



基于权重曼哈顿非负矩阵分解的图像修复和聚类方法

摘要

当数据中存在大量椒盐噪声时,传统的鲁棒非负矩阵分解方法无法获得更具有鲁棒性的低维特征.为了解决该问题,本文提出了一种更具有鲁棒性的权重曼哈顿非负矩阵分解来修复被污染的数据点以及通过曼哈顿矩阵分解获得鲁棒的特征表示.本文提出的模型可以被看作是非凸非光滑的优化问题,可以通过加速梯优化理论和最小一乘法求其局部最优解.通过对人脸图像 ORL 数据集加入椒盐噪声,实验结果表明本文提出的算法在图像修复和学习特征表示方面更有效、更鲁棒.

关键词

曼哈顿非负矩阵分解;鲁棒性;凸优化;降维

中图分类号 O235

文献标志码 A

收稿日期 2020-02-26

资助项目 重庆市高校市级重点实验室资助项目([2017]3);重庆市发展和改革委员会资助项目(2017[1007]);重庆市教委科技研究项目(KJQN201901203, KJQN201901218, KJ1710248);重庆市自然科学基金(cstc2019jcyj-bshX0101)

作者简介

陶盈吟,女,硕士生,研究方向为优化算法、机器学习.597370352@qq.com

杨仪(通信作者),女,博士,研究方向为神经网络、非线性动力系统.yang1595@126.com

1 重庆三峡学院 智能信息处理与控制重庆高校市级重点实验室,重庆,404100

2 重庆大学 自动化学院,重庆,400044

0 引言

非负矩阵分解(NMF)^[1]是一种经典的无监督降维学习方法,即NMF寻求两个非负矩阵使其乘积非常近似于原始数据矩阵.通常,一个矩阵是基矩阵,用于表示原始的输入数据矩阵;另一个矩阵是系数矩阵,用来表示低维特征^[2].根据文献[3-4],非负矩阵分解的非负性低维表示更有意义,因为学习到的特征更符合人类感知.由于出色的数据表示方法,NMF被广泛应用于聚类^[5-6]、推荐系统^[7]、社区检测^[8]和半监督学习^[9]等.

尽管NMF可以应用于各种领域,但是当原始数据被异常值和噪声破坏时,传统的NMF无法学习鲁棒的低维表示.因此,许多鲁棒NMF方法被用来消除数据中的异常值和噪声^[5-10].Hamza等^[5]首先提出了超曲面函数(HCNMF)来代替Frobenius范数.与标准NMF相比,HCNMF可以实现更鲁棒的表示,但是其优化算法在Armijo线搜索上花费了大量时间.Kong等^[6]提出了 $L_{2,1}$ 范数作为损失函数来处理异常值和噪声.相比HCNMF,虽然该方法对噪声不太敏感,但因为其非光滑的损耗函数,所提出的算法导致分解过程更加复杂.为了解决这个问题,Guan等^[7]提出了曼哈顿非负矩阵分解,该算法通过Nesterov的优化方法^[11]优化 L_1 范数.Gao等^[8]提出了一个上限阈值NMF来过滤异常值,但是,没有具体的方法来确定异常值阈值.Zhang等^[9]提出了 L_1 范数正则化的NMF来将被污染的数据矩阵分解成一个稀疏误差矩阵和两个非负矩阵.Guan等^[10]提出了三西格玛规则来检测异常值,并提出了截断柯西损失函数(CauchyNMF)来处理异常值.尽管CauchyNMF可以消除高斯分布中的离群值和噪声(例如椒盐噪声等),但它不能应用于处理大量的椒盐噪声.

基于曼哈顿矩阵分解框架,本文提出了权重曼哈顿非负矩阵分解(WNMF)来克服上述问题.WNMF使用权值矩阵来标记污染点和未污染点,并将该权重矩阵引入曼哈顿非负矩阵分解.因此,WNMF不仅可以恢复损坏的数据矩阵,还可以通过恢复的数据矩阵来学习更加鲁棒的特征表示.由于WNMF的目标函数是非凸且非平滑的,因此可以通过块坐标下降法将其转化为三个凸且非平滑优化问题^[12],并交替求解直至收敛.第一个非平滑优化问题可以看作是最小绝对偏差问题的变种问题^[7],可以通过最小一乘法^[13]进行优化.另外两个非平滑优化问题是 L_1 范数优化问题^[6],可以通过Nesterov的光滑方法^[11]进

行优化.本文的主要贡献概述如下:

1) 标准 NMF 和存在的 NMF 变种方法未研究原始数据与噪声位置之间的关系.在本文中,我们提出了一个权重曼哈顿非负矩阵分解框架来处理椒盐噪声.此外,该方法利用曼哈顿距离作为损失函数,并利用权重矩阵来约束修复矩阵.

2) 为了实现数据恢复并从损坏的数据中学习鲁棒的表示,我们介绍了如何构建噪声位置与噪音点的关系.结合曼哈顿矩阵分解,可以从损坏的数据中获得干净的数据空间,并从恢复的数据中获得鲁棒的低维表示.

1 权重曼哈顿矩阵分解模型

非负矩阵分解即将一个非负的原始数据矩阵 $V \in \mathbf{R}^{m \times n}$ 分解成两个低维矩阵 $W \in \mathbf{R}^{m \times r}$ 和 $H \in \mathbf{R}^{r \times n}$, 其中分解因子 $r \ll \min(m, n)$. 一般地, 采用 Frobenius 范数作为损失函数来度量 W 和 H 之间的误差. 然而, 基于 Frobenius 范数的损失函数会使误差被平方放大. 为了解决这个问题, 较为常见的鲁棒非负矩阵分解框架可以用以下优化问题描述:

$$\begin{aligned} \min_{W, H, E} \text{loss}(M, WH, E) + \lambda \Omega, \\ \text{s.t. } W \geq 0, H \geq 0, \end{aligned} \quad (1)$$

其中, 第一项是损失函数用于度量近似误差, 第二项是对 W, H 或 E 的约束项, E 和 λ 分别是噪音矩阵和超参. 大多数 NMF 变种方法可以通过该框架推导出, Zhang 等^[9] 提出了一种优化框架处理噪音点和异常值如下:

$$\begin{aligned} \min_{W, H, E} \|M - WH - E\|_F^2 + \lambda \|M - E\|_1, \\ \text{s.t. } W \geq 0, H \geq 0. \end{aligned} \quad (2)$$

该框架有以下特性:

1) 第一项中的原始输入矩阵 M 可以通过 $M - E$ 得到修复;

2) M 中的每个数据点都被噪音污染;

3) 结合前面两个特性, 每个被污染的数据点可以通过被修复, 以及原始输入矩阵 M 可以通过更加鲁棒的低维特征表示. 然而, 并不是所有的数据点都会被污染, 比如椒盐噪声只会对部分数据进行污染. 因此, 我们将改进框架(2) 来处理椒盐噪声.

假设 $M_i \in \mathbf{R}^m$ 和 $V_i \in \mathbf{R}^m$ 分别表示为被污染和修复后的向量, $M = [M_1, \dots, M_n] \in \mathbf{R}^{m \times n}$ 和 $V = [V_1, \dots, V_n] \in \mathbf{R}^{m \times n}$ 近似误差可以表示如下:

$$\|(V - M) \otimes S\|_F^2, \quad (3)$$

其中, S 是权值矩阵用来标记污染或未污染的数据

点, 定义如下:

$$S = \begin{cases} 0, & (i, j) \in \Omega, \\ 1, & \text{其他情况}, \end{cases} \quad (4)$$

其中, Ω 为被污染的区域. 通过(4) 和 $E = V - M$, 我们得到:

$$\|E \otimes S\|_F^2. \quad (5)$$

结合(2) 和(5), 并通过曼哈顿距离来度量误差, 可以得到权值曼哈顿矩阵分解框架如下:

$$\begin{aligned} \min F(V, W, H) = \|V - WH\|_M + \lambda \|(V - M) \otimes S\|_M, \\ \text{s.t. } W \geq 0, H \geq 0. \end{aligned} \quad (6)$$

2 优化算法

本文提出的模型(6) 可以看作是非光滑非凸优化问题, 因此, 没有任何优化算法可以搜索到(6) 的全局最优解. 首先, 我们将(6) 转换成三个凸优化问题(第一个为最小绝对偏差问题, 第二、第三个是非光滑问题); 然后, 通过最小一乘法求解最小绝对偏差问题和 Nesterov 优化理论求解非光滑问题; 最后, 交替求解三个问题直至收敛. 给定初始值 V, W 和 H , 交替优化:

$$V = \arg \min_{V \geq 0} \|V - WH\|_M + \lambda \|(V - M) \otimes S\|_M, \quad (7)$$

$$W = \arg \min_{W \geq 0} \|V - WH\|_M, \quad (8)$$

$$H = \arg \min_{H \geq 0} \|V - WH\|_M \quad (9)$$

直至收敛, 那么可以得到问题(6) 的局部最优解.

根据问题(7), V 可以被分解成变量 $V_{i,j}$, 其中 $i \in \{1, \dots, m\}$ 和 $j \in \{1, \dots, n\}$. 那么, 问题(7) 可以被分解为以下子问题:

$$\begin{aligned} V_{i,j} = \arg \min_{V_{i,j} \geq 0} \|V_{i,j} - W_{i,:} H_{:,j}\|_1 + \\ \lambda \|(V_{i,j} - M_{i,j}) S_{i,j}\|_1. \end{aligned} \quad (10)$$

通过最小一乘法, 我们得到问题(10) 的最优解为分段点 $W_{i,:}, H_{:,j}$ 或 $M_{i,j}$. 接下来, 我们考虑如何优化问题(8) 和(9), 不难发现, 问题(8) 和(9) 是对称的优化问题. 即给出优化算法解决问题(9), 那么问题(8) 可以通过相同方式进行优化.

根据问题(9), H 可以被分解成多个向量 $H_{:,j}$, $j \in \{1, \dots, n\}$. 那么, 问题(9) 可以被分为以下子问题:

$$H_{:,j} = \arg \min_{H_{:,j} \geq 0} \|V - WH_{:,j}\|_M. \quad (11)$$

问题(11) 是非光滑问题, 因此, 无法采用传统的梯度下降法对其进行直接优化. Guan 等^[7] 提出了近似的光滑问题来逼近(11), 然后通过 Nesterov 理论

得到光滑问题最优解.根据文献[7,11],问题(11)可以转换成对偶问题如下:

$$F_\lambda(\mathbf{H}_{:,j}) = \max_{\|\vec{\mu}\| \leq 1} \{ \langle \mathbf{W}\mathbf{H}_{:,j} - \mathbf{V}_{:,j}, \vec{\mu} \rangle_2 - \lambda D_1(\vec{\mu}) \}, \quad (12)$$

其中, $D_1(\vec{\mu}) = \frac{1}{2} \|\vec{\mu}\|_2^2$.若满足 $F_\lambda(\mathbf{H}_{:,j})$ 是凸函数且连续可微,问题(12)可以用 Nesterov 优化算法解决.为了节省空间,这里不再证明 $F_\lambda(\mathbf{H}_{:,j})$ 是凸函数且连续可微,详细证明可以参考文献[7,11].给定三个初始序列 $\vec{\mathbf{y}}, \vec{\mathbf{z}}$ 和 $\mathbf{H}_{:,j}$,对于任意 k ,问题(12)可以通过交替优化三个序列得到,即:

$$\vec{\mathbf{y}}^k = \arg \min_{\vec{\mathbf{y}} \geq 0} \left\{ \langle \nabla F_\lambda(\mathbf{H}_{:,j}^k), \vec{\mathbf{y}} - \mathbf{H}_{:,j}^k \rangle + \frac{L_\lambda}{2} \|\vec{\mathbf{y}}^k - \mathbf{H}_{:,j}^k\|_2^2 \right\}, \quad (13)$$

$$\vec{\mathbf{z}}^k = \arg \min_{\vec{\mathbf{z}} \geq 0} \left\{ \sum_{i=0}^k \frac{i+1}{2} [F_\lambda(\mathbf{H}_{:,j}^i) + \langle \nabla F_\lambda(\mathbf{H}_{:,j}^i), \vec{\mathbf{z}} - \mathbf{H}_{:,j}^i \rangle] + L_\lambda D_2(\vec{\mathbf{z}}) \right\}, \quad (14)$$

$$\mathbf{H}_{:,j}^k = \frac{2}{k+3} \vec{\mathbf{z}}^k + \frac{k+1}{k+3} \vec{\mathbf{y}}^k, \quad (15)$$

其中,

$$\nabla F_\lambda(\mathbf{H}_{:,j}^k) = \mathbf{W}^T \text{med} \left\{ 1, -1, \frac{\mathbf{W}\mathbf{H} - \mathbf{V}}{\lambda} \right\}, \quad (16)$$

$$D_2(\vec{\mathbf{z}}) = \frac{1}{2} \|\vec{\mathbf{z}} - \vec{\mathbf{z}}^0\|_2^2, \quad (17)$$

$$L_\lambda = \frac{\left[\sum_{i=1}^m \|\mathbf{W}_{i,:}\|_1 \right]^{\frac{1}{2}}}{\lambda}. \quad (18)$$

通过 KKT 条件,(13)和(14)的最优解如下:

$$\vec{\mathbf{y}}^k = \max \left(\mathbf{H}_{:,j}^k - \frac{1}{L_\lambda} \nabla F_\lambda(\mathbf{H}_{:,j}^k), 0 \right), \quad (19)$$

$$\vec{\mathbf{z}}^k = \max \left(\vec{\mathbf{z}}^0 - \frac{1}{L_\lambda} \sum_{i=0}^k \frac{i+1}{2} \nabla F_\lambda(\mathbf{H}_{:,j}^i), 0 \right). \quad (20)$$

交替优化(19),(20)和(15),可以得到问题(11)的最优解.其中,med 是中值函数(比如 $\text{med}(-2, 1, 0) = 0$).综上所述,我们将以上步骤总结为权重曼哈顿非负矩阵分解算法,详见表 1,其中 iter 表示迭代次数.

3 实验结果

本文提出的算法与四类非负矩阵分解算法进行比较来证明本文算法的有效性和鲁棒性,其余四类算法分别是标准非负矩阵分解(NMF)、鲁棒非负矩阵分解(RNMF)、超曲面非负矩阵分解(HCNMF)和截断柯西非负矩阵分解(CauchyNMF).在本实验中,我们选择图像人脸数据集 ORL 作为测试集,测试五类算法在带有椒盐噪声 ORL 的数据修复能力和聚类效果.

表 1 权重曼哈顿非负矩阵分解算法

Table 1 Manhattan non-negative matrix factorization algorithm

Algorithm 1 WNMF	
Input: $\mathbf{V} \in \mathbf{R}^{m \times n}, \mathbf{M} \in \mathbf{R}^{m \times n}, \mathbf{W} \in \mathbf{R}^{m \times r}, \mathbf{H}^{r \times n}, \lambda, \text{iter}$	
Output: $\mathbf{V} \in \mathbf{R}^{m \times n}, \mathbf{W} \in \mathbf{R}^{m \times r}, \mathbf{H}^{r \times n}$	
1) Calculate \mathbf{S} and \mathbf{Q} by (4)	15) return \mathbf{V}
2) for $k=1$ to iter do	16) end function
3) $\mathbf{V} = \mathbf{LAD}(\mathbf{M}, \mathbf{S}, \mathbf{W}, \mathbf{H}, \lambda)$	17) function $\mathbf{AG}(\mathbf{V}, \mathbf{W}, \mathbf{H}, \lambda)$
4) $\mathbf{W} = \mathbf{AG}(\mathbf{V}^T, \mathbf{H}^T, \mathbf{W}^T, 10)$	18) $\mathbf{Z}_0 = \mathbf{H}$
5) $\mathbf{H} = \mathbf{VG}(\mathbf{V}, \mathbf{W}, \mathbf{H}, 10)$	19) for $k = 0$ to 10 do
6) end for	20) $L_\lambda = \frac{1}{\lambda} \ \mathbf{W}^T \mathbf{W}\ _2$
7) $\mathbf{V} = \mathbf{WH}$	21) $\mu^* = \text{med} \{ 1, -1, \frac{\mathbf{W}\mathbf{H} - \mathbf{V}}{\lambda} \}$
8) return $\mathbf{V}, \mathbf{W}, \mathbf{H}$	22) $\nabla F_\lambda = \mathbf{W}^T \mu^*$
9) function $\mathbf{LAD}(\mathbf{M}, \mathbf{S}, \mathbf{W}, \mathbf{H}, \lambda)$	23) $\mathbf{Y} = \max(\mathbf{H} - \frac{1}{L_\lambda} \nabla F, 0)$
10) $\mathbf{R} = \{ \mathbf{WH}, \mathbf{M} \}$	24) $\mathbf{Z} = \max(\mathbf{Z}_0 - \frac{1}{L_\lambda} \sum_{i=0}^k \frac{i+1}{2} \nabla F_\lambda, 0)$
11) $O_1 = \lambda \ \mathbf{M} - \mathbf{WH}\ \otimes \mathbf{S} \ \mathbf{M}$	25) $\mathbf{H} = \frac{2}{k+3} \mathbf{Z} + \frac{k+1}{k+3} \mathbf{Y}$
12) $O_2 = \ \mathbf{M} - \mathbf{WH}\ _F$	26) end for
13) $i = \text{argmin}_{\lambda > 0} \{ O_i \}$, where $i = 1, 2$	27) return \mathbf{H}
14) $\mathbf{V} = \mathbf{R}_i$	28) end function

ORL (Olivetti Research Laboratory) 人脸数据集是英国剑桥 Olivetti 实验室从 1992 年到 1994 年拍摄的人脸图像,其中,一共有 40 个不同性别、种族和年龄的对象.每个对象有 10 幅像素为 92×112 的灰度图像.人脸细节和表情均有不同,比如睁眼或闭眼,是否戴眼镜、笑或不笑、有无淡光、不同的人脸姿态和人脸尺寸等.本文将每幅图像压缩为 32×32 像素,那么可以将 ORL 数据集用矩阵 $\mathbf{R}^{1024 \times 400}$ 来表示.为了验证本文算法的有效性和鲁棒性,我们将所有的图像添加椒盐噪声,即随机且按比例(10%, 15%, 20%, 25%)改变一部分图像值为 0 或 255.

为了更加公平地比较各个算法,我们给出两个指标来说明各个算法在图像修复和聚类的有效性,这两个指标分别是峰值信噪比和聚类精准度.峰值信噪比定义如下:

$$E_{\text{PSNR}} = 20 \log \frac{255}{\|\mathbf{V} - \mathbf{M}\|_F^2 / (1024 \times 400)}, \quad (21)$$

其中, \mathbf{M} 是椒盐噪声污染后的矩阵,而 $\mathbf{V} = \mathbf{WH}$ 为修复的矩阵.精准度定义如下:

$$E_{\text{AC}} = \frac{\sum_{i=1}^n \delta(c_i, \text{map}(l_i))}{n}, \quad (22)$$

其中, c_i 和 l_i 分别是第 i 幅图像的预测分类标记和真实分类标记;如果 $x = y$,那么 $\delta(x, y) = 1$, 否则 $\delta(x, y) = 0$;map 函数为真实分类标记与预测分类标记的映射函数.

本文选取的参数如下: $m = 1024, r = 40, n = 400, \lambda = 100, \text{iter} = 500$.

3.1 图像修复

图 1 给出了 5 类非负矩阵分解算法的图像修复效果,表 2 给出了污染数据矩阵与修复数据矩阵的峰值信噪比.通过图 1 和表 2,我们得出如下结论:

1) WNMF 和 CauchyNMF 对椒盐噪声并不非常敏感,其余算法无法从带有椒盐噪声的 ORL 数据集中得到清晰的修复图像集.

2) WNMF 和 CauchyNMF 具有更好的修复效果以及较高的峰值信噪比,这意味着 WNMF 和 CauchyNMF 可以得到较小的相对误差值.

3) 随便污染比例增加,WNMF 仍然保持最高的峰值信噪比,而 CauchyNMF 的峰值信噪比急剧下降,这说明 CauchyNMF 无法处理污染比例较高的椒盐噪声.

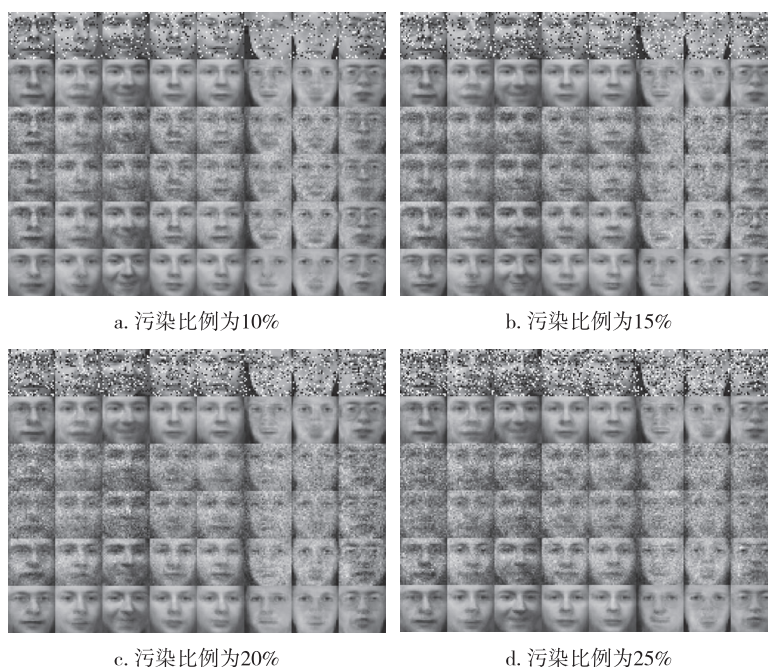


图 1 不同污染比例下的采样图像及相应的修复图像(a—d 第 1 行是不同污染比例下的采样图像,第 2—第 6 行分别是由 WNMF, NMF, HCNMF, RNMF 和 CauchyNMF 修复后的图像)

Fig. 1 Recovered images and sample images under different corrupted percentages (a—d the first row is sample images under the corrupted percentage $p = 10\%, 15\%, 20\%$ and 25% , and the last five rows are recovered images by WNMF, NMF, HCNMF, RNMF and CauchyNMF)

表2 不同污染比例下的峰值信噪比
Table 2 Peak signal to noise ratios in different contaminated percentages

污染比例/%	WNMF	NMF	HCNMF	RNMF	CauchyNMF
10	24.80	21.11	21.09	23.49	23.08
15	24.72	19.77	19.88	22.57	23.21
20	24.60	18.71	18.93	21.47	23.29
25	24.48	17.89	18.16	20.45	23.47

3.2 聚类

图2给出了5类非负矩阵分解算法的聚类效果,我们得出如下结论:

1) WNMF 和 CauchyNMF 具有更好的聚类效果,这意味着 WNMF 和 CauchyNMF 可以学到有效的子空间.

2) 在污染比例较小情况下,CauchyNMF 有着较好的聚类效果,然而,随着污染比例增加,CauchyNMF 的聚类效果急剧下降.

3) WNMF 具有相对稳定的聚类准确值,这说明 WNMF 对椒盐噪声更具有鲁棒性.随着污染比例增加,WNMF 始终保持相对较好的聚类效果.

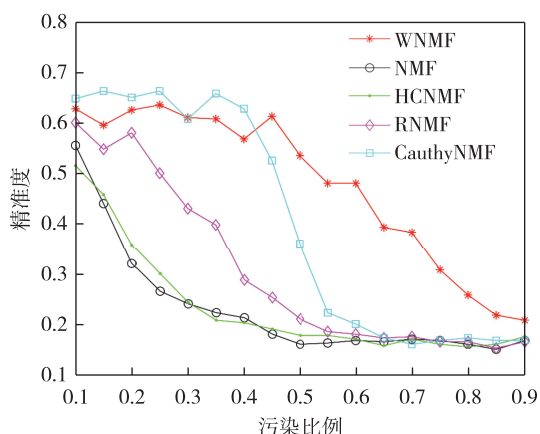


图2 不同污染比例(从10%到90%)情况下5种算法的精准度

Fig. 2 Accuracies obtained by five algorithms in different contaminated percentages (from 10% to 90%)

4 结束语

本文提出了一种有效的权值曼哈顿非负矩阵分解框架用于处理椒盐噪声.该框架的优势如下:

1) 相比于传统的非负矩阵分解算法,本文提出的算法能更有效处理椒盐噪声;

2) 随着椒盐噪声污染比例增加,本文提出的算

法仍然可以完成图像修复以及获得较小的分解误差;

3) 聚类实验结果表明本文提出的算法可以得到更加稳定的子空间并得到较好的聚类效果.

参考文献

References

- [1] Lee D D,Seung H S.Learning the parts of objects by non-negative matrix factorization [J]. Nature, 1999, 401 (6755):788-791
- [2] Wu W H,Kwong S,Hou J H,et al.Simultaneous dimensionality reduction and classification via dual embedding regularized nonnegative matrix factorization [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2019, 28 (8): 3836-3847
- [3] Palmer S E.Hierarchical structure in perceptual representation[J].Cognitive Psychology,1977,9(4):441-474
- [4] Logothetis N K,Sheinberg D L.Visual object recognition [J]. Annual Review of Neuroscience, 1996, 19 (1): 577-621
- [5] Hamza A B,Brady D J.Reconstruction of reflectance spectra using robust nonnegative matrix factorization[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2006, 54 (9): 3637-3642
- [6] Kong D G,Ding C,Huang H.Robust nonnegative matrix factorization using L21-norm [C] // Proceedings of the 20th ACM International Conference on Information and Knowledge Management,2011:673-682
- [7] Guan N,Tao D,Luo Z,et al.MahNMF: Manhattan non-negative matrix factorization [J]. arXiv preprint, 2012, arXiv:1207.3438
- [8] Gao H C,Nie F P,Cai W D,et al.Robust capped norm nonnegative matrix factorization[C] // Proceedings of the 24th ACM International on Conference on Information and Knowledge Management,2015:871-880
- [9] Zhang L J,Chen Z G,Zheng M,et al.Robust non-negative matrix factorization[J].Frontiers of Electrical and Electronic Engineering in China,2011,6(2):192-200
- [10] Guan N Y,Liu T L,Zhang Y,et al.Truncated Cauchy non-negative matrix factorization [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2019, 41 (1):246-259
- [11] Nesterov Y.Smooth minimization of non-smooth functions [J].Mathematical Programming,2005,103(1):127-152
- [12] Lin C J. Projected gradient methods for nonnegative matrix factorization [J]. Neural Computation, 2007, 19 (10):2756-2779
- [13] Ho N D,van Dooren P,Blondel V D.Descent methods for nonnegative matrix factorization [M]. Numerical Linear Algebra in Signals, Systems and Control. Springer, Dordrecht,2011:251-293

Image recovery and clustering approach based on weighted Manhattan non-negative matrix factorization

TAO Yingyin¹ YANG Yi¹ DAI Xiangguang¹ SU Xiaojie²

1 Key Laboratory of Intelligent Information Processing and Control of Chongqing Municipal Institutions of Higher Education, Chongqing Three Gorges University, Chongqing 404100

2 College of Automation, Chongqing University, Chongqing 400044

Abstract Traditional robust non-negative matrix factorization methods cannot achieve robust low-dimensional features while the data is heavily contaminated by Salt and Pepper noise. To address this issue, this paper proposes a more robust weighted Manhattan non-negative matrix factorization to recover the contaminated data and obtain robust part-based representations. Our proposed model can be formulated as a non-convex and non-smooth problem, which can be solved by the accelerated gradient method and the rank-one-residual-iteration method. Experiments on the ORL face dataset contaminated by Salt and Pepper noise demonstrate that our proposed algorithm is more effective and robust in image recovery and feature representation learning.

Key words Manhattan non-negative matrix factorization; robustness; convex optimization; dimensional reduction