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}},$$

$$\widetilde{\boldsymbol{\Xi}}_{25}=[\boldsymbol{Y}_{51}^{\mathrm{T}}\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0]^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{Y}_{11}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_1 & \boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}\\ \hat{\boldsymbol{A}}_f^{\mathrm{T}} & \hat{\boldsymbol{A}}_f^{\mathrm{T}}\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{Y}_{12}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{B}}_f^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{B}}_f^{\mathrm{T}}\\ 0 & 0\end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{Y}_{13}=[\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_1\quad \boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}],\quad \boldsymbol{Y}_{14}=[\boldsymbol{B}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_1\quad \boldsymbol{B}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}],$$

$$\boldsymbol{Y}_{15}=[-\hat{\boldsymbol{B}}_f^{\mathrm{T}}\quad -\hat{\boldsymbol{B}}_f^{\mathrm{T}}],\quad \boldsymbol{Y}_{16}=[\hat{\boldsymbol{B}}_f^{\mathrm{T}}\quad \hat{\boldsymbol{B}}_f^{\mathrm{T}}],$$

$$\boldsymbol{Y}_{17}=[\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_1\quad \boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}],$$

$$\boldsymbol{Y}_{21}=\begin{bmatrix}\bar{\eta}(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_1-\boldsymbol{P}_1) & \bar{\eta}(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}-\boldsymbol{X})\\ \bar{\eta}(\hat{\boldsymbol{A}}_f^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{X}) & \bar{\eta}(\hat{\boldsymbol{A}}_f^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{X})\end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{Y}_{22}=\begin{bmatrix}\bar{\eta}\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{B}}_f^{\mathrm{T}} & \bar{\eta}\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{B}}_f^{\mathrm{T}}\\ 0 & 0\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{Y}_{23}=[\bar{\eta}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_1\quad \bar{\eta}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}],$$

$$\boldsymbol{Y}_{24}=[\bar{\eta}\boldsymbol{B}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_1\quad \bar{\eta}\boldsymbol{B}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}],\quad \boldsymbol{Y}_{25}=[-\bar{\eta}\hat{\boldsymbol{B}}_f^{\mathrm{T}}\quad -\bar{\eta}\hat{\boldsymbol{B}}_f^{\mathrm{T}}],$$

$$\boldsymbol{Y}_{26}=[\bar{\eta}\hat{\boldsymbol{B}}_f^{\mathrm{T}}\quad \bar{\eta}\hat{\boldsymbol{B}}_f^{\mathrm{T}}],\quad \boldsymbol{Y}_{27}=[\bar{\eta}\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_1\quad \bar{\eta}\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}]$$

$$\boldsymbol{Y}_{31}=\begin{bmatrix}\eta_m(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_1-\boldsymbol{P}_1) & \eta_m(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}-\boldsymbol{X})\\ \eta_m(\hat{\boldsymbol{A}}_f^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{X}) & \eta_m(\hat{\boldsymbol{A}}_f^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{X})\end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{Y}_{32}=\begin{bmatrix}\eta_m\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{B}}_f^{\mathrm{T}} & \eta_m\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{B}}_f^{\mathrm{T}}\\ 0 & 0\end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{Y}_{33}=[\eta_m\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_1\quad \eta_m\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}],$$

$$\boldsymbol{Y}_{34}=[\eta_m\boldsymbol{B}_1^{T}\boldsymbol{P}_1\quad \eta_m\boldsymbol{B}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}],$$

$$\boldsymbol{Y}_{35}=[-\eta_m\hat{\boldsymbol{B}}_f^{\mathrm{T}}\quad -\eta_m\hat{\boldsymbol{B}}_f^{\mathrm{T}}],$$

$$\boldsymbol{Y}_{36}=[\eta_m\hat{\boldsymbol{B}}_f^{\mathrm{T}}\quad \eta_m\hat{\boldsymbol{B}}_f^{\mathrm{T}}],$$

$$\boldsymbol{Y}_{37}=[\eta_m\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_1\quad \eta_m\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}],$$

$$\boldsymbol{Y}_{41}=\begin{bmatrix}\zeta_M(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_1-\boldsymbol{P}_1) & \zeta_M(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}-\boldsymbol{X})\\ \zeta_M(\hat{\boldsymbol{A}}_f^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{X}) & \zeta_M(\hat{\boldsymbol{A}}_f^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{X})\end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{Y}_{42}=\begin{bmatrix}\zeta_M\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{B}}_f^{\mathrm{T}} & \zeta_M\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{B}}_f^{\mathrm{T}}\\ 0 & 0\end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{Y}_{43}=[\zeta_M\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_1\quad \zeta_M\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}],$$

$$\boldsymbol{Y}_{44}=[\zeta_M\boldsymbol{B}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_1\quad \zeta_M\boldsymbol{B}_1^{\mathrm{T}}X],$$

$$\boldsymbol{Y}_{45}=[-\zeta_M\hat{\boldsymbol{B}}_f^{\mathrm{T}}\quad -\zeta_M\hat{\boldsymbol{B}}_f^{\mathrm{T}}],$$

$$\boldsymbol{Y}_{46}=[\zeta_M\hat{\boldsymbol{B}}_f^{\mathrm{T}}\quad \zeta_M\hat{\boldsymbol{B}}_f^{\mathrm{T}}],$$

$$\boldsymbol{Y}_{47}=[\zeta_M\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_1\quad \zeta_M\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}],$$

$$\boldsymbol{Y}_{51}=[\boldsymbol{L}\quad -\boldsymbol{C}_f]^{\mathrm{T}}.$$

如果 (19) 有可行解,那么滤波器的参数为

$$\begin{cases}\boldsymbol{A}_f=\hat{\boldsymbol{A}}_f\boldsymbol{X}^{-1},\\ \boldsymbol{B}_f=\hat{\boldsymbol{B}}_f,\\ \boldsymbol{C}_f=\hat{\boldsymbol{C}}_f\boldsymbol{X}^{-1}.\end{cases}\tag{20}$$

证明 定义以下矩阵:

$$\tilde{\boldsymbol{T}}=\operatorname{diag}\{\overbrace{\boldsymbol{I},\cdots,\boldsymbol{I}}^{12},\boldsymbol{P}\boldsymbol{Z}_1^{-1},\boldsymbol{P}\boldsymbol{Z}_2^{-1},\boldsymbol{P}\boldsymbol{Z}_3^{-1},\boldsymbol{I}\},$$

$$\tilde{\boldsymbol{R}}=\operatorname{diag}\{\overbrace{\boldsymbol{R},\cdots,\boldsymbol{R}}^{6},\overbrace{\boldsymbol{I},\cdots,\boldsymbol{I}}^{5},\overbrace{\boldsymbol{R},\cdots,\boldsymbol{R}}^{4},\boldsymbol{I}\},$$

$$\boldsymbol{P}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{P}_1 & \boldsymbol{P}_2\\ \boldsymbol{P}_2^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{P}_3\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{X}=\boldsymbol{P}_2\boldsymbol{P}_3^{-1}\boldsymbol{P}_2^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{R}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{I} & 0\\ 0 & \boldsymbol{P}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_3^{-1}\end{bmatrix},$$

$$\begin{cases}\hat{\boldsymbol{A}}_f=\boldsymbol{P}_2\boldsymbol{A}_f\boldsymbol{P}_3^{-1}\boldsymbol{P}_2^{\mathrm{T}},\\ \hat{\boldsymbol{B}}_f=\boldsymbol{P}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_f,\\ \hat{\boldsymbol{C}}_f=\boldsymbol{C}_f\boldsymbol{P}_3^{-1}\boldsymbol{P}_2^{\mathrm{T}}.\end{cases}\tag{21}$$

在式(16)的左右同时乘 $\tilde{\boldsymbol{T}},\tilde{\boldsymbol{R}}$ 及其转置矩阵,基于引理 2,可以得到式(19)与式(16)等价,证毕.

3 仿真实例

本节将通过一个仿真实例来验证结论的可行性.

将第2节的定理应用到多个水库的配水管网的监测问题中,如文献[20]中配水管网模型(图1)所示,可根据不同地区的用水需求在水库之间进行调节.水库 i 的蓄水和水流动力学如下:

$$\boldsymbol{x}_i(k+1)=a_i\boldsymbol{x}_i(k)+\sum_{j=1}^{n}b_{ij}^0\boldsymbol{f}_j(\boldsymbol{x}_j(k))+\sum_{j=1}^{n}b_{ij}^1\boldsymbol{g}_j(\boldsymbol{x}_j(k-\eta(k)))+\sum_{v=1}^{r}d_{iv}\boldsymbol{\omega}_v(k),$$

其中:$\boldsymbol{x}_i(k)$ 表示水库 i 的水压头;a_i 为水库的下降速率;非线性函数 $\boldsymbol{f}(.),\boldsymbol{g}(.)$ 是具有饱和特性的实现函数,表明水库间的水流速度受到最大值的约束;$\eta(k)$ 表示水库间输水的延迟;$b_{ij}^0,b_{ij}^1(i\neq j)$ 表示水库 j 到水库 i 的水流量,则可知 $b_{ii}^0=0,b_{ii}^1=0$;$\boldsymbol{\omega}_v(k)$ 表示外部输入,可视为需水量意外增加.

定义 $\boldsymbol{x}(k)=[x_1(k),x_2(k),x_3(k)]$,可得到下面的系统模型:

$$\boldsymbol{x}(k+1)=\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(k)+\boldsymbol{B}_0\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}(k))+\boldsymbol{B}_1\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}(k-\eta(k)))+\boldsymbol{D}\boldsymbol{\omega}(k),$$

其中

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}a_1&0&0\\0&a_2&0\\0&0&a_3\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{B}_0=\begin{bmatrix}0&b_{12}^0&b_{13}^0\\b_{21}^0&0&b_{23}^0\\b_{31}^0&b_{32}^0&0\end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{B}_1=\begin{bmatrix}0&b_{12}^1&b_{13}^1\\b_{21}^1&0&b_{23}^1\\b_{31}^1&b_{32}^1&0\end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{D}=\begin{bmatrix}d_{11}&d_{12}&d_{13}\\d_{21}&d_{22}&d_{23}\\d_{31}&d_{32}&d_{33}\end{bmatrix},$$

$a_1=0.339\ 7,a_2=0.312\ 8,a_3=0.251\ 3,$

$d_{11}=0.170\ 2,d_{12}=0.231\ 6,d_{13}=0.342\ 4,$

$d_{21}=0.274\ 0,d_{22}=0.101\ 7,d_{23}=0.278\ 9,$

$d_{31}=0.106\ 2,d_{32}=0.104\ 9,d_{33}=0.235\ 5,$

$b_{12}^0=0.126\ 5,b_{13}^0=0.004\ 1,b_{21}^0=0.137\ 5,$

$b_{23}^0=0.035\ 3,b_{31}^0=0.101\ 1,b_{32}^0=0.026\ 8,$

$b_{12}^1=0.012\ 3,b_{13}^1=0.046\ 1,b_{21}^1=0.028\ 5,$

$b_{23}^1=0.017\ 3,b_{31}^1=0.114\ 2,b_{32}^1=0.051\ 3.$

此外,作为反映水库间相应类型管道输水饱和度的非线性函数为

$$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})=[\tanh(0.1x_1),\tanh(0.1x_2),\tanh(0.2x_3)]^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x})=[\tanh(0.3x_1),\tanh(0.2x_2),\tanh(0.1x_3)]^{\mathrm{T}}.$$

满足假设2的相关参数矩阵为

$$\boldsymbol{U}_1=\begin{bmatrix}0.2&0&0\\0&0.2&0\\0&0&0.3\end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{U}_2=\begin{bmatrix}0.1&0&0\\0&-0.4&0\\0&0&0.1\end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{V}_1=\begin{bmatrix}0.3&0&0\\0&-0.2&0\\0&0&0.1\end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{V}_2=\begin{bmatrix}0.1&0&0\\0&-0.3&0\\0&0&-0.2\end{bmatrix}.$$

外部干扰信号为

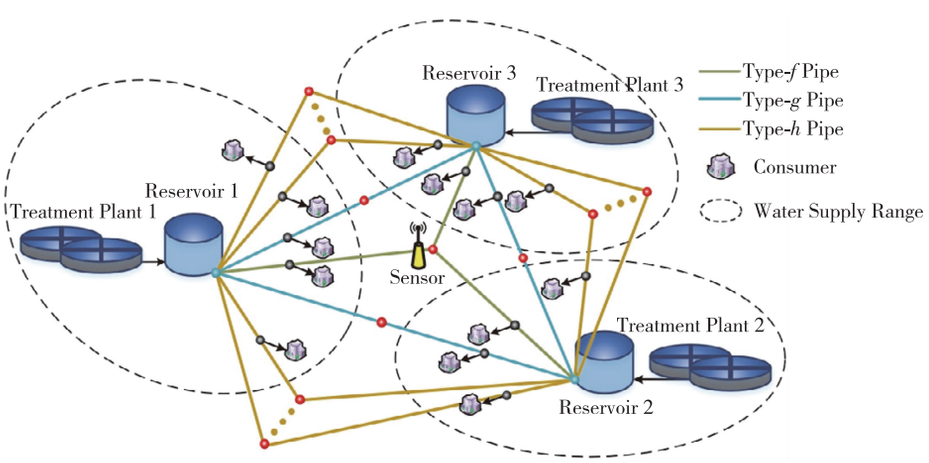

图1 配水管网结构[20]

Fig. 1 Framework of water distribution network[20]

$$\boldsymbol{\omega}(k)=\begin{bmatrix}0.4\exp(-0.2k)\cos(0.6k)\\0.4\exp(-0.15k)\cos(0.4k)\\0.4\exp(-0.1k)\cos(0.2k)\end{bmatrix}.$$

设定初始信号为 $\boldsymbol{x}(0)=[1,2,-3]$,$\boldsymbol{x}_f(0)=[-1,1,0.5]$,时滞 $\eta_m=1$,$\eta_M=4$,$\zeta_M=1$,

自适应参数为 $\varepsilon_1=2$,$\varepsilon_2=0.005$,$\lambda=2.5\times10^{-5}$,初始事件触发参数为 $\sigma(0)=0$,$\sigma_l=0$,$\sigma_h=0.1$,H_∞ 性能指标为 $\gamma=3$,基于第 2 节所给的定理及 Matlab 的 LMI 工具箱,可以得到满足条件的滤波器参数:

$$\boldsymbol{A}_f=\begin{bmatrix}0.8649 & 0.0024 & -0.0023\\0.0029 & -0.8661 & -0.0034\\0.0020 & 0.0033 & 0.8649\end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{B}_f=\begin{bmatrix}0.5537\\0.8165\\0.8005\end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{C}_f=[-0.9771\quad -0.6475\quad -0.5603],$$

$$\boldsymbol{\Theta}=8.3875.$$

此时,系统的待估输出响应 $z(k)$ 和滤波器输出响应 $z_f(k)$ 曲线及其误差分别如图 2、图 3 所示,可以看出系统处于稳定状态.图 4 为事件触发参数的调整情况,由于误差 $\boldsymbol{e}_y(k)$ 起初较大,触发参数迅速减小,并且随着 $\boldsymbol{e}_y(k)$ 的减小而增大,最后到达最大值.信号释放瞬间和释放间隔如图 5 所示,采样时间段内信号释放次数为 39,相比设定固定事件触发参数情况下的 61 次触发,可以明显地看出自适应事件触发机制提高了网络资源的利用率.

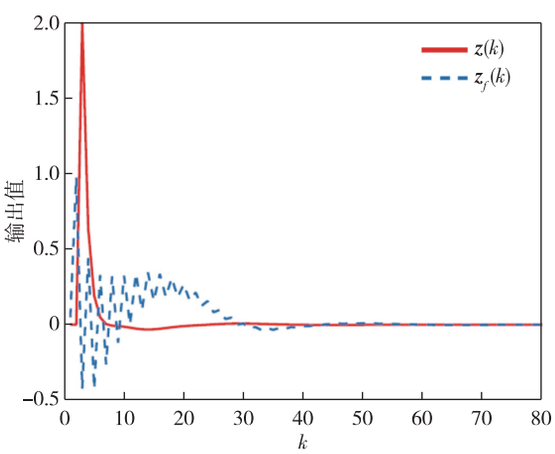

图 2 待估计输出响应 $z(k)$ 和滤波器输出响应 $z_f(k)$

Fig. 2 Responses of $z(k)$ and $z_f(k)$

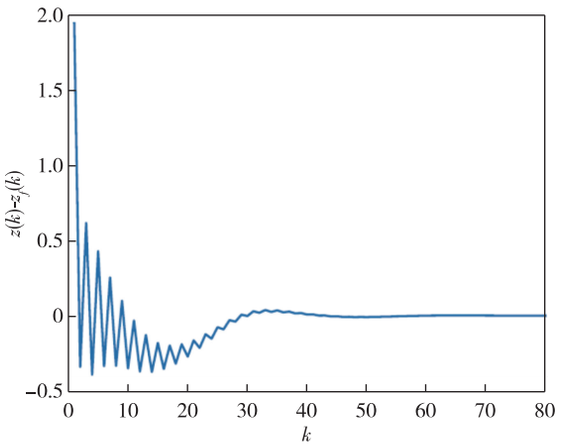

图 3 滤波误差 $\tilde{z}(k)$

Fig. 3 Filtering error $\tilde{z}(k)$

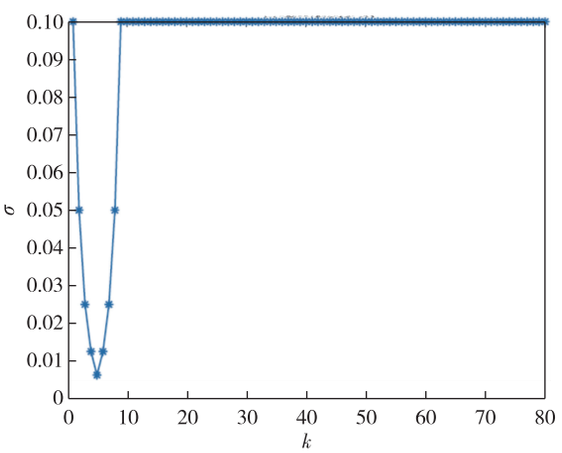

图 4 自适应触发参数 $\sigma(k)$

Fig. 4 Adaptive triggering parameter $\sigma(k)$

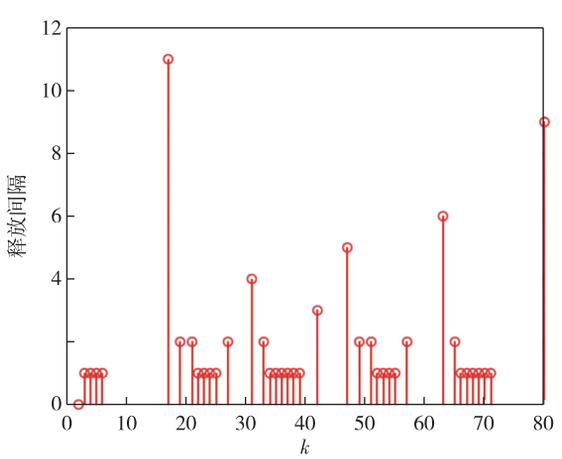

图 5 事件触发图

Fig. 5 Release instants and their intervals

4 结论

本文针对一类遭受外部网络攻击的离散时间神经网络系统,给出了系统的渐近稳定前提下的 H_∞ 滤波设计方案.为了能更加贴近真实的网络交流环境,设定了一个遭受到外部恶意的网络攻击且带宽有限的共享通信网络,面对网络系统冗杂的数据,提出了一种自适应事件触发机制的方法,根据当前的系统误差调节触发参数,最终达到保证系统性能和节省网络资源的目的.基于所建立的滤波误差系统的数学模型,得到滤波误差系统稳定的充分条件和相应的 H_∞ 滤波器参数,并通过一个水库调配网络的实例验证了所提出的定理的有效性.在接下来的研究计划中,将会在已有研究基础上,把研究重心放在网络攻击信号的检测这一课题上.

参考文献

References

[1] Arslan E, Vadivel R, Syed Ali M, et al. Event-triggered H_∞ filtering for delayed neural networks via sampled-data [J]. Neural Networks, 2017, 91: 11-21

[2] Liu J L, Xia J L, Tian E G, et al. Hybrid-driven-based H_∞ filter design for neural networks subject to deception attacks[J]. Applied Mathematics and Computation, 2018, 320: 158-174

[3] Xie W Q, Zhu H, Cheng J, et al. Finite-time asynchronous H_∞ resilient filtering for switched delayed neural networks with memory unideal measurements [J]. Information Sciences, 2019, 487: 156-175

[4] Li Y J, Deng F Q, Li G, et al. Robust H_∞ filtering for uncertain discrete-time stochastic neural networks with Markovian jump and mixed time-delays[J]. International Journal of Machine Learning and Cybernetics, 2018, 9(8): 1377-1386

[5] Wang H J, Xue A K. Adaptive event-triggered H_∞ filtering for discrete-time delayed neural networks with randomly occurring missing measurements [J]. Signal Processing, 2018, 153: 221-230

[6] Rakkiyappan R, Maheswari K, Velmurugan G, et al. Event-triggered H_∞ state estimation for semi-Markov jumping discrete-time neural networks with quantization [J]. Neural Networks, 2018, 105: 236-248

[7] Pajic M, Lee I, Pappas G J. Attack-resilient state estimation for noisy dynamical systems[J]. IEEE Transactions on Control of Network Systems, 2017, 4(1): 82-92

[8] Wang J X, Gao J F, Tan T, et al. Event-triggered output feedback H_∞ control for quantized Markov-jumping systems with cyber-attacks[J]. Chinese Automation Congress, 2019, 1421-1426

[9] Liu J L, Gu Y Y, Cao J, et al. Distributed event-triggered H_∞ filtering over sensor networks with sensor saturations and cyber-attacks[J]. ISA Transactions, 2018, 81: 63-75

[10] Liu J L, Xia J L, Cao J, et al. Quantized state estimation for neural networks with cyber attacks and hybrid triggered communication scheme [J]. Neurocomputing, 2018, 291: 35-49

[11] Gu Z, Zhou X H, Zhang T, et al. Event-triggered filter design for nonlinear cyber-physical systems subject to deception attacks[J]. ISA Transactions, 2020, 104: 130-137

[12] 王江宁,严怀成,李郅辰,等.具有 DoS 攻击的网络控制系统事件触发安全控制[J].南京信息工程大学学报(自然科学版),2018,10(6):716-722
WANGJiangning, YAN Huaicheng, LI Zhichen, et al. Event-based security control for networked control systems with DoS attacks [J]. Journal of Nanjing University of Information Science & Technology (Natural Science Edition), 2018, 10(6): 716-722

[13] 王誉达,查利娟,刘金良,等.基于事件触发和欺骗攻击的多智能体一致性控制[J].南京信息工程大学学报(自然科学版),2019,11(4):380-389
WANGYuda, ZHA Lijuan, LIU Jinliang, et al. Event-based consensus of multi-agent systems with deception attacks[J]. Journal of Nanjing University of Information Science & Technology (Natural Science Edition), 2019, 11(4): 380-389

[14] Wang H J, Zhang D, Lu R Q. Event-triggered H_∞ filter design for Markovian jump systems with quantization[J]. Nonlinear Analysis: Hybrid Systems, 2018, 28: 23-41

[15] Xu Y H, Wang Y Q, Zhuang G M, et al. An event-triggered asynchronous H_∞ filtering for singular Markov jump systems with redundant channels[J]. Journal of the Franklin Institute, 2019, 356(16): 10076-10101

[16] Hu S, Yue D, Xie X P, et al. Event-triggered H_∞ stabilization for networked stochastic systems with multiplicative noise and network-induced delays [J]. Information Sciences, 2015, 299: 178-197

[17] Li N, Hu J W, Hu J M, et al. Exponential state estimation for delayed recurrent neural networks with sampled-data [J]. Nonlinear Dynamics, 2012, 69(1/2): 555-564

[18] Wu Z G, Su H Y, Chu J, et al. Improved delay-dependent stability condition of discrete recurrent neural networks with time-varying delays [J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 2010, 21(4): 692-697

[19] Xiong J L, Lam J. Stabilization of networked control systems with a logic ZOH[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2009, 54(2): 358-363

[20] Xiao S Y, Zhang Y J, Zhang B Y. ℓ_1-gain filter design of discrete-time positive neural networks with mixed delays [J]. Neural Networks, 2020, 122: 152-162

Adaptive event-triggered H_∞ filtering for a class of discrete-time neural networks under deception attacks

WANG Jinxia[1] GAO Jinfeng[1] TAN Tian[1]

1 Faculty of Mechanical Engineering and Automation, Zhejiang Sci-Tech University, Hangzhou 310018

Abstract The H_∞ filter design is addressed for the discrete-time neural networks subject to deception attacks. Considering the information exchange between the controlled system and the filter over the shared communication network with limited bandwidth and vulnerability to external network attacks, an adaptive event triggering mechanism (AETM) is proposed to reduce the communication burden of data transmission. In addition, due to the open access and interconnection of the communication network, the information transmitted via the shared communication network may be tampered by the fabricated information injected by the attacker. On this basis, by using Lyapunov-Krasovski functional and linear matrix inequality, the sufficient conditions for the asymptotic stability of the filtering error system are given, and the H_∞ filter satisfying the preset performance is designed. Finally, a simulation example is provided to verify the effectiveness of the proposed method.

Key words neural networks; deception attacks; adaptive event triggering mechanism; H_∞ filter