



基于车速依赖静态输出反馈的自主汽车路径跟踪控制

摘要

本文设计了一种新的基于静态输出反馈的增益调度控制器,可使自主汽车在车速时变且状态不全可测的情况下,完成路径跟踪并保证车身的横向稳定性。为了描述时变纵向速度对汽车动力学特性的影响,首先建立了一个包含跟踪特性及横向动力学特性的速度依赖多胞体汽车模型,同时,为减少控制器设计保守性,考虑时变参数之间非独立变化关系,采用了梯形多胞体进行描述;然后通过矩阵变换,获得系统性能描述,并基于增益调度控制策略及两步法,设计了满足 H_2 性能的速度依赖静态输出反馈控制器,并给出其中参数求取方法,所提方法在实际应用中简单易行;最后在两种不同的典型道路上进行试验验证,仿真结果表明,在车速时变的情况下,所提控制方法可以有效控制自主汽车完成路径跟踪任务。

关键词

自主汽车;路径跟踪控制;静态输出反馈控制;增益调度控制

中图分类号 U463;TP273

文献标志码 A

收稿日期 2020-10-23

资助项目 国家自然科学基金(62073083);广东省自然科学基金(2019B151502026);广东省特支计划(2018B0330312006)

作者简介

姜正伟,男,硕士生,主要研究方向为自主汽车,jiangluck09@foxmail.com

李攀硕(通信作者),女,博士,教授,主要研究方向为时变系统、切换系统、网络化控制及自主汽车.panshuoli812@gmail.com

0 引言

近年来,随着汽车行业的快速发展以及科学技术的不断进步,人们对于提高汽车行驶的安全性和道路利用率的需求不断增加,因此自主地面汽车(Autonomous Ground Vehicle, AGV, 以下用 AGV 来表示自主汽车)的发展已经成为汽车及信息领域的新兴研究热点^[1-2]。对于 AGV 而言,使其按照预定路径行驶的路径跟踪问题是 AGV 的基本问题之一^[3-4]。在路径跟踪任务中,通过控制汽车自动转向装置,使汽车行驶路径与参考路径之间的横向偏移和航向误差收敛,从而实现路径跟踪的目的。

目前已有诸多控制方法应用于 AGV 的路径跟踪研究。例如 PID 控制:文献[5]设计了一种嵌套的 PID 转向控制,使汽车在曲率不确定的道路上进行路径跟踪;文献[6]在 AGV 的路径跟踪控制中采用遗传算法来优化 PID 控制器中的参数,避免了控制器参数转向的繁琐和费时问题。自适应控制与滑模控制也被应用于路径跟踪控制中:文献[7]提出了一种基于无模型自适应控制的无人驾驶汽车横向控制方案,将汽车路径跟踪控制问题转化成预瞄偏差角跟踪问题;文献[8]提出了一种基于李雅普诺夫函数(Lyapunov)的自适应 RBF 神经元网络补偿控制策略来提高汽车路径跟踪精度;文献[9]提出了一种基于非奇异终端滑模和主动抗干扰控制的鲁棒 AGV 路径跟随控制策略,将复杂路径跟随问题简化为简单的偏航角跟踪问题;文献[10]则提出了一种将自适应与滑模控制相结合的新型方法,用于 AGV 的自动转向控制。

近年来,各种基于模型预测控制(MPC)的控制方法也已经广泛应用于汽车的路径跟踪和规避障碍中^[11-13]。文献[14]基于模型预测控制原理,设计了一种智能网联汽车的路径跟踪控制器以提高车辆在高速运动过程中的转向精度和稳定性;文献[15]设计了一种纵向和横向组合控制策略用于汽车引导,其中 MPC 技术用于横向跟踪控制,纵向跟踪控制由基于 Lyapunov 的另一种控制律来保证。但是使用 MPC 方法需要解决在线优化问题,这会极大地增加计算工作量,尤其是对于解决非线性 MPC 问题^[16]。

上述控制方法通常采用状态反馈进行控制器设计。一般认为横向速度和侧滑角等信息是可以直接测量的,但在汽车实际行驶过程中,横向速度、侧滑角等信息^[17]往往只能通过昂贵的传感器进行测量(例

1 广东工业大学 自动化学院,广州,510006

2 东北大学 机械工程与自动化学院,沈阳,110819

如光学传感器或双天线)^[18-19],因此在实际应用中使用输出反馈控制是较好的解决办法.文献[18]提出了一种基于驾驶员和汽车模型的动态输出反馈控制器,以帮助汽车更好地跟踪参考路径.同样,文献[20]基于动态输出反馈控制器提出了一种新的自动化共享控制器用于车道辅助系统.但是基于动态输出反馈控制器的方法会增加闭环系统的阶数,在实时计算中往往较为复杂,实现成本较高.

相较于动态输出反馈,静态输出反馈更易于在工程中实现.文献[19,21]提出静态输出反馈控制器用于汽车的路径跟踪,然而文献[19]中用于设计鲁棒 H_∞ 静态输出反馈控制器的线性矩阵不等式需要通过遗传算法进行控制器增益求解,而文献[21]中 H_2 静态输出反馈控制器没有考虑道路曲率的影响.近年来,使用两步法求解静态输出反馈控制器^[22-23]受到了广泛的关注,例如文献[24]在主动悬架系统中采用两步法提出了一种模糊静态输出反馈控制器,以提高汽车行驶过程中的舒适性.

在以往的 AGV 的路径跟踪控制研究中,大多数控制方法均假设汽车行驶速度不变^[25-26],然而,汽车正常行驶过程中车速通常都是随时间变化的.文献[27]提出了一种鲁棒的增益调度 H_∞ 控制器,该控制器通过线性参数变化技术来控制四轮独立驱动电动汽车的横向稳定性;文献[28]设计了一种线性参数变化的静态输出反馈控制器改善窄倾斜车辆的横向稳定性和驾驶舒适性.可见,时变车速将直接影响汽车动力学特性.因此,在 AGV 的控制中,考虑时变车速影响对于提高路径跟踪性能至关重要.

通过以上讨论可以发现,在 AGV 路径跟踪问题中,使用静态输出反馈并考虑车速时变情况的研究并不多见.为此,本文提出了一种速度依赖的静态输出反馈控制器用于 AGV 路径跟踪控制.本文建立了一个包含跟踪特性及横向动力学特性的梯形多胞体汽车模型,所建立的模型是与车速相关的线性时变模型,更加符合实际应用中汽车行驶的状态.基于该模型,考虑横向速度、侧滑角等信息在汽车实际行驶过程中难以被直接测量,本文采用静态输出反馈控制策略,并引进两步法进行控制器设计,避免了以往静态输出反馈中需要的复杂迭代计算.所设计的静态输出反馈控制器可以根据实时行驶速度,在线调节前轮转向角,使得汽车在保证行驶安全的同时达到路径跟踪的目的.

本文的其余部分结构如下:第1节介绍了汽车

路径跟踪动力学系统的建模和本文的问题描述;第2节基于汽车路径跟踪系统的模型使用两步法设计增益调度静态输出反馈控制器;第3节给出了在2种典型道路行驶条件下,AGV的路径跟踪仿真结果;第4节对全文进行总结.

1 系统建模与问题描述

1.1 系统建模

由于汽车的横向动力学特性将影响路径跟踪性能,因此在路径跟踪系统中考虑路径跟踪与横向动力学模型两部分.首先介绍 AGV 的路径跟踪模型,如图1所示: e 表示 AGV 实际行驶路径的车辆重心与期望路径之间的横向偏移; ψ 代表在预览距离 l_s 处实际前进方向 ψ_h 与期望前进方向 ψ_d 之间的航向误差,即 $\psi = \psi_h - \psi_d$; σ 表示从起始位置开始汽车沿期望路径行驶的坐标; $p(\sigma)$ 表示期望路径的曲率; r 为汽车的横摆角速度.

AGV 路径跟踪模型的动力学方程^[29]可表示为

$$\begin{cases} \dot{e} = v_x \psi + v_y + l_s r, \\ \dot{\psi} = \dot{\psi}_h - \dot{\psi}_d = r - p(\sigma) v_x. \end{cases} \quad (1)$$

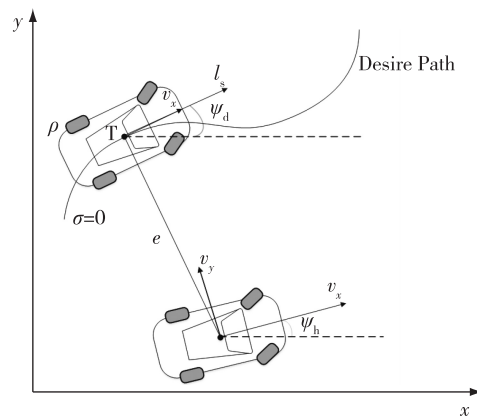


图1 AGV 路径跟踪模型

Fig. 1 AGV path following model

接下来介绍横向动力学模型.为了方便 AGV 横向动力学建模,将汽车横向动力学特性用二自由度模型进行描述,如图2所示.汽车的横向动力学特性^[30]可表示为

$$\begin{cases} \dot{v}_y = \frac{1}{m}(F_{yf} + F_{yr}) - v_x r, \\ \dot{r} = \frac{1}{I_z}(l_f F_{yf} - l_r F_{yr}), \end{cases} \quad (2)$$

式中: v_x 和 v_y 分别为汽车的纵向速度和横向速度; m 为整车质量; δ_f 表示汽车的前轮转向角; l_f 和 l_r 分别

为质心到汽车前后轴的距离; I_z 为车辆绕过质心垂直轴线的转动惯量; F_{yf}, F_{yr} 分别为汽车对地面的前后轮胎力.其中前后轮胎力 F_{yf}, F_{yr} 与汽车的前后轮胎侧偏刚度 C_f, C_r 以及前后轮胎侧滑角的关系为

$$\begin{cases} F_{yf} = C_f \alpha_f, \\ F_{yr} = C_r \alpha_r. \end{cases} \quad (3)$$

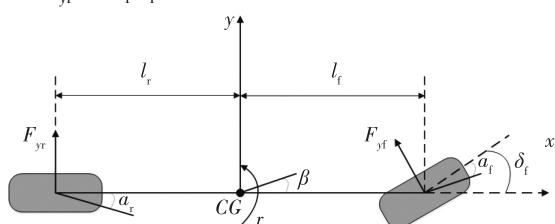


图2 汽车横向动力学模型

Fig. 2 Model of lateral vehicle dynamics

前后轮胎侧滑角 α_f, α_r 的计算公式为

$$\begin{cases} \alpha_f = \delta_f - \frac{l_f r}{v_x} - \frac{v_y}{v_x}, \\ \alpha_r = \frac{l_r r}{v_x} - \frac{v_y}{v_x}. \end{cases} \quad (4)$$

因此,汽车横向动力学特性(2)可写为

$$\begin{cases} \dot{v}_y = a_{11} v_y + a_{12} r + b_{11} \delta_f, \\ \dot{r} = a_{21} v_y + a_{22} r + b_{21} \delta_f, \end{cases} \quad (5)$$

其中,

$$\begin{aligned} a_{11} &= -\frac{(C_f + C_r)}{m v_x}, & a_{12} &= -\left(v_x + \frac{l_f C_f - l_r C_r}{m v_x}\right), \\ a_{21} &= -\frac{l_f C_f - l_r C_r}{I_z v_x}, & a_{22} &= -\left(\frac{l_f^2 C_f + l_r^2 C_r}{v_x I_z}\right), \\ b_1 &= \frac{C_f}{m}, & b_2 &= \frac{l_f C_f}{I_z}. \end{aligned}$$

最后,根据汽车路径跟踪模型(1)和横向动力学模型(5),AGV 的路径跟踪动力学系统的状态空间可表示为

$$\begin{cases} \dot{e} = v_x \psi + v_y + l_s r, \\ \dot{\psi} = r - p(\sigma) v_x, \\ \dot{v}_y = a_{11} v_y + a_{12} r + b_{11} \delta_f, \\ \dot{r} = a_{21} v_y + a_{22} r + b_{21} \delta_f. \end{cases} \quad (6)$$

定义状态向量 $\mathbf{x}(t) = [e, \psi, v_y, r]^T$, 控制输入为前轮转向角 $\mathbf{u}(t) = \delta_f$, 系统扰动为 $\boldsymbol{\omega}(t) = p(\sigma)$. 因此,系统的状态空间可表示为

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{B}_\omega \boldsymbol{\omega}(t), \quad (7)$$

其中,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & v_x & 1 & l_s \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & a_{11} & a_{12} \\ 0 & 0 & a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b_1 \\ b_2 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B}_\omega = \begin{bmatrix} 0 \\ -v_x \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

考虑汽车的行驶速度在一定范围内变化且可测,即 $v_x \in [v_{x\min}, v_{x\max}]$, 设定 $\mathbf{q} = [q_1, q_2]$, 其中 $q_1 = v_x$, $q_2 = 1/v_x$, 则 $\bar{q}_1 = v_{x\min}$, $\bar{q}_1 = v_{x\max}$, $\bar{q}_2 = 1/v_{x\min}$, $\bar{q}_2 = 1/v_{x\max}$. 图3所示是由4个顶点线性组合成的MQNP矩形多胞体,可以表示区域内所有可能的变量值.然而, $(v_x, 1/v_x)$ 实际选取的变量值是沿着图中红线轨迹进行选择的,所以矩形MQNP中大部分区域是多余的.为了减少保守性,参数轨迹的区域应选择尽可能小,因此采用一种新的方法来选取多胞体区域.

从图3中可以看出顶点M和顶点N的坐标分别为 $(v_{x\min}, 1/v_{x\min})$, $(v_{x\max}, 1/v_{x\max})$, 其中线MR和NS分别为顶点M和顶点N的切线,由运动轨迹MN方程可以求出切线MR和线NS的表达式.平移直线MN,可以得到与运动轨迹相切的直线RS,直线NS和直线RS相交于S,直线MR与直线RS相交于R,由此可以获得新的2个顶点R和S.

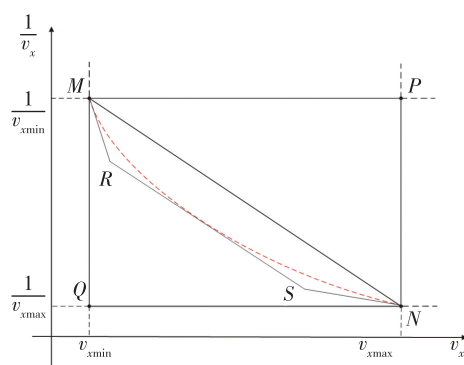


图3 多胞体模型

Fig. 3 Polytope model

通过求解,可以得到顶点R和S坐标分别为

$$R = (v_{xR}, 1/v_{yR}), \quad S = (v_{xS}, 1/v_{yS}),$$

其中,

$$v_{xR} = \frac{2(v_{x\min} \sqrt{v_{x\min} v_{x\max}} - v_{x\min} v_{x\max})}{v_{x\min} - v_{x\max}},$$

$$\frac{1}{v_{yR}} = \frac{2(v_{x\min} v_{x\max} - v_{x\max} \sqrt{v_{x\min} v_{x\max}})}{v_{x\min} v_{x\max} (v_{x\min} - v_{x\max})},$$

$$v_{xS} = \frac{2(v_{x\max} \sqrt{v_{x\min} v_{x\max}} - v_{x\min} v_{x\max})}{v_{x\max} - v_{x\min}},$$

$$\frac{1}{v_{yS}} = \frac{2(v_{x\min} v_{x\max} - v_{x\min} \sqrt{v_{x\min} v_{x\max}})}{v_{x\min} v_{x\max} (v_{x\max} - v_{x\min})}.$$

所有 q 的值都位于顶点为 p_1, p_2, p_3, p_4 的多胞体

$$\text{中, } q \in \left\{ \sum_{i=1}^4 \alpha_i(q) p_i \mid \alpha_i(q) \geq 0, \sum_{i=1}^4 \alpha_i(q) = 1 \right\},$$

其中,

$$p_1 = \begin{bmatrix} v_{x\min} & 1 \\ v_{x\min} & v_{x\min} \end{bmatrix}, \quad p_2 = \begin{bmatrix} v_{x\max} & 1 \\ v_{x\max} & v_{x\max} \end{bmatrix},$$

$$p_3 = \begin{bmatrix} v_{x\min} & 1 \\ v_{x\max} & v_{x\max} \end{bmatrix}, \quad p_4 = \begin{bmatrix} v_{x\max} & 1 \\ v_{x\min} & v_{x\min} \end{bmatrix},$$

$$\alpha_1(q) = a(1-b), \alpha_2(q) = b(1-a),$$

$$\alpha_3(q) = ab, \alpha_4(q) = (1-a)(1-b),$$

其中,

$$a = \frac{\bar{q}_1 - q_1}{q_1 - \bar{q}_1}, b = \frac{q_2 - \bar{q}_2}{q_2 - q_2}.$$

因此,基于线性时变参数的汽车路径跟踪动力学状态空间(7)可表示为

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \sum_{i=1}^4 \alpha_i(q) (\mathbf{A}_i \mathbf{x}(t) + \mathbf{B} \mathbf{u}(t) + \mathbf{B}_{\omega i}(q) \boldsymbol{\omega}(t)) = \mathbf{A}(q) \mathbf{x}(t) + \mathbf{B} \mathbf{u}(t) + \mathbf{B}_{\omega}(q) \boldsymbol{\omega}(t), \quad (8)$$

其中,

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} 0 & q_1 & 1 & l_s \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{(C_f + C_r)}{m} q_2 & -(q_1 + \frac{l_f C_f - l_r C_r}{m} q_2) \\ 0 & 0 & -\frac{l_f C_f - l_r C_r}{I_z} q_2 & -(\frac{l_f^2 C_f + l_r^2 C_r}{I_z} q_2) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} 0 & \bar{q}_2 & 1 & l_s \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{(C_f + C_r)}{m} \bar{q}_2 & -(q_1 + \frac{l_f C_f - l_r C_r}{m} \bar{q}_2) \\ 0 & 0 & -\frac{l_f C_f - l_r C_r}{I_z} \bar{q}_2 & -(\frac{l_f^2 C_f + l_r^2 C_r}{I_z} \bar{q}_2) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{A}_3 = \begin{bmatrix} 0 & v_{xR} & 1 & l_s \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{(C_f + C_r)}{m v_{yR}} & -(v_{xR} + \frac{l_f C_f - l_r C_r}{m v_{yR}}) \\ 0 & 0 & -\frac{l_f C_f - l_r C_r}{I_z v_{yR}} & -(\frac{l_f^2 C_f + l_r^2 C_r}{v_{yR} I_z}) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{A}_4 = \begin{bmatrix} 0 & v_{xS} & 1 & l_s \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{(C_f + C_r)}{m v_{yS}} & -(v_{xR} + \frac{l_f C_f - l_r C_r}{m v_{yS}}) \\ 0 & 0 & -\frac{l_f C_f - l_r C_r}{I_z v_{yS}} & -(\frac{l_f^2 C_f + l_r^2 C_r}{v_{yS} I_z}) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B}_{\omega 1} = \begin{bmatrix} 0 \\ -q_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_{\omega 2} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\bar{q}_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B}_{\omega 3} = \begin{bmatrix} 0 \\ -v_{xS} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_{\omega 4} = \begin{bmatrix} 0 \\ -v_{xR} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

1.2 问题描述

为了使 AGV 达到路径跟踪目的,横向偏移 e 和航向误差 ψ , 以及横向速度和横摆角速度都应该控制在合理的范围内.因此,选择系统控制输出 $\mathbf{z}(t) = [e, \psi, v_y, r]^T$ 可表示为

$$\mathbf{z}(t) = \mathbf{C} \mathbf{x}(t), \quad (9)$$

其中,

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

在汽车实际的行驶过程中,横向偏移和航向误差可以从 GPS 数据或传感系统中获取,横摆角速度则可以通过惯性测量单位进行测量,但汽车横向速度难以测量,且测量成本很高.因此,选择汽车状态的测量输出 $\mathbf{y}(t) = [e, \psi, r]^T$, 可表示为

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}_y \mathbf{x}(t), \quad (10)$$

其中,

$$\mathbf{C}_y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

构建静态输出反馈控制器为

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{K}_{\text{sof}}(q) \mathbf{y}(t) = \mathbf{K}_{\text{sof}}(q) \mathbf{C}_y \mathbf{x}(t), \quad (11)$$

其中 $\mathbf{K}_{\text{sof}}(q)$ 是增益调度静态输出反馈(SOF)控制器增益,其可根据车速变化在线调整增益大小.因此静态输出反馈控制下的路径跟踪闭环系统可表示为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}_c \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_{\omega}(q) \boldsymbol{\omega}(t), \\ \mathbf{z}(t) = \mathbf{C} \mathbf{x}(t), \end{cases} \quad (12)$$

其中, $A_c = A(q) + BK_{\text{sof}}(q)C_y$.

为了在较大的干扰范围内获得良好的控制性能,本文选择 H_∞ 增益来测量控制输出 z 对于给定的标量 $\gamma > 0$, 满足当 $\omega(t) = 0$ 时, 闭环系统(12) 渐近稳定, 且对于所有非零 $\omega(t)$ 在零初始状态下, 都有 $\omega \in L_2[0, \infty)$, 控制输出 $z(t)$ 满足:

$$\int_0^\infty z^T(t)z(t)dt \leq \gamma^2 \int_0^\infty \omega^T(t)\omega(t)dt. \quad (13)$$

同时为了使汽车在速度时变等外部干扰的条件下获得良好的路径跟踪性能, 汽车在行驶过程中的横向偏移和航向误差应尽量收敛到零, 横向速度和横摆角速度应控制在一个合理的范围内以保证汽车的横向稳定性. 因此, 针对这些控制目标, 本文设计一个静态输出反馈控制器来确保系统(12) 渐近稳定并满足 H_∞ 性能指标.

2 车速依赖的静态输出反馈控制器设计

基于所建立的汽车路径跟踪动力学模型, 本节提出了一种 AGV 路径跟踪 H_∞ 速度依赖输出反馈控制方法. 该方法采用两步法实现, 基于通过矩阵变换获得的系统 H_∞ 性能条件, 给出速度依赖静态输出反馈控制器设计条件, 并给出其给定设计参数的求取方法.

首先, 引入以下有界实引理:

引理 1^[31] 对于给定的正标量常数 γ , 如果存在一个对称的正定矩阵 $P > 0$ 满足以下不等式, 则系统(12) 渐近稳定并满足 H_∞ 性能指标.

$$\begin{bmatrix} \text{sys}\{A_c^T P\} & PB & C^T \\ * & -I & 0 \\ * & * & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0, \quad (14)$$

其中 $\text{sys}\{\bullet\}$ 表 $\bullet + \bullet^T$, $*$ 表示对称矩阵中的对称元素. 基于引理 1, 定理 1 给出了汽车路径跟踪动力学系统的 H_∞ 性能分析条件.

定理 1 对于给定的标量常数 γ , 如果存在对称正定矩阵 $P > 0$ 和适当维数的矩阵 R, F 使以下矩阵不等式成立, 那么汽车路径跟踪动力学系统(12) 渐近稳定并且满足 H_∞ 性能.

$$\zeta_s^T \Xi_s \zeta_s + \Omega + \Omega^T + \sigma < 0, \quad (15)$$

其中,

$$\zeta_s = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 \\ A(q) & B_\omega(q) & B \\ \frac{1}{\gamma}C & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \Xi_s = \begin{bmatrix} 0 & P & 0 \\ P & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix},$$

$$\sigma = \text{diag}\{0 \quad -I \quad 0\},$$

$$\Omega = [R^T \quad 0 \quad -F^T]^T [K_{\text{sof}}(q)C_y \quad 0 \quad -I] = \begin{bmatrix} RK_{\text{sof}}(q)C_y & 0 & -R \\ 0 & 0 & 0 \\ -FK_{\text{sof}}(q)C_y & 0 & F \end{bmatrix}.$$

证明 首先由式(15) 可得

$$\zeta_s^T \Xi_s \zeta_s + \Omega + \Omega^T + \sigma =$$

$$\begin{bmatrix} \text{sys}\{A(q)^T P\} + \frac{1}{\gamma}C^T C & PB_\omega(q) & PB \\ * & -I & 0 \\ * & * & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \text{sys}\{RK_{\text{sof}}(q)C_y\} & 0 & -R + (-FK_{\text{sof}}(q)C_y)^T \\ * & 0 & 0 \\ * & * & F + F^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Pi_{11} & PB_\omega(q) & PB - R + (-FK_{\text{sof}}(q)C_y) \\ * & -I & 0 \\ * & * & F + F^T \end{bmatrix},$$

其中 $\Pi_{11} = \text{sys}\{A(q)^T P + RK_{\text{sof}}(q)C_y\} + \frac{1}{\gamma^2}C^T C$.

然后, 定义矩阵 T_1 为

$$T_1 = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & I \\ K_{\text{sof}}(q)C_y & 0 \end{bmatrix}.$$

分别对式(15) 左乘 T_1^T 和右乘 T_1 :

$$T_1^T (\zeta_s^T \Xi_s \zeta_s + \Omega + \Omega^T + \sigma) T_1 =$$

$$\begin{bmatrix} A(q)^T + PA(q) + \frac{1}{\gamma^2}C^T C & PB_\omega(q) \\ * & -I \end{bmatrix} < 0. \quad (16)$$

由矩阵的 Schur 补性质, 式(16) 可变换为

$$\begin{bmatrix} \text{sys}\{A_c^T P\} & PB_\omega(q) & C^T \\ * & -I & 0 \\ * & * & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0.$$

根据引理 1 可知汽车路径跟踪动力学系统(12) 是渐近稳定的, 并满足 H_∞ 性能指标, 证明已完成.

基于定理 1 结论, 定理 2 进一步提出系统速度依赖的静态输出反馈控制器设计方法.

定理 2 对于给定的标量常数 γ , 如果存在对称正定矩阵 $P > 0$ 和适当维数的矩阵 $L_i, F, i = 1, 2, 3, 4$ 使以下线性矩阵不等式成立, 那么路径跟踪系统(12) 渐近稳定并且满足 H_∞ 性能指标.

$$\zeta_{si}^T \Xi_{si} \zeta_{si} + \Omega_i + \Omega_i^T + \sigma < 0, \quad (17)$$

其中,

$$\zeta_{si} = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 \\ A_i & B_{\omega i} & B \\ \frac{1}{\gamma}C & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \Xi_s = \begin{bmatrix} 0 & P & 0 \\ P & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix}.$$

$$\Omega_i = [(K^T F)^T \quad 0 \quad -F^T] [(F^{-1} L_i) C_y \quad 0 \quad -I] =$$

$$\begin{bmatrix} K^T L_i C_y & 0 & -K^T F \\ 0 & 0 & 0 \\ -L C_y & 0 & F \end{bmatrix}.$$

并且, 系统静态输出反馈控制器 $u(t) = K_{\text{sof}}(q) C_y x(t)$ 如(12)所建立, 其控制器增益为

$$K_{\text{sof}}(q) = F^{-1} \left(\sum_{i=1}^4 \alpha_i(q) L_i \right).$$

证明 由矩阵不等式(15)可知 $F + F^T < 0$. 定义 $L(q) = F K_{\text{sof}}(q)$ 和 $K = (R F^{-1})^T$, 则式(15)可表示为:

$$\zeta_s^T \Xi \zeta_s + \Omega + \Omega^T + \sigma =$$

$$\begin{bmatrix} \Pi_{11} & P B_{\omega}(q) & P B - R + (-F K_{\text{sof}} C_y) \\ * & -I & 0 \\ * & * & F + F^T \end{bmatrix}.$$

同样, 线性矩阵不等式(17)可表示为

$$\zeta_{si}^T \Xi \zeta_{si} + \Omega_i + \Omega_i^T + \sigma =$$

$$\begin{bmatrix} \text{sys}\{A_i^T P\} + \frac{1}{\gamma^2} C^T C & P B_{\omega i} & P B \\ * & -I & 0 \\ * & * & 0 \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} \text{sys}\{R K_{\text{sofi}} C_y\} & 0 & -K^T F + (-L_i C_y)^T \\ * & 0 & 0 \\ * & * & F + F^T \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} \Pi_{12} & P B_{\omega i} & P B - K^T F + (-L_i C_y)^T \\ * & -I & 0 \\ * & * & F + F^T \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} \Pi_{13} & P B_{\omega i} & P B - K^T F + (-L_i C_y)^T \\ * & -I & 0 \\ * & * & F + F^T \end{bmatrix},$$

其中,

$$\Pi_{12} = \text{sys}\{A_i^T P + (K^T F) (F^{-1} L_i C_y)\} + \frac{1}{\gamma^2} C^T C,$$

$$\Pi_{13} = \text{sys}\{A_i^T P + K^T L_i C_y\} + \frac{1}{\gamma^2} C^T C,$$

$$[A(q), B_{\omega}(q), L(q), K_{\text{sof}}(q)] =$$

$$\sum_{i=1}^4 \alpha_i(q) [A_i, B_{\omega i}, L_i, K_{\text{sofi}}],$$

所以可以得出:

$$\zeta_s^T \Xi \zeta_s + \Omega + \Omega^T + \sigma < 0.$$

因此, 基于定理1, 可知汽车路径跟踪动力学系统(12)是渐近稳定的, 并满足 H_{∞} 性能指标, 定理2证明完成.

定理2中给出了求解静态输出反馈控制器的条件, 但是由于矩阵 K 是未知的, 所以无法通过直接求解(17)获得静态输出反馈控制增益 K_{sof} . 根据文献[24], 如果满足定理2中的条件, 则矩阵 K 将成为状态反馈控制器增益, 以下定理将给出一种 K 的设计方法.

构建一个状态反馈控制器为

$$u_2(t) = K_{\text{sf}} x(t), \quad (18)$$

K_{sf} 为状态反馈控制器增益, 则状态反馈路径跟踪系统可表示为

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = (A(q) + B K_{\text{sf}}) x(t) + B_{\omega}(q) \omega(t), \\ z(t) = C x(t). \end{cases} \quad (19)$$

下面提出一个 H_{∞} 状态反馈控制器设计方法.

定理3 对于给定的常数 γ , 如果存在一个对称正定矩阵 Q 和矩阵 Y , 使得以下矩阵不等式成立, 那么路径跟踪动力学系统(19)是渐近稳定的并满足 H_{∞} 性能.

$$\begin{bmatrix} \text{sys}\{A_i Q + B Y\} & B_{\omega i} & Q C^T \\ * & -I & 0 \\ * & * & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0, \quad (20)$$

其中 $i = 1, 2, 3, 4$, 状态反馈控制器中的增益 $K_{\text{sf}} = Y Q^{-1}$.

证明 定义矩阵变量 $P = Q^{-1}$, $Y = K_{\text{sf}} Q$, 分别对(20)左乘右乘 $\text{diag}(P, I, I)$, 然后(20)可被写为

$$\begin{bmatrix} \text{sys}\{(A_i + B K_{\text{sf}})^T P\} & P B_{\omega i} & C^T \\ * & -I & 0 \\ * & * & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0. \quad (21)$$

基于引理1, 类似于定理1的证明, 定理3证明完成.

从定理3中, 可以获得状态反馈控制器增益 $K_{\text{sf}}(q)$, 然后通过解决基于定理2的优化问题, 可以获得期望的SOF控制器增益 $K_{\text{sof}}(q)$. 具体设计方法步骤如下:

步骤1. 由定理3, 求解汽车路径跟踪动力学系统状态反馈控制器增益 K_{sf} ;

步骤2. 令 $K_{\text{sf}} = K$, 由定理2求解出汽车路径跟踪系统静态输出反馈控制器增益 $K_{\text{sof}}(q)$.

由以上步骤可见, 使用两步法进行输出反馈控制器设计, 相较于以往的静态输出反馈控制器设计,

数值简单易处理,不需要进行复杂的迭代计算.

3 系统仿真

为了验证本文所提汽车路径跟踪控制方法的有效性,在 Matlab 中建立车辆动力学及路径跟踪模型,并对常见的单车道变更及双车道变更情境进行仿真验证.在系统仿真中,参考文献[29]中的模型相关参数,其中汽车的质量 $m = 1\ 200\ \text{kg}$,前后轮胎侧偏刚度 $C_f = C_r = 50\ 000\ \text{N/rad}$,转动惯量 $I_z = 1\ 500\ \text{kg}\cdot\text{m}^2$,预瞄距离 $l_s = 2\ \text{m}$,质心到汽车前后轴的距离分别为 $l_f = 1.3\ \text{m}$, $l_r = 1.4\ \text{m}$.

3.1 单车道变更操作

首先对车速时变下的 AGV 进行单车道变更操作测试.汽车期望路径的道路曲率如图 4 所示.期望纵向速度设定如下:汽车在前半部分从 $10\ \text{m/s}$ 加速至 $15\ \text{m/s}$,后半部分从 $15\ \text{m/s}$ 减速至 $10\ \text{m/s}$,如图 5 所示.

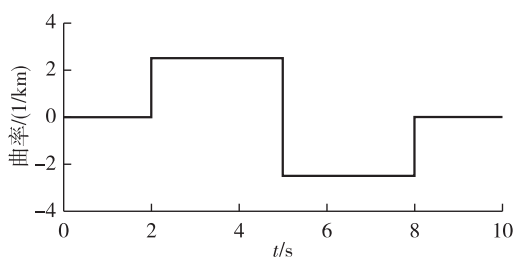


图 4 单车道道路曲率

Fig. 4 Road curvature variation in one lane changing

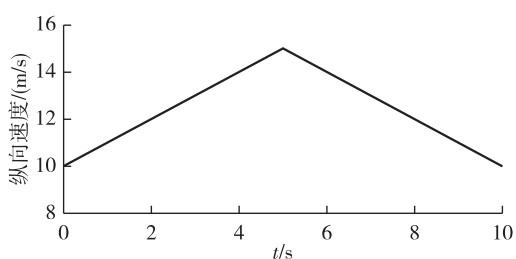


图 5 单车道变更纵向速度

Fig. 5 Longitudinal velocity variation in one lane changing

为了验证所提出的两步静态输出控制器对 AGV 路径跟踪的有效性,图 6 展示出路径跟踪系统在单车道中,使用所提出的静态输出反馈控制器和状态反馈控制器系统状态对比的仿真结果.从图 6 中可以看出,路径跟踪系统在静态输出反馈控制器下的横向速度和横摆角速度都表现良好,虽然静态输出反馈控制效果与状态反馈相比有一定差距,但差距均在合理范围内,最大横向偏移也限制在 $0.2\ \text{m}$ 以

内.图 7 绘制了两个控制器的前轮转向角的仿真结果.

另外,图 8 绘出了在不同控制器下的单车道变更操纵全局轨迹仿真结果,从图 8 中可以判断出两个控制器都能满足单车道变更路径跟踪的要求.

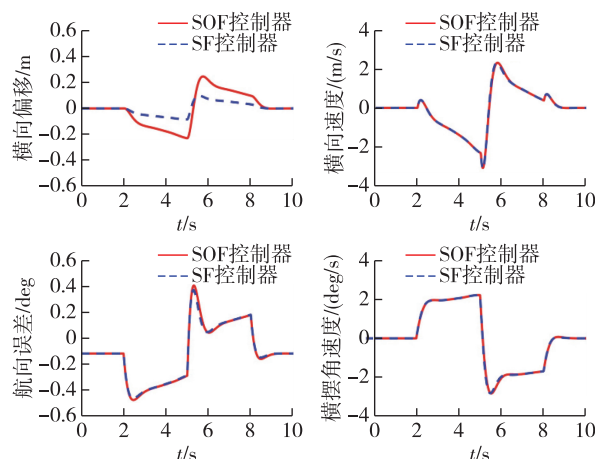


图 6 单车道变更操纵下仿真结果

Fig. 6 Path following simulations for one lane changing

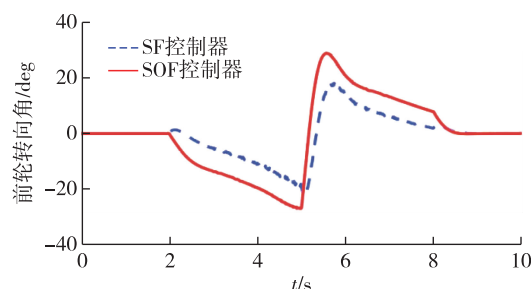


图 7 单车道变更中的前轮转向角

Fig. 7 Front steering angle in one lane changing

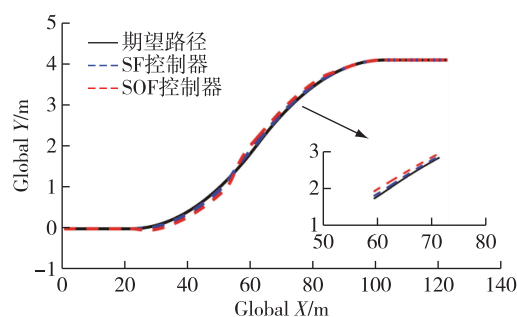


图 8 单车道变更中的汽车全局轨迹

Fig. 8 Global trajectory of the vehicle in one lane changing

3.2 双车道变更操纵

对 AGV 在时变纵向速度的双车道变更操纵下进行测试.汽车期望路径的道路曲率如图 9 所示,同

时汽车在双车道中行驶也进行了加速和减速,纵向速度变化如图 10 所示.

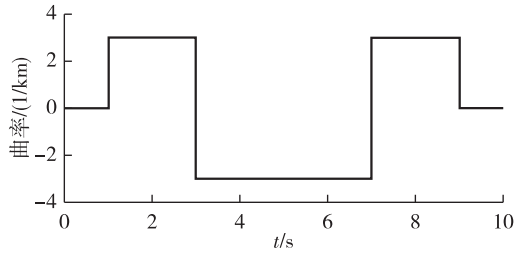


图 9 双车道变更道路曲率

Fig. 9 Road curvature variation in two lane changing

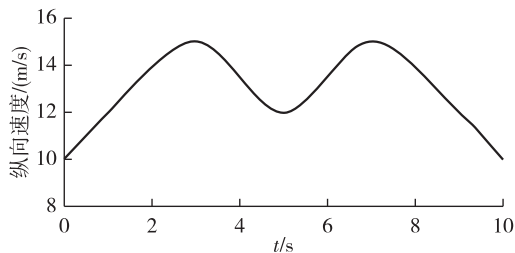


图 10 双车道变更纵向速度

Fig. 10 Longitudinal velocity variation in two lane changing

图 11 展示出路径跟踪系统在双车道中,使用所提出的静态输出反馈控制器和状态反馈控制器系统状态对比的仿真结果.仿真结果表明,路径跟踪系统在所提出的静态输出反馈控制器下横向位移和航向误差虽然较单车道下更大,但所有指标依旧控制在可接受的范围内,两个控制器产生的横向速度和横摆角速度相似.图 12 绘制了两个控制器的前轮转向角的仿真结果.同样,图 13 绘出了具有不同控制器

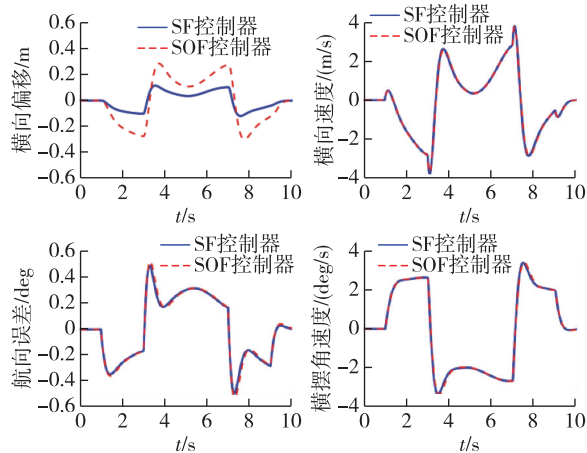


图 11 双车道变更操纵下仿真结果

Fig. 11 Path following simulations for two lane changing

的双车道变更的全局轨迹仿真结果,从图 13 中可以看出双车道相较于单车道的误差虽然较大,但也可以达到路径跟踪的要求.

由于在实际应用中,不可避免存在不确定性的情况,因此接下来对所提方法的鲁棒性进行验证测试.假定质量和转动惯量存在 10% 的不确定性,汽车期望路径的道路曲率如图 4 所示.

AGV 在纵向速度 $v_x = 15 \text{ m/s}$ 情况下的仿真结果如图 14 所示.由图 14 可见,在系统参数存在一定不确定的情况下,本文所提方法仍可以保证 AGV 具有良好的路径跟踪性能.

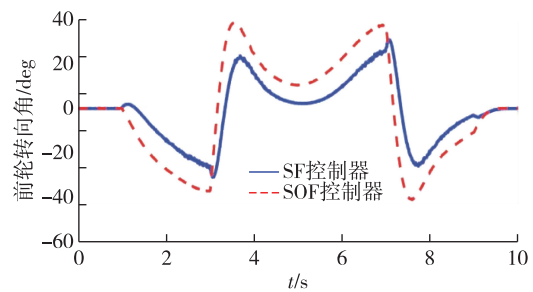


图 12 双车道变更中前轮转向角

Fig. 12 Front steering angle in two lane changing

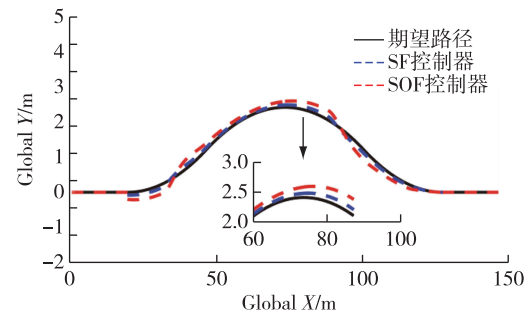


图 13 双车道变更中汽车全局轨迹

Fig. 13 Global trajectory of the vehicle in two lane changing

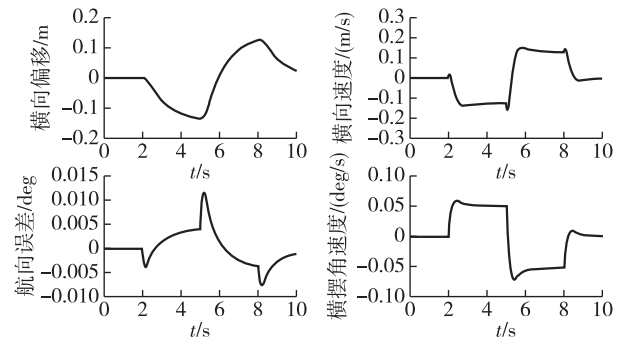


图 14 参数不确定情况下的仿真结果

Fig. 14 Simulation results under uncertain parameters

4 结论

本文设计了一个新的静态输出反馈增益调度控制器来保证汽车的路径跟踪性能.为了避免复杂的迭代计算,使用两步法来设计速度依赖静态输出反馈控制器.该方法由两个阶段组成,第一阶段设计一个状态反馈控制器,然后把状态反馈控制器增益用于第二阶段的静态输出反馈控制器设计的计算.该控制器增益可以根据速度变化实时在线调节.考虑汽车时变纵向速度的影响,采用梯形多胞体描述车速相关的时变参数来降低控制器的保守性.最后通过试验仿真验证,汽车在车速时变的情况下,使用基于速度依赖的增益调度静态输出反馈控制器可以达到路径跟踪目的.在实际复杂 3D 环境下自主地面汽车路径跟踪控制可能还会面临动态扰动、数据时延或丢失等挑战,这都将在以后的研究中进行讨论.

参考文献

References

- [1] Broggi A, Medici P, Zani P, et al. Autonomous vehicles control in the VisLab intercontinental autonomous challenge [J]. *Annual Reviews in Control*, 2012, 36 (1): 161-171
- [2] 胡云峰, 曲婷, 刘俊, 等. 智能汽车人机协同控制的研究现状与展望 [J]. *自动化学报*, 2019, 45 (7): 1261-1280
HU Yunfeng, QU Ting, LIU Jun, et al. Human-machine cooperative control of intelligent vehicle: recent developments and future perspectives [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2019, 45 (7): 1261-1280
- [3] Girbés V, Armesto L, Tornero J. Path following hybrid control for vehicle stability applied to industrial forklifts [J]. *Robotics and Autonomous Systems*, 2014, 62 (6): 910-922
- [4] Zakaria M A, Zamzuri H, Mamat R, et al. A path tracking algorithm using future prediction control with spike detection for an autonomous vehicle robot [J]. *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 2013, 10 (8): 309-317
- [5] Marino R, Scalzi S, Netto M. Nested PID steering control for lane keeping in autonomous vehicles [J]. *Control Engineering Practice*, 2011, 19 (12): 1459-1467
- [6] Zhao B, Wang H, Li Q, et al. PID trajectory tracking control of autonomous ground vehicle based on genetic algorithm [C] // *Proceedings of the 2019 31th Chinese Control and Decision Conference*, 2019: 1016-1021
- [7] 田涛涛, 侯忠生, 刘世达, 等. 基于无模型自适应控制的无人驾驶汽车横向控制方法 [J]. *自动化学报*, 2017, 43 (11): 1931-1940
TIAN Taotao, HOU Zhongsheng, LIU Shida, et al. Model-free adaptive control based lateral control of self-driving car [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2017, 43 (11): 1931-1940
- [8] 张琨, 崔胜民, 王剑锋. 基于自适应 RBF 网络补偿的智能车辆循迹控制 [J]. *控制与决策*, 2014, 29 (4): 627-631
ZHANG Kun, CUI Shengmin, WANG Jianfeng. Intelligent vehicle's path tracking control based on self-adaptive RBF network compensation [J]. *Control and Decision*, 2014, 29 (4): 627-631
- [9] Wu Y, Wang L F, Zhang J Z, et al. Path following control of autonomous ground vehicle based on nonsingular terminal sliding mode and active disturbance rejection control [J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2019, 68 (7): 6379-6390
- [10] Zhao X J, Liu H O, Jiang Y, et al. Backstepping adaptive sliding mode control for automatic steering of intelligent vehicles [J]. *Advanced Science Letters*, 2012, 6 (1): 696-701
- [11] Shen C, Guo H Y, Liu F, et al. MPC-based path tracking controller design for autonomous ground vehicles [C] // *2017 36th Chinese Control Conference*, 2017: 9584-9589
- [12] Yu R, Guo H Y, Sun Z P, et al. MPC-based regional path tracking controller design for autonomous ground vehicles [C] // *IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*, 2015: 2510-2515
- [13] Suh J, Chae H, Yi K. Stochastic model-predictive control for lane change decision of automated driving vehicles [J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2018, 67 (6): 4771-4782
- [14] 王艺, 蔡英凤, 陈龙, 等. 基于模型预测控制的智能网联汽车路径跟踪控制器设计 [J]. *机械工程学报*, 2019, 55 (8): 136-144, 153
WANG Yi, CAI Yingfeng, CHEN Long, et al. Design of intelligent and connected vehicle path tracking controller based on model predictive control [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2019, 55 (8): 136-144, 153
- [15] Attia R, Basset M, Orjuela R. Combined longitudinal and lateral control for automated vehicle guidance [J]. *Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility*, 2014, 52 (2): 261-279
- [16] Kayacan E, Ramon H, Saeys W. Robust trajectory tracking error model-based predictive control for unmanned ground vehicles [J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2016, 21 (2): 806-814
- [17] Nam K, Oh S, Fujimoto H, et al. Estimation of sideslip and roll angles of electric vehicles using lateral tire force sensors through RLS and Kalman filter approaches [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2013, 60 (3): 988-1000
- [18] Wang J X, Dai M M, Yin G D, et al. Output-feedback robust control for vehicle path tracking considering different human drivers' characteristics [J]. *Mechatronics*, 2018, 50: 402-412
- [19] Hu C, Jing H, Wang R R, et al. Robust H_{∞} output feedback control for path following of autonomous ground vehicles [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2015, 70/71: 414-427
- [20] Nguyen A T, Sentouh C, Popieul J C. Sensor reduction for driver-automation shared steering control via an adaptive

- authority allocation strategy [J]. *ASME Transactions on Mechatronics*, 2018, 23(1):5-16
- [21] Nguyen A T, Chevrel P, Claveau F. On the effective use of vehicle sensors for automatic lane keeping via LPV static output feedback control [J]. *IFAC-Papers Online*, 2017, 50(1):13808-13815
- [22] Li X W, Gao H J. A heuristic approach to static output-feedback controller synthesis with restricted frequency-domain specifications [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2014, 59(4):1008-1014
- [23] Arzelier D, Gryazina E N, Peaucelle D, et al. Mixed LMI/randomized methods for static output feedback control design [C]//*Proceedings of the 2010 American Control Conference*, 2010:4683-4688
- [24] Li W F, Xie Z C, Zhao J, et al. Fuzzy finite-frequency output feedback control for nonlinear active suspension systems with time delay and output constraints [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2019, 132:315-334
- [25] Hu C, Wang R R, Yan F J, et al. Output constraint control on path following of four-wheel independently actuated autonomous ground vehicles [J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2016, 65(6):4033-4043
- [26] Hu C, Wang R R, Yan F J. Integral sliding mode-based composite nonlinear feedback control for path following of four-wheel independently actuated autonomous vehicles [J]. *IEEE Transactions on Transportation Electrification*, 2016, 2(2):221-230
- [27] Jin X J, Yin G D, Chen N. Gain-scheduled robust control for lateral stability of four-wheel-independent-drive electric vehicles via linear parameter-varying technique [J]. *Mechatronics*, 2015, 30:286-296
- [28] Nguyen A T, Chevrel P, Claveau F. LPV static output feedback for constrained direct tilt control of narrow tilting vehicles [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2020, 28(2):661-670
- [29] Nguyen A T, Zhang H, Sentouh C, et al. Input-constrained LPV output feedback control for path following of autonomous ground vehicles [C]//*2018 Annual American Control Conference*, 2018:2378-5861
- [30] Nguyen A T, Sentouh C, Popieul J C. Fuzzy steering control for autonomous vehicles under actuator saturation: design and experiments [J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2018, 355(18):9374-9395
- [31] Apkarian P, Gahinet P, Becker G. Self-scheduled H_∞ control of linear parameter-varying systems: a design example [J]. *Automatica*, 1995, 31(9):1251-1261

Path-following control of autonomous vehicles based on velocity-dependent static output-feedback strategy

JIANG Zhengwei¹ LI Pengxu² ZHANG Bin¹ LI Panshuo¹

¹ School of Automation, Guangdong University of Technology, Guangzhou 510006

² School of Mechanical Engineering and Automation, Northeastern University, Shenyang 110819

Abstract A new static output-feedback gain-scheduled controller is proposed for the autonomous vehicle to track the desired path and ensure the lateral stability under varying velocity and unmeasurable state. With control the steering angle of front wheel, the lateral offset and heading offset are minimized, which guarantees the path-following performance. In order to describe the velocity-related varying parameters, a polytopic linear parameter-varying vehicle model is established which takes the time-varying velocity into account, and a shrunk polytope is constructed to reduce the conservativeness of the design. The system H_∞ performance is analyzed with matrix transformation. Gain-scheduled control strategy and two-step method are adopted to design the H_∞ static output-feedback controller. Compared with previous iterative algorithms, the proposed method is easy to implement, and more desirable for application. Simulations are carried out on two typical road scenarios, and the results verify the effectiveness of the proposed method in path-following control of autonomous vehicles.

Key words autonomous ground vehicles (AGV); path-following control; static output-feedback control; gain-scheduled control