



基于 Delta 算子的航天器自主交会 鲁棒故障检测滤波器设计

摘要

针对有限通信情形下航天器自主交会的故障检测问题,提出了基于 Delta 算子的鲁棒故障检测滤波器设计方法.采用 C-W 方程来描述航天器间的相对运动模型,通过 Delta 算子方法对其进行离散化处理得到系统的离散模型.在故障检测滤波器设计中,考虑信号量化和数据丢包同时存在的情况,并且采用随机伯努利序列来描述数据丢包现象.最后,基于 LMI 方法给出故障诊断存在的充分条件,并通过数值仿真验证了所设计滤波器的有效性.

关键词

航天器自主交会;故障检测;Delta 算子;信号量化;数据丢包

中图分类号 TP273

文献标志码 A

收稿日期 2020-03-15

作者简介

刘瑞霞,女,博士,讲师,研究方向为航天器故障诊断、容错控制以及协同控制.ruixialiu@xupt.edu.cn

¹ 西安邮电大学 自动化学院,西安,710121

² 重庆工商大学 国家智能制造服务国际科技合作基地,重庆,400067

0 引言

随着工业控制过程对性能、安全性和可靠性标准要求的不断提高,故障检测问题已引起人们广泛关注^[1].通常故障检测过程分为两步,首先构造一个用来检测故障信号的残差信号,其次设计一个残差评价函数,通过该函数与预设定的阈值进行比较来判断是否有故障,当残差值大于阈值时,产生一个故障报警^[2-3].值得指出的是,现有的大量关于故障诊断的研究成果多是针对连续系统或是通过传统移位算子方法得到的离散系统^[4].然而,在传统的移位算子框架下,当采样周期减小时,所有的信号和系统系数矩阵都会出现病态现象,因而无法将原始的连续时间系统等效为高频采样数据系统.庆幸的是基于 Delta 算子算法的提出能够有效地解决这一问题^[5-7].目前 Delta 算子模型已经被广泛应用于许多实际系统.

另一方面,随着载人航天技术的飞速发展,航天器自主交会已成为最重要的问题之一,并取得了一系列研究成果.在这些研究成果中,最广泛被使用的数学工具之一便是 Clohessy-Wiltshire (C-W) 方程,它是由 Clohessy 和 Wiltshire 在 1960 年提出的.C-W 方程被广泛应用于描述两个相邻航天器之间的线性运动.近年来,C-W 方程已被用于航天器自动交会领域的研究.

在实际的航天工程中,航天器总是采用无线网络进行通信,不可避免地会出现网络诱导现象,如信号量化和数据包丢失等^[8-9].然而,到目前为止,基于网络控制与滤波的航天器交会研究还很少.由于空间环境的复杂性,航天器在机动过程中极易发生故障.显然,这些故障会严重影响航天器的轨道机动性能甚至导致航天任务无法完成.因此,针对航天器自主交会设计故障检测滤波器是十分有必要的.该故障诊断器不仅要避免对不可避免的系统建模误差或外部干扰具有鲁棒性,而且还必须对故障敏感.因此,在故障检测滤波器设计中采用 Delta 算子方法.据笔者所知,考虑信息量化和数据丢包同时存在的情况下,基于 Delta 算子的航天器交会鲁棒故障检测还鲜有研究,这仍然是一个重要而具有挑战性的课题.

1 问题描述

考虑目标航天器的轨道是圆轨道,且目标航天器和追踪航天器

之间的距离很小.定义如下相对坐标系:轨道坐标系是一个右手坐标系,其原点与目标航天器质心相连, x 轴与从地心到目标质心的矢量对齐. y 轴沿目标航天器轨道的周长方向, z 轴与 x 轴和 y 轴呈右手坐标系.两个航天器之间的相对运动的线性化方程可以描述为

$$\begin{cases} \ddot{x}_c - 2n\dot{y}_c - 3n^2x_c = \frac{1}{m}(F_x + w_x), \\ \ddot{y}_c + 2n\dot{x}_c(t) = \frac{1}{m}(F_y + w_y), \\ \ddot{z}_c + n^2z_c = \frac{1}{m}(F_z + w_z), \end{cases} \quad (1)$$

其中, x_c, y_c 和 z_c 是相对位置在相应轴上的分量, m 是追踪航天器的质量, n 是目标航天器的角速度, $F_i(i=x,y,z)$ 是控制力, $w_i(i=x,y,z)$ 为外部扰动.定义如下向量和矩阵:

$$\mathbf{x}(t) = [\mathbf{x}_c^T(t) \ \mathbf{y}_c^T(t) \ \mathbf{z}_c^T(t) \ \dot{\mathbf{x}}_c^T(t) \ \dot{\mathbf{y}}_c^T(t) \ \dot{\mathbf{z}}_c^T(t)]^T,$$

$$\mathbf{u}(t) = [\mathbf{F}_x(t)^T \ \mathbf{F}_y(t)^T \ \mathbf{F}_z(t)^T]^T,$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 3n^2 & 0 & 0 & 0 & 2n & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2n & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -n^2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B} = \frac{1}{m} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{w}(t) = \begin{bmatrix} w_x(t) \\ w_y(t) \\ w_z(t) \end{bmatrix},$$

则系统(1)可以改写为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{D}\mathbf{w}(t), \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t). \end{cases} \quad (2)$$

为了使得系统(2)稳定,设计 $\mathbf{u}(t)$ 为输出反馈控制器为

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{F}\mathbf{y}(t), \quad (3)$$

其中 $\mathbf{F} \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$ 为输出反馈增益.

在本文中考虑传感器故障的情况,引入故障向量 $\mathbf{f}(t)$,则把式(3)代入式(2)有

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = (\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{F}\mathbf{C})\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\mathbf{w}(t), \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{H}\mathbf{f}(t), \end{cases} \quad (4)$$

其中 $\mathbf{H} = [1, 1, 0]^T$.通过Delta算子,则有

$$\begin{cases} \delta \mathbf{x}(k) = \mathbf{A}_\delta \mathbf{x}(k) + \mathbf{D}_\delta \mathbf{w}(k), \\ \mathbf{y}(k) = \mathbf{C}\mathbf{x}(k) + \mathbf{H}\mathbf{f}(k), \end{cases} \quad (5)$$

其中

$$\mathbf{A}_\delta = \frac{e^{(\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{F}\mathbf{C})T} - \mathbf{I}_{6 \times 6}}{T}, \quad \mathbf{D}_\delta = \frac{\left(\int_0^T e^{(\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{F}\mathbf{C})\tau} d\tau\right)\mathbf{D}}{T},$$

T 为固定采样周期.在航天器自主交会机动过程中,对输出测量 $\mathbf{y}(k)$ 进行量化后进行传输,在传输过程极易发生数据丢包现象.在本文中采用如下对数量化器:

$$q(\mathbf{y}(k)) = \begin{cases} \sigma^{(j)}, \frac{1}{1+\iota} \rho^j \sigma^{(0)} < \mathbf{y}(k) < \frac{1}{1-\iota} \rho^j \sigma^{(0)}, \mathbf{y}(k) > 0, \\ 0, \mathbf{y}(k) = 0, \\ -q(-\mathbf{y}(k)), \mathbf{y}(k) < 0, j = \pm 1, \pm 2, \dots, \end{cases} \quad (6)$$

其中 $0 < \rho < 1$ 为量化密度, $\sigma^{(0)}$ 为量化器的初始值, $\iota = (1 - \rho)/(1 + \rho)$,则量化器可以进一步描述为

$$q(\mathbf{y}(k)) = (\mathbf{I} + \Delta_k)\mathbf{y}(k), \quad (7)$$

其中 $\Delta_k \in [-\iota, \iota]$.

在航天器交会过程中,考虑传输信号的量化和丢包,则故障检测滤波器接受到的信号可以表示为

$$\mathbf{y}_q(k) = \alpha_k q(\mathbf{y}(k)), \quad (8)$$

其中随机变量 $\alpha_k \in \mathbf{R}$ 为伯努利分布的白色序列,概率分布为

$$\begin{cases} \text{Prob}\{\alpha_k = 1\} = \mathbf{E}\{\alpha_k\} = \beta, \\ \text{Prob}\{\alpha_k = 0\} = 1 - \mathbf{E}\{\alpha_k\} = 1 - \beta, \\ \text{Var}\{\alpha_k\} = \mathbf{E}\{(\alpha_k - \beta)^2\} = (1 - \beta)\beta \triangleq \bar{\beta}, \end{cases} \quad (9)$$

其中 $0 \leq \beta < 1$ 为一个已知的正常数,表示数据成果传输的概率, $0 \leq \bar{\beta} < 1$ 表示 α_k 的方差.把式(7)代入式(8)有

$$\mathbf{y}_q(k) = \alpha_k (\mathbf{I} + \Delta_k)\mathbf{y}(k). \quad (10)$$

通常故障检测系统包括两部分:一个残差产生器和一个残差评价器.其中残差评价器由一个阈值和逻辑决策单元组成.在本文中残差产生器设计为如下形式的全阶故障诊断器:

$$\begin{cases} \delta \hat{\mathbf{x}}(k) = \mathbf{A}_{\delta F} \hat{\mathbf{x}}(k) + \mathbf{B}_{\delta F} \mathbf{y}_q(k), \hat{\mathbf{x}}(0) = 0, \\ \boldsymbol{\eta}(k) = \mathbf{C}_{\delta F} \hat{\mathbf{x}}(k), \end{cases} \quad (11)$$

其中 $\hat{\mathbf{x}}(k) \in \mathbf{R}^6$ 为滤波器状态向量, $\boldsymbol{\eta}(k) \in \mathbf{R}^6$ 为滤波器的输出即残差向量, $\mathbf{A}_{\delta F} \in \mathbf{R}^{6 \times 6}$, $\mathbf{B}_{\delta F} \in \mathbf{R}^{6 \times 6}$ 和 $\mathbf{C}_{\delta F} \in \mathbf{R}^{6 \times 6}$ 为待设计的滤波器矩阵.

为了准确检测故障信号 $\mathbf{f}(k)$,引入故障权重矩阵 $\hat{\mathbf{f}}(z) = \mathbf{W}(z)\mathbf{f}(z)$,其中 $\mathbf{W}(z)$ 为给定增益矩阵. $\hat{\mathbf{f}}(z) = \mathbf{W}(z)\mathbf{f}(z)$ 的最小实现可以表示为

$$\begin{cases} \delta \bar{\mathbf{x}}(k) = \mathbf{A}_w \bar{\mathbf{x}}(k) + \mathbf{B}_w \mathbf{f}(k), \\ \hat{\mathbf{f}}(k) = \mathbf{C}_w \bar{\mathbf{x}}(k), \end{cases} \quad (12)$$

其中 $\bar{\mathbf{x}}(k) \in \mathbf{R}, \mathbf{A}_w \in \mathbf{R}, \mathbf{B}_w \in \mathbf{R}$ 和 $\mathbf{C}_w \in \mathbf{R}$.

另一方面,定义 $\mathbf{e}(k) = \boldsymbol{\eta}(k) - \hat{\mathbf{f}}(k)$,则系统可以改写为

$$\begin{cases} \delta \boldsymbol{\zeta}(k) = (\bar{\mathbf{A}} + \Delta \bar{\mathbf{A}}) \boldsymbol{\zeta}(k) + (\bar{\mathbf{B}} + \Delta \bar{\mathbf{B}}) \mathbf{d}(k), \\ \mathbf{e}(k) = \bar{\mathbf{C}} \boldsymbol{\zeta}(k), \end{cases} \quad (13)$$

其中

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\zeta}(k) &= [\bar{\mathbf{x}}^T(k), \mathbf{x}^T(k), \hat{\mathbf{x}}^T(k)]^T, \\ \mathbf{d}(k) &= [\mathbf{w}^T(k), \mathbf{f}^T(k)]^T, \\ \mathcal{A} &= \bar{\mathbf{A}} + \Delta \bar{\mathbf{A}}, \quad \bar{\mathbf{B}} + \Delta \bar{\mathbf{B}}, \quad \bar{\mathbf{C}} = [-\mathbf{C}_w, 0, \mathbf{C}_{\delta F}], \\ \bar{\mathbf{A}} &= \begin{bmatrix} \mathbf{A}_w & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{A}_\delta & 0 \\ 0 & \mathbf{a}_t \mathbf{B}_{\delta F} \mathbf{C} & \mathbf{A}_{\delta F} \end{bmatrix}, \quad \Delta \bar{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{a}_t \mathbf{B}_{\delta F} \Delta_k \mathbf{C} & 0 \end{bmatrix}, \\ \bar{\mathbf{B}} &= \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{B}_w \\ \mathbf{D}_\delta & 0 \\ \mathbf{a}_t \mathbf{B}_{\delta F} \mathbf{E} & \mathbf{a}_k \mathbf{B}_{\delta F} \mathbf{H} \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

因此,在本文中鲁棒故障检测滤波器的设计可以概况为两步:

第一步.考虑系统(2)在输出信息存在量化和丢包的情况下,针对系统(2)的故障诊断问题可以转换为求取滤波器(11)的矩阵 $\mathbf{A}_{\delta F}, \mathbf{B}_{\delta F}$ 和 $\mathbf{C}_{\delta F}$ 的过程,使得系统(13)鲁棒随机稳定且在零初始条件下满足如下性能约束:

$$\|\mathbf{e}(k)\|_E \leq \gamma \|\mathbf{d}(k)\|_2, \quad (14)$$

其中 $\|\mathbf{e}(k)\|_E = \mathbb{E} \left\{ \sqrt{\sum_{k=0}^{\infty} \mathbf{e}^T(k) \mathbf{e}(k)} \right\}$.

第二步.评估产生的残差信号,设计残差评价函数为

$$\|\boldsymbol{\eta}(k)\|_L = \frac{1}{L} \sqrt{\sum_{k=k_1}^{k_2} \boldsymbol{\eta}^T(k) \boldsymbol{\eta}(k)}, \quad L = k_2 - k_1 + 1, \quad (15)$$

其中 $t \in [k_1, \dots, k_2]$ 为有效时间窗.一种广泛使用的方法就是设定阈值法,即:

$$J_{th} > 0. \quad (16)$$

根据以上讨论,可以将故障信号和阈值 J_{th} 采用如下逻辑关系进行比较:

$$\begin{cases} \|\boldsymbol{\eta}(k)\|_L > J_{th} \Rightarrow \text{有故障} \Rightarrow \text{报警}, \\ \|\boldsymbol{\eta}(k)\|_L < J_{th} \Rightarrow \text{无故障}. \end{cases} \quad (17)$$

2 主要结果

在该部分将给出确保系统(13)随机稳定且满足

性能式(14)的充分条件.首先矩阵 $\bar{\mathbf{A}}, \Delta \bar{\mathbf{A}}, \bar{\mathbf{B}}$ 和 $\Delta \bar{\mathbf{B}}$ 可以分解为如下形式:

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{A}} &= \tilde{\mathbf{A}} + (\alpha_k - \beta) \tilde{\mathbf{A}}, \quad \bar{\mathbf{B}} = \tilde{\mathbf{B}} + (\alpha_k - \beta) \tilde{\mathbf{B}}, \\ \Delta \bar{\mathbf{A}} &= \Delta \tilde{\mathbf{A}} + (\alpha_k - \beta) \Delta \tilde{\mathbf{A}}, \quad \Delta \bar{\mathbf{B}} = \Delta \tilde{\mathbf{B}} + (\alpha_k - \beta) \Delta \tilde{\mathbf{B}}, \\ \tilde{\mathbf{A}} &= \begin{bmatrix} \mathbf{A}_w & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{A}_\delta & 0 \\ 0 & \beta \mathbf{B}_{\delta F} \mathbf{C} & \mathbf{A}_{\delta F} \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{B}_{\delta F} \mathbf{C} & 0 \end{bmatrix}, \\ \Delta \tilde{\mathbf{A}} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta \mathbf{B}_{\delta F} \Delta_k \mathbf{C} & 0 \end{bmatrix}, \quad \Delta \tilde{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{B}_{\delta F} \Delta_k \mathbf{C} & 0 \end{bmatrix}, \\ \tilde{\mathbf{B}} &= \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{B}_w \\ \mathbf{D}_\delta & 0 \\ \beta \mathbf{B}_{\delta F} \mathbf{E} & \beta \mathbf{B}_{\delta F} \mathbf{H} \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \mathbf{B}_{\delta F} \mathbf{E} & \mathbf{B}_{\delta F} \mathbf{H} \end{bmatrix}, \\ \Delta \tilde{\mathbf{B}} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \beta \mathbf{B}_{\delta F} \Delta_k \mathbf{E} & \beta \mathbf{B}_{\delta F} \Delta_k \mathbf{H} \end{bmatrix}, \\ \Delta \tilde{\mathbf{B}} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \mathbf{B}_{\delta F} \Delta_k \mathbf{E} & \mathbf{B}_{\delta F} \Delta_k \mathbf{H} \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

根据上面的定义,系统(13)可以改写为

$$\begin{aligned} \delta \boldsymbol{\zeta}(k) &= [\tilde{\mathbf{A}} + (\alpha_k - \beta) \tilde{\mathbf{A}} + \Delta \tilde{\mathbf{A}} + \\ & (\alpha_k - \beta) \Delta \tilde{\mathbf{A}}] \boldsymbol{\zeta}(k) + [\tilde{\mathbf{B}} + (\alpha_k - \beta) \tilde{\mathbf{B}} + \\ & \Delta \tilde{\mathbf{B}} + (\alpha_k - \beta) \Delta \tilde{\mathbf{B}}] \mathbf{d}(k). \end{aligned} \quad (18)$$

接下来定理1将给出系统(18)随机稳定且在零初始状态下满足性能(14)的充分条件.

定理1 考虑系统(2),假设矩阵 $\mathbf{A}_f, \mathbf{B}_f$ 和 \mathbf{C}_f 已经给定,通过滤波器(11)则可以实现系统的故障诊断如果存在一个矩阵 \mathbf{P} 满足:

$$\mathbf{\Pi} = \begin{bmatrix} \mathbf{\Pi}_{11} & \mathbf{\Pi}_{12} \\ * & \mathbf{\Pi}_{22} \end{bmatrix} < 0, \quad (19)$$

其中

$$\begin{aligned} \mathbf{\Pi}_{11} &= T(\tilde{\mathbf{A}} + \Delta \tilde{\mathbf{A}})^T \mathbf{P} + T\mathbf{P}(\tilde{\mathbf{A}} + \Delta \tilde{\mathbf{A}}) + \\ & T^2(\tilde{\mathbf{A}} + \Delta \tilde{\mathbf{A}})^T \mathbf{P}(\tilde{\mathbf{A}} + \Delta \tilde{\mathbf{A}}) + \\ & T^2 \tilde{\beta}(\tilde{\mathbf{A}} + \Delta \tilde{\mathbf{A}})^T \mathbf{P}(\tilde{\mathbf{A}} + \Delta \tilde{\mathbf{A}}) + \bar{\mathbf{C}}^T \bar{\mathbf{C}}, \\ \mathbf{\Pi}_{12} &= T\mathbf{P}(\tilde{\mathbf{B}} + \Delta \tilde{\mathbf{B}}) + T^2(\tilde{\mathbf{A}} + \Delta \tilde{\mathbf{A}})^T \mathbf{P}(\tilde{\mathbf{B}} + \Delta \tilde{\mathbf{B}}) + \\ & T^2 \tilde{\beta}(\tilde{\mathbf{A}} + \Delta \tilde{\mathbf{A}})^T \mathbf{P}(\tilde{\mathbf{B}} + \Delta \tilde{\mathbf{B}}), \\ \mathbf{\Pi}_{22} &= T^2(\tilde{\mathbf{B}} + \Delta \tilde{\mathbf{B}})^T \mathbf{P}(\tilde{\mathbf{B}} + \Delta \tilde{\mathbf{B}}) + \\ & T^2 \tilde{\beta}(\tilde{\mathbf{B}} + \Delta \tilde{\mathbf{B}})^T \mathbf{P}(\tilde{\mathbf{B}} + \Delta \tilde{\mathbf{B}}) - \gamma^2 \mathbf{I}. \end{aligned}$$

证明

1) 如果存在一个正定矩阵 P 那么式(19)成立,即证明残差系统(18)随机稳定.构造 Lyapunov 函数为 $V(k) = \zeta^T(k)P\zeta(k)$. 对该 Lyapunov 函数进行向前差分并求取数学期望,则有:

$$\Delta V(k) = E\{V(k+1)\} - V(k) = E\{\zeta^T(k+1)P\zeta(k+1)\} - \zeta^T(k)P\zeta(k). \quad (20)$$

根据 Delta 算子定义 $\delta\zeta(k) = (\zeta(k+1) - \zeta(k))/T$, 则有:

$$\begin{aligned} \Delta V(k) &= E\{\zeta^T(k+1)P\zeta(k+1)\} - \zeta^T(k)P\zeta(k) \\ &= \zeta^T(k)P\zeta(k) = \zeta^T(k)[T(\tilde{A} + \Delta\tilde{A})^T P + T^2(\tilde{A} + \Delta\tilde{A})^T P(\tilde{A} + \Delta\tilde{A}) + T^2\tilde{\beta}(\tilde{A} + \Delta\tilde{A})^T P(\tilde{A} + \Delta\tilde{A}) + TP(\tilde{A} + \Delta\tilde{A})]\zeta(k) \leq \zeta^T(k)\Phi\zeta(k), \end{aligned} \quad (21)$$

其中

$$\Phi = [T(\tilde{A} + \Delta\tilde{A})^T P + T^2(\tilde{A} + \Delta\tilde{A})^T P(\tilde{A} + \Delta\tilde{A}) + T^2\tilde{\beta}(\tilde{A} + \Delta\tilde{A})^T P(\tilde{A} + \Delta\tilde{A}) + TP(\tilde{A} + \Delta\tilde{A})].$$

显然,根据式(19)有 $\Phi < 0$. 因此,可以得到 $\Delta V(k) \leq \lambda_{\min}(-\Phi)\zeta^T(k)\zeta(k)$, 则进一步有:

$$\Delta V(k) = E\{\zeta^T(k+1)P\zeta(k+1)\} - \zeta^T(k)P\zeta(k) \leq \lambda_{\min}(-\Phi)E\{|\zeta(k)|^2\}. \quad (22)$$

根据式(22)有:

$$E\left\{\sum_{k=0}^{\infty} |\zeta(k)|^2 \mid \zeta(0)\right\} \leq \frac{1}{\lambda_{\min}(-\Phi)\zeta^T(0)P\zeta(0)} = \zeta^T(0)W\zeta(0), \quad (23)$$

其中 $W \triangleq \frac{q\lambda_{\min}(P)}{\lambda_{\min}(-\Phi)}$. 因此,可以证得系统(2)随机稳定.

2) 接下来将证明在初始状态为零的情况下,系统满足式(14)性能要求.定义

$$\Delta \hat{V}(k) = E\{\zeta^T(k+1)P\zeta(k+1)\} - \zeta^T(k)P\zeta(k) + E\{e^T(k)e(k)\} - \gamma^2 d^T(k)d(k), \quad (24)$$

则有:

$$\begin{aligned} \Delta \hat{V}(k) &= E\{T\delta\zeta^T(k)P\zeta(k) + T^2\delta\zeta^T(k)P\delta\zeta(k) + T\zeta^T(k)P\delta\zeta(k)\} + E\{e^T(k)e(k)\} - \gamma^2 d^T(k)d(k) = \\ &= T\zeta^T(k)(\tilde{A} + \Delta\tilde{A})^T P\zeta(k) + Td^T(k)(\tilde{B} + \Delta\tilde{B})^T P\zeta(k) + T\zeta^T(k)P(\tilde{A} + \Delta\tilde{A})\zeta(k) + T\zeta^T(k)P(\tilde{B} + \Delta\tilde{B})d(k) + T^2\zeta^T(k)(\tilde{A} + \Delta\tilde{A})^T P(\tilde{A} + \Delta\tilde{A})\zeta(k) + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &T^2\tilde{\beta}\zeta^T(k)(\tilde{A} + \Delta\tilde{A})^T P(\tilde{A} + \Delta\tilde{A})\zeta(k) + T^2d^T(k)(\tilde{B} + \Delta\tilde{B})^T P(\tilde{B} + \Delta\tilde{B})d(k) + T^2\tilde{\beta}d^T(k)(\tilde{B} + \Delta\tilde{B})^T P(\tilde{B} + \Delta\tilde{B})d(k) + T^2\zeta^T(k)(\tilde{A} + \Delta\tilde{A})^T P(\tilde{B} + \Delta\tilde{B})d(k) + T^2d^T(k)(\tilde{B} + \Delta\tilde{B})^T P(\tilde{A} + \Delta\tilde{A})\zeta(k) + T^2\tilde{\beta}(\tilde{A} + \Delta\tilde{A})^T P(\tilde{B} + \Delta\tilde{B}) + T^2\tilde{\beta}(\tilde{B} + \Delta\tilde{B})^T P(\tilde{A} + \Delta\tilde{A}) + \zeta^T(k)\tilde{C}^T\tilde{C}\zeta(k) - \gamma^2 d^T(k)d(k). \end{aligned} \quad (25)$$

令 $\phi(k) = [\zeta^T(k)d^T(k)]^T$, 易得 $\Delta \hat{V}(k) = \phi^T(k)\Pi\phi(k)$. 如果 $\Pi < 0$, 则有:

$$\begin{aligned} \Delta \hat{V}(k) &= E\{\zeta^T(k+1)P\zeta(k+1)\} - E\{\zeta^T(k)P\zeta(k)\} + E\{e^T(k)e(k)\} - \gamma^2 d^T(k)d(k) \leq 0. \end{aligned} \quad (26)$$

对式(26)中 K 从 0 到 ∞ 求和得到:

$$\Delta \hat{V}(k) = E\{\zeta^T(\infty)P\zeta(\infty)\} - E\{\zeta^T(0)P\zeta(0)\} + E\{e^T(k)e(k)\} - \gamma^2 d^T(k)d(k) \leq 0. \quad (27)$$

根据零初始状态和 $P > 0$, 可以得到:

$$E\{\zeta^T(0)P\zeta(0)\} = 0, \quad \zeta^T(\infty)P\zeta(\infty) > 0, \quad (28)$$

进一步可得:

$$E\left\{\sum_{k=0}^{\infty} e^T(k)e(k)\right\} - \gamma^2 \sum_{k=0}^{\infty} d^T(k)d(k) \leq 0. \quad (29)$$

根据式(29)则有式(14)成立.证明完毕.

定理 2 考虑系统(18),对给定的一个正常数 γ 如果存在 $\hat{A}_{\delta F}, \hat{B}_{\delta F}, \hat{C}_{\delta F}$ 和正对矩阵 P_1, P_2, P_3 和标量 $\varepsilon > 0$, 且满足如下不等式:

$$\begin{bmatrix} \tilde{\Pi}_{11} & \tilde{\Pi}_{12} & \tilde{\Pi}_{13} & \tilde{\Pi}_{14} & \tilde{\Pi}_{15} & \tilde{\Pi}_{16} \\ * & \tilde{\Pi}_{22} & \tilde{\Pi}_{23} & \tilde{\Pi}_{24} & 0 & 0 \\ * & * & \tilde{\Pi}_{33} & 0 & 0 & \tilde{\Pi}_{36} \\ * & * & * & \tilde{\Pi}_{44} & 0 & \tilde{\Pi}_{46} \\ * & * & * & * & \tilde{\Pi}_{55} & 0 \\ * & * & * & * & * & \tilde{\Pi}_{66} \end{bmatrix} < 0, \quad (30)$$

其中

$$\begin{aligned} \tilde{\Pi}_{11} &= \begin{bmatrix} TA_w^T P_1 + TP_1^T A_w & 0 & 0 \\ 0 & TA_\delta^T P_2 + TP_2^T A_\delta + \varepsilon C^T C & T\beta C^T \hat{B}_{\delta F}^T \\ 0 & T\beta \hat{B}_{\delta F}^T C & TA_F^T P_3 + T\hat{A}_{\delta F} \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\tilde{\Pi}_{12} &= \begin{bmatrix} 0 & TP_1 B_w \\ TP_2 D_\delta + \varepsilon C^T E & \varepsilon C^T H \\ T\beta \hat{B}_{\delta F} E & T\beta \hat{B}_{\delta F} H \end{bmatrix}, \\ \tilde{\Pi}_{13} &= \begin{bmatrix} TA_w^T P_1^T & 0 & 0 \\ 0 & TA_\delta^T P_2^T & T\beta C^T \hat{B}_{\delta F}^T \\ 0 & 0 & T\hat{A}_{\delta F}^T \end{bmatrix}, \\ \tilde{\Pi}_{14} &= T\bar{\beta}^{1/2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C^T \hat{B}_{\delta F}^T \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ \tilde{\Pi}_{15} &= \begin{bmatrix} -C_w^T \\ 0 \\ C_{\delta F}^T \end{bmatrix}, \quad \tilde{\Pi}_{16} = \tilde{\Pi}_{36} = T\beta \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \hat{B}_{\delta F} \end{bmatrix}, \\ \tilde{\Pi}_{22} &= \begin{bmatrix} -\gamma^2 I + \varepsilon E^T E & \varepsilon E^T H \\ \varepsilon H^T E & -\gamma^2 I + \varepsilon H^T H \end{bmatrix}, \\ \tilde{\Pi}_{23} &= T \begin{bmatrix} 0 & D_\delta^T P_2 & \beta E^T \hat{B}_{\delta F}^T \\ B_w^T P_1 & 0 & \beta H^T \hat{B}_{\delta F}^T \end{bmatrix}, \\ \tilde{\Pi}_{24} &= T\bar{\beta}^{1/2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & E^T \hat{B}_{\delta F}^T \\ 0 & 0 & H^T \hat{B}_{\delta F}^T \end{bmatrix}, \\ \tilde{\Pi}_{33} = \tilde{\Pi}_{44} &= \begin{bmatrix} -P_1 & 0 & 0 \\ 0 & -P_2 & 0 \\ 0 & 0 & -P_3 \end{bmatrix}, \\ \tilde{\Pi}_{46} &= T\bar{\beta}^{1/2} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \hat{B}_{\delta F} \end{bmatrix}, \quad \tilde{\Pi}_{55} = -I, \quad \tilde{\Pi}_{66} = -\varepsilon I,\end{aligned}$$

$$\tilde{P} = \begin{bmatrix} P_1 & 0 & 0 \\ 0 & P_2 & 0 \\ 0 & 0 & P_3 \end{bmatrix},$$

那么通过滤波器(11)可以实现系统的故障检测.进一步,可以得到滤波器的增益为

$$\begin{bmatrix} A_{\delta F} & B_{\delta F} \\ C_{\delta F} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_3^{-1} & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{A}_{\delta F} & \hat{B}_{\delta F} \\ \hat{C}_{\delta F} & 0 \end{bmatrix}. \quad (31)$$

证明 通过 Schur 引理和等价变换式(19)可以改写为

$$\Phi = \tilde{\Phi} + \Delta \tilde{\Phi} < 0, \quad (32)$$

其中

$$\tilde{\Phi} = \begin{bmatrix} T\tilde{A}^T P + TP\tilde{A} & TP\tilde{B} & T\tilde{A}^T P & T\bar{\beta}^{1/2}\tilde{A}^T P & \bar{C}^T \\ * & -\gamma^2 I & T\tilde{B}^T P & T\bar{\beta}^{1/2}\tilde{B}^T P & 0 \\ * & * & -P & 0 & 0 \\ * & * & * & -P & 0 \\ * & * & * & * & -I \end{bmatrix},$$

$$\Delta \tilde{\Phi} =$$

$$\begin{bmatrix} T\Delta\tilde{A}^T P + TP\Delta\tilde{A} & TP\Delta\tilde{B} & T\Delta\tilde{A}^T P & T\bar{\beta}^{1/2}\Delta\tilde{A}^T P & 0 \\ * & 0 & T\Delta\tilde{B}^T P & T\bar{\beta}^{1/2}\Delta\tilde{B}^T P & 0 \\ * & * & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & 0 & 0 \\ * & * & * & * & 0 \end{bmatrix}.$$

定义 $B_a = [0, 0, B_{\delta F}^T]^T$, $C_a = [0, C, 0]$, $D_a = [E, H]$, 对式(32)经过一系列的等价变化则有:

$$\begin{bmatrix} T\tilde{A}^T P + TP\tilde{A} + \varepsilon C_a^T C_a & TP\tilde{B} + \varepsilon C_a^T D_a & T\tilde{A}^T P & T\bar{\beta}^{1/2}\tilde{A}^T P & \bar{C}^T & T\beta P B_a \\ * & -\gamma^2 I + \varepsilon D_a^T D_a & T\tilde{B}^T P & T\bar{\beta}^{1/2}\tilde{B}^T P & 0 & 0 \\ * & * & -P & 0 & 0 & T\beta P B_a \\ * & * & * & -P & 0 & T\bar{\beta}^{1/2} P B_a \\ * & * & * & * & -I & 0 \\ * & * & * & * & * & -\varepsilon I \end{bmatrix} < 0. \quad (33)$$

令 $\hat{A}_{\delta F} = P_3 A_{\delta F}$, $\hat{B}_{\delta F} = P_3 B_{\delta F}$, $\hat{C}_{\delta F} = C_{\delta F}$, 则式(33)可等价于式(30). 通过式(30)可以求得滤波器的增益 $A_{\delta F}$, $B_{\delta F}$, $C_{\delta F}$. 根据以上证明可以得到如果式(30)成立, 那么在零初始状态下, 系统(18)随机稳定且满足性能(14)要求. 证明完毕.

3 仿真验证

在这部分将对本文所提出的滤波算法进行数值

仿真验证. 假设追踪航天器质量为 200 kg, 目标航天器在半径为 6 728 km 的近地轨道上运行, 且角速度为 $n = 1.14 \times 10^{-3}$ rad/s. 假设初始状态为 $x(0) = [1\ 000, 2\ 000, -1\ 200, 1, 1, 2]^T$, 外部扰动 $w(t)$ 为三维高斯白噪声. 在本文中输出反馈增益为

$$F = \begin{bmatrix} -9.77 \times 10^{-3} & 1.09 \times 10^{-3} & 9.75 \times 10^{-4} \\ 5.73 \times 10^{-4} & -1.04 \times 10^{-2} & 4.17 \times 10^{-4} \\ 7.24 \times 10^{-4} & 5.53 \times 10^{-4} & -6.49 \times 10^{-3} \end{bmatrix}.$$

对数量化器的参数具体设置为 $\rho = 0.6, \sigma^{(0)} = 40, \iota = 0.25$. 数据丢包参数设置为 $\beta = 0.8, \bar{\beta} = \sqrt{\beta(1-\beta)} = 0.4$. 加权矩阵设置为 $\mathbf{W}(z) = 0.1/(z + 0.1)$, 其状态空间实现为

$$\begin{cases} \delta \bar{x}(k) = -0.1 \bar{x}(k) + 0.1 f(k), \\ \hat{f}(k) = 0.01 \bar{x}(k), \end{cases}$$

$$\mathbf{A}_{\delta F} = \begin{bmatrix} -1.0461 & 1.1306 \times 10^{-1} & 9.8828 \times 10^{-2} & 1.6373 \times 10^{-1} & 1.2615 \times 10^{-1} & 1.6331 \times 10^{-1} \\ 9.7514 \times 10^{-2} & -6.3007 \times 10^{-1} & -9.8052 \times 10^{-2} & 1.1668 \times 10^{-1} & 4.7681 \times 10^{-1} & -6.3414 \times 10^{-2} \\ -1.8276 \times 10^{-1} & -7.7269 \times 10^{-3} & -3.3356 \times 10^{-1} & -1.8616 \times 10^{-1} & 3.9962 \times 10^{-2} & 3.7878 \times 10^{-1} \\ 2.5230 \times 10^{-1} & 1.4316 \times 10^{-1} & 3.3700 \times 10^{-2} & -1.2696 & 1.4024 \times 10^{-1} & 2.7775 \times 10^{-1} \\ 1.5074 \times 10^{-1} & 4.7049 \times 10^{-1} & -7.2410 \times 10^{-2} & 1.3201 \times 10^{-1} & -6.4567 \times 10^{-1} & -1.1344 \times 10^{-1} \\ 4.5743 \times 10^{-1} & -1.6250 \times 10^{-1} & 1.5943 \times 10^{-2} & 4.6659 \times 10^{-1} & -2.2080 \times 10^{-1} & -5.7644 \times 10^{-1} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B}_{\delta F} = \begin{bmatrix} 9.4953 \times 10^{-10} & 2.7606 \times 10^{-10} & 3.0092 \times 10^{-10} \\ 2.1531 \times 10^{-10} & -2.7210 \times 10^{-10} & -2.7693 \times 10^{-10} \\ 2.6813 \times 10^{-10} & -2.9724 \times 10^{-10} & -3.0344 \times 10^{-10} \\ -9.1250 \times 10^{-10} & 2.6326 \times 10^{-10} & 2.8716 \times 10^{-10} \\ 2.1312 \times 10^{-10} & -2.7097 \times 10^{-10} & -2.7575 \times 10^{-10} \\ 2.0460 \times 10^{-10} & -2.7205 \times 10^{-10} & -2.7658 \times 10^{-10} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{C}_{\delta F} = [8.4189 \times 10^4 \quad 6.0685 \times 10^4 \quad -7.6842 \times 10^4 \quad -5.9366 \times 10^5 \quad 1.1032 \times 10^4 \quad 1.6130 \times 10^5]^T.$$

故障参数设置为

$$f(k) = \begin{cases} 300 \text{ m}, 90 \text{ s} \leq k \leq 120 \text{ s}, \\ 0, \text{其他.} \end{cases}$$

通过求解线性矩阵不等式(27),可得:

图1—3分别为输出 $y(k)$ 和其所对应的量化值. 图4为评价函数 $\|\eta(k)\|_L$ 在有故障情况和无故障情况下的输出值. 显然当传感器发生故障时, 本文所设计的故障检测器可以将该故障有效地检测出来.

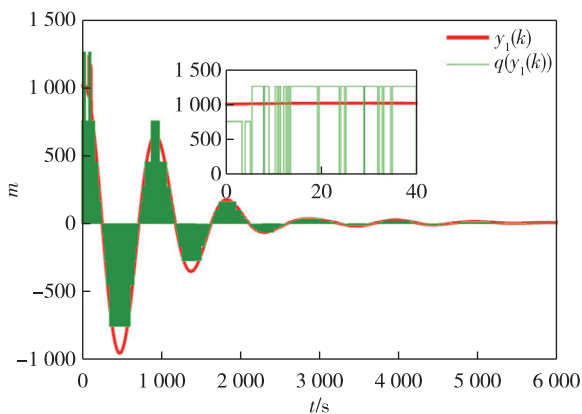


图1 $y_1(k)$ 的值和其所对应量化值 $q(y_1(k))$
Fig. 1 Value of $y_1(k)$ and $q(y_1(k))$

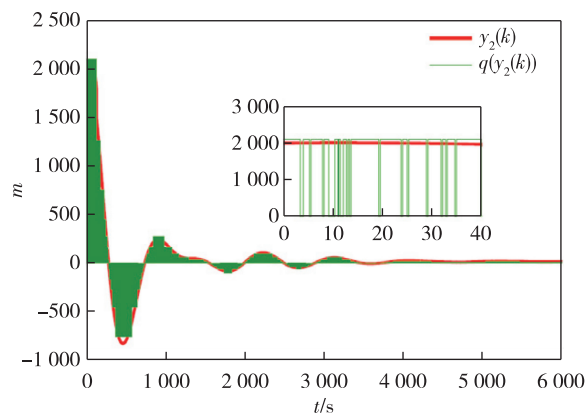


图2 $y_2(k)$ 的值和其所对应量化值 $q(y_2(k))$
Fig. 2 Value of $y_2(k)$ and $q(y_2(k))$

4 结束语

本文采用 Delta 算子方法,研究了输出信号存在

量化和随机数据包丢失情形下的航天器自主交会故障检测滤波器设计问题.对于系统中输出信号的连续丢包现象通过一个服从伯努利序列的随机变量来描述.通过设计一种鲁棒的故障检测滤波器使得故障检测系统是随机稳定的且满足 H_∞ 性能.通过采用线性矩阵不等式方法,给出了故障诊断滤波器存在的充分条件.最后,通过数值算例验证了所提方法的有效性.

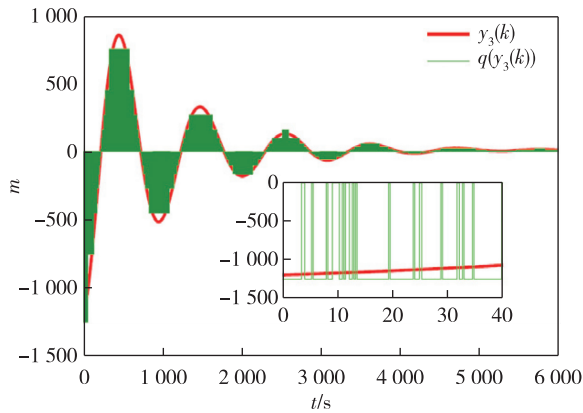
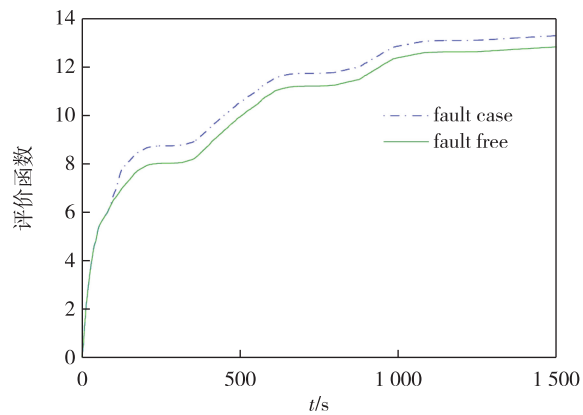
图3 $y_3(k)$ 的值和其对应量化值 $q(y_3(k))$ Fig. 3 Value of $y_3(k)$ and $q(y_3(k))$ 

图4 评价函数

Fig. 4 Evaluation function

参考文献

References

- [1] Chen B, Niu Y G, Zou Y Y. Adaptive sliding mode control for stochastic Markovian jumping systems with actuator degradation [J]. Automatica, 2013, 49(6):1748-1754
- [2] Elia N, Mitter S K. Stabilization of linear systems with limited information [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2001, 46(9):1384-1400
- [3] Gao Y B, Shi P, Li H Y, et al. Output tracking control for fuzzy delta operator systems with time-varying delays [J]. Journal of the Franklin Institute, 2015, 352(7):2951-2970
- [4] Kwak D H, Lee D H, Ahn J H, et al. Fault detection of roller-bearings using signal processing and optimization algorithms [J]. Sensors, 2013, 14(1):283-298
- [5] Li H Y, Gao Y B, Shi P, et al. Output-feedback control for T-S fuzzy delta operator systems with time-varying delays via an input-output approach [J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2015, 23(4):1100-1112
- [6] Niu Y G, Ho D W C, Li C W. Filtering for discrete fuzzy stochastic systems with sensor nonlinearities [J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2010, 18(5):971-978
- [7] Niu Y G, Liu Y H, Jia T G. Reliable control of stochastic systems via sliding mode technique [J]. Optimal Control Applications and Methods, 2013, 34(6):712-727
- [8] Yang H J, Li X, Liu Z X, et al. Fault detection for uncertain fuzzy systems based on the delta operator approach [J]. Circuits, Systems, and Signal Processing, 2014, 33(3):733-759
- [9] Yang H J, Zhang L Y, Zhao L, et al. Fault-tolerant control of delta operator systems with actuator saturation and effectiveness loss [J]. International Journal of Systems Science, 2016, 47(10):2428-2439

Robust fault detection filter for spacecraft autonomous rendezvous via delta operator method

LIU Ruixia¹ ZHANG Huiyan² DU Huanchao¹ XU Yuanbo¹

¹ School of Automation, Xi'an University of Posts & Telecommunications, Xi'an 710121

² National Research Base of Intelligent Manufacturing Service, Chongqing Technology and Business University, Chongqing 400067

Abstract This paper addresses the robust fault detection problem for spacecraft autonomous rendezvous with digital communication constraints. The Clohessy-Wiltshire equation is employed to describe the relative dynamic model, and the discrete-time model with sampling behavior is proposed by using delta operator approach. In this design, the data are exchanged among components of spacecraft, and signal quantization and data packet losses are considered in a unified framework. The stochastic variables with Bernoulli random binary distribution are utilized to describe the random rate dropout. A sufficient condition for the existence of the designed fault detection filter is presented with linear matrix inequalities techniques. Finally, a practical example is illustrated to demonstrate the effectiveness of the proposed fault detection techniques.

Key words spacecraft rendezvous; fault detection; Delta operator; signal quantization; data packet loss