DOI:10.13878/j.cnki.jnuist.2019.04.016



石擎字1 黄霞1

基于阈值可调切换系统的多翅膀混沌 吸引子设计及电路仿真

摘要

关键词

切换系统;阈值调节方法;状态依赖 系统;多翅膀混沌吸引子;电路仿真

中图分类号 0415.5 文献标志码 A

收稿日期 2019-06-27

资助项目 国家自然科学基金(61973199,6157 3008)

作者简介

黄霞(通信作者),女,博士,教授,博士生导师,研究方向为非线性系统理论及应用、神经网络理论及应用.huangxia@sdust.edu.cn

0 引言

状态依赖切换系统是一类特殊的切换系统^[1-2],由一些受切换规则控制的子系统组合而成.基于设计的切换规则,状态依赖切换系统可实现各个子系统之间的自动切换,使得系统表现出更复杂的拓扑结构和动力学行为.另一方面,随着混沌动力学的发展,多翅膀混沌吸引子的设计已成为非线性系统领域新的研究热点^[3-5].与传统的混沌系统相比,状态依赖切换系统的结构更复杂,所以会产生更加多样、随机性更高的混沌信号,特别是在保密通信^[6-7]、信息处理^[8]等实际工程应用中,有着广阔的应用前景.

利用切换系统进行多翅膀混沌吸引子的设计,普遍采用的方法 是在系统状态方程中引入一类偶对称平方函数族^[9-10],通过函数族内 的符号函数等开关函数来扩展系统指标为2的鞍焦平衡点的个数.但 是,考虑到系统是否具有对称性以及状态方程中是否存在非线性项 及平方项等条件的约束,此方法可以应用的非线性系统类型和引入 的函数族的形式都受到了极大的限制.此外,文献[11]通过引入多个 线性状态反馈控制项和非线性状态反馈控制项,设计了一个新型多 翼统一混沌系统,实现了蝴蝶吸引子、蝙蝠形吸引子和新型多翼混沌 吸引子的生成;文献[12]利用 STC89LE52RC 单片机与 FPGA 的通 信,用数字化电路实现了不同的混沌系统间及系统的不同变量之间 的随机和快速分时切换;文献[13]设计了一类轮式切换(wheeling switching)的离散混沌系统,通过设计的轮式开关来改变混沌吸引子 的生成顺序,使得其在一组混沌映射中生成大量新的混沌序列.从以 上研究中不难发现,目前常用的多翅膀混沌吸引子设计及生成方法, 都不可避免地增加了系统物理结构和电路实现的复杂性.另外,目前 鲜有相关工作研究基于阈值可调的状态依赖切换系统的多翅膀混沌 吸引子的设计及实现问题.

基于上述原因,本文设计了一个阈值可调的状态依赖切换系统, 为构造多翅膀混沌吸引子提供了一种新的方案,该设计方案可以在 不增加系统维数或不需要设计复杂的非线性函数的情况下生成多翅 膀混沌吸引子.本文的具体工作为:1)将两个设计好的类 Lorenz 子系 统,通过构造一个阈值可调的切换律组合成一个状态依赖的切换系

¹ 山东科技大学 电气与自动化工程学院,青岛,266590

统,分别分析了两个子系统的平衡点及特性.2)通过 调节系统阈值的方法去改变切换系统的鞍焦平衡 点,使得系统能够产生多翅膀的混沌吸引子.3)根据 电路的设计规范,对系统状态方程进行时间缩放和 尺度变换,然后基于变换后的状态方程搭建切换系 统的模拟电路并进行仿真.电路仿真与数值仿真结 果一致,验证了该设计方案的可行性.

1 模型描述

考虑如下一类状态依赖的切换系统模型:

$$\begin{cases} \dot{x} = -\frac{A(x)B(x)}{A(x) + B(x)}x - yz, \\ \dot{y} = A(x)y + xz + 1.5, \\ \dot{z} = B(x)z + xy, \end{cases}$$
(1)

其中

$$A(x) = \begin{cases} -10, & K_1 \leq x \leq K_2, \\ -25, & x < K_1 \overrightarrow{m} x > K_2, \end{cases}$$
$$B(x) = \begin{cases} -4.3, & K_1 \leq x \leq K_2, \\ -7.9, & x < K_1 \overrightarrow{m} x > K_2. \end{cases}$$

A(x), B(x) 是系统的参数,其值依赖于系统的状态变量 x 和可调的阈值 K_i (i = 1, 2).当A(x) = -10, B(x) = -4.3时,切换系统退化为子系统A;当A(x) = -25, B(x) = -7.9,切换系统退化为子系统B.这两组不同的参数分别对应两个改进的类 Lorenz 系统^[14].

对三维非线性自治系统来说, 鞍焦点对多翅膀 混沌吸引子的产生有重要的作用.其中, 指标 2 的鞍 焦点是产生翅膀的前提, 指标 1 的鞍焦点起着连接 翅膀的关键作用.因此, 在对系统(1) 进行动力学分 析之前, 首先引入如下定义. **定义 1**^[15] 在三维非线性自治系统中,如果其 线性化系统平衡点的特征根 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ 为一个实根 γ 和一对共轭复根 $\delta \pm j\omega$ 的形式,则称这类平衡点为鞍 焦平衡点.若 $\gamma > 0, \delta < 0$,则称此类鞍焦平衡点为指 标 1(Index = 1)的鞍焦点;若 $\gamma < 0, \delta > 0$,则称此类 鞍焦平衡点为指标 2(Index = 2)的鞍焦点.

接下来,分别计算子系统 A 和子系统 B 的平衡 点与相应的特征值,分析平衡点的稳定性,如表 1 和 表 2 所示.

从表1和表2中可以看出,构成切换系统(1)的 每个子系统均具有1个指标1的鞍焦点和4个指标 2的鞍焦点.设置系统的初值为(*x*,*y*,*z*)=(0.01, 0.01,0.01),仿真得到子系统A和子系统B中的4 翅膀混沌吸引子,如图1所示.

2 多翅膀混沌吸引子生成

本节通过改变阈值 *K_i*(*i* = 1,2) 来改变切换系统 (1) 的切换律和系统(1) 鞍焦平衡点的个数,从而生 成具有 4-6-8 翅膀的混沌吸引子.

2.1 情形 1:4 翅膀混沌吸引子的生成

取 K₁ = - 16, K₂ = 5, 则切换系统(1)具有 6 个平 衡点, 如表 3 所示.

从表 3 看出, 当 K_1 = -16, K_2 = 5 时, 子系统 A 的 S_{A1} , S_{A3} 以及子系统 B 的 S_{B2} , S_{B4} 共 4 个平衡点被屏 蔽掉.此时, 切换系统(1) 具有 4 个指标 2 的鞍焦点. 当系统(1)的初始值为(x, y, z) = (0.01, 0.01, 0.01) 时, 系统(1)在 x-y 平面形成 4 翅膀混沌吸引子, 如 图 2 所示.

表 1	子系统 A 的平衡点与特征值

平衡点	特征值	指标
$S_{\rm A0}(0,0.15,0)$	$\lambda_1 = 3.00, \lambda_2 = -4.30, \lambda_3 = -10.00$	1
$S_{\rm A1}(6.42,3.60,5.37),S_{\rm A2}(-6.42,3.60,-5.37)$	$\lambda_1 = -13.84, \lambda_{2,3} = 1.27 \pm 5.85 j$	2
$S_{A3}(6.69, -3.60, -5.60), S_{A4}(-6.69, -3.60, 5.60)$	$\lambda_1 = -14.06, \lambda_{2,3} = 1.38 \pm 6.03 j$	2

表 2	子系统 B 的平衡点与特征值

Tabla 2	The	oquilibrium	nointe	and t	ha aira	nvoluos	of	ubevetom	R
	1116		100000			INVALUES			

Tusto = The equilibrium pointe une ne elgentatues el subsystem B				
平衡点	特征值	指标		
$S_{\rm B0}(0,0.06,0)$	$\lambda_1 = 6.00, \lambda_2 = -7.90, \lambda_3 = -25.00$	1		
$S_{\rm B1}(13.99, 6.89, 12.20), S_{\rm B2}(-13.99, 6.89, -12.20)$	$\lambda_1 = -31.59, \lambda_{2,3} = 2.35 \pm 11.97j$	2		
$S_{B3}(14.11, -6.89, -12.30), S_{B4}(-14.11, -6.89, 12.30)$	$\lambda_1 = -31.68, \lambda_{2,3} = 2.39 \pm 12.05j$	2		

南京信息工纴メ学学报(自然科学版),2019,11(4):467-473

Journal of Nanjing University of Information Science and Technology(Natural Science Edition), 2019, 11(4):467-473









平衡点	特征值	指标
$S_{\rm A0}(0,0.15,0)$	$\lambda_1 = 3.00, \lambda_2 = -4.30, \lambda_3 = -10.00$	1
$S_{\rm B0}(0,0.06,0)$	$\lambda_1 = 6.00, \lambda_2 = -7.90, \lambda_3 = -25.00$	1
$S_{\rm A2}(-6.42, 3.60, -5.37)$	$\lambda_1 = -13.84, \lambda_{2,3} = 1.27 \pm 5.85j$	2
$S_{\rm A4}(-6.69, -3.60, 5.60)$	$\lambda_1 = -14.06, \lambda_{2,3} = 1.38 \pm 6.03j$	2
$S_{\rm B1}(13.99, 6.89, 12.20)$	$\lambda_1 = -31.59, \lambda_{2,3} = 2.35 \pm 11.97j$	2
$S_{\rm B3}(14.11, -6.89, -12.30)$	$\lambda_1 = -31.68, \lambda_{2,3} = 2.39 \pm 12.05j$	2





Fig. 2 When $K_1 = -16$, $K_2 = 5$,

chaotic attractor of switched system(1)

2.2 情形 2:6 翅膀混沌吸引子的生成

取 *K*₁=-17,*K*₂=9,切换系统(1)具有 8 个平衡 点,如表 4 所示.

同样,从表4可以看出,当 K_1 =-17, K_2 =9时,子 系统 B的 S_{B2} , S_{B4} 两个平衡点被屏蔽掉.此时,切换系 统(1)具有6个指标2的鞍焦点.当系统(1)的初始 值取为(x,y,z)=(0.01,0.01,0.01)时,系统(1)在 x-y平面形成6翅膀混沌吸引子,如图3所示.



图 3 当 $K_1 = -17, K_2 = 9$ 时,切换系统(1)混沌吸引子的相图 Fig. 3 When $K_1 = -17, K_2 = 9$, chaotic attractor of switched system(1)

2.3 情形 3:8 翅膀混沌吸引子的生成

设置 *K*₁ = -10, *K*₂ = 10, 则切换系统(1) 具有 10 个平衡点, 如表 5 所示.

从表 5 看出,当 K₁ = - 10,K₂ = 10 时,子系统 A 与子系统 B 的所有平衡点共存.此时,切换系统(1) 具有 8 个指标为 2 的鞍焦点.当系统(1) 的初始值取 为(*x*,*y*,*z*) = (0.01,0.01,0.01) 时,系统(1) 在 *x*-*y* 平面上形成一个 8 翅膀的混沌吸引子,如图 4 所示.

表 4	当 K ₁ =-17,K ₂ =9 时	,切换系统(1)的平衡点与特征值
-----	---	------------------

Table 4	When $K_1 = -17, K_2 = 9$, the equilibrium	points and	eigenvalues	of switched	system	(1)
---------	---------------------------	-------------------	------------	-------------	-------------	--------	-----

平衡点	特征值	指标
$S_{\rm A0}(0,0.15,0)$	$\lambda_1 = 3.00, \lambda_2 = -4.30, \lambda_3 = -10.00$	1
$S_{\rm B0}(0, 0.06, 0)$	$\lambda_1 = 6.00, \lambda_2 = -7.90, \lambda_3 = -25.00$	1
$S_{\rm B1}(13.99, 6.89, 12.20)$	$\lambda_1 = -31.59, \lambda_{2,3} = 2.35 \pm 11.97 j$	2
$S_{\rm B3}(14.11, -6.89, -12.30)$	$\lambda_1 = -31.68, \lambda_{2,3} = 2.39 \pm 12.05j$	2
$S_{\rm A1}(6, 42, 3, 60, 5, 37), S_{\rm A2}(-6, 42, 3, 60, -5, 37)$	$\lambda_1 = -13.84, \lambda_{2,3} = 1.27 \pm 5.85j$	2
$S_{A3}(6.69, -3.60, -5.60), S_{A4}(-6.69, -3.60, 5.60)$	$\lambda_1 = -14.06, \lambda_{2,3} = 1.38 \pm 6.03j$	2

		表 5	当 $K_1 = -10, K_2 = 10$ 时	,切换系统(1)的平衡点与特征(
--	--	-----	---------------------------	---------	-----------

Table 5 When $K_1 = -10$, $K_2 = 10$, the equilibrium points and eigenvalues of switched system (1)				
平衡点	特征值	指标		
$S_{\rm A0}(0,0.15,0)$	$\lambda_1 = 3.00, \lambda_2 = -4.30, \lambda_3 = -10.00$	1		
$S_{\rm B0}(0,0.06,0)$	$\lambda_1 = 6.00, \lambda_2 = -7.90, \lambda_3 = -25.00$	1		
$S_{\rm A1}(6.42, 3.60, 5.37), S_{\rm A2}(-6.42, 3.60, -5.37)$	$\lambda_1 = -13.84, \lambda_{2,3} = 1.27 \pm 5.85j$	2		
$S_{A3}(6.69, -3.60, -5.60), S_{A4}(-6.69, -3.60, 5.60)$	$\lambda_1 = -14.06, \lambda_{2,3} = 1.38 \pm 6.03j$	2		
$S_{\rm B1}(13.99, 6.89, 12.20), S_{\rm B2}(-13.99, 6.89, -12.20)$	$\lambda_1 = -31.59, \lambda_{2,3} = 2.35 \pm 11.97j$	2		
$S_{B3}(14.11, -6.89, -12.30), S_{B4}(-14.11, -6.89, 12.30)$	$\lambda_1 = -31.68, \lambda_{2,3} = 2.39 \pm 12.05j$	2		



图 4 当 $K_1 = -10, K_2 = 10$ 时,切换系统(1) 混沌吸引子的相图 Fig. 4 When $K_1 = -10, K_2 = 10$, chaotic attractor of switched system (1)

interest of enteriod system (1)

本节通过分析切换系统(1)在不同阈值 K_i(i= 1,2)下的平衡点个数与混沌吸引子的相图,进一步 验证了基于阈值可调系统生成多翅膀混沌吸引子方 案的可行性.实际上,该方案通过调节阈值 K_i来改变 系统(1)的切换律,调节系统(1) 鞍焦平衡点的个数 和分布,从而改变了系统(1)混沌吸引子翅膀的数量 和空间位置,实现了多翅膀混沌吸引子的生成.

3 电路的实现与仿真

3.1 时间缩放和尺度变换

首先,为了保证各模拟元器件在允许电压范围 内正常工作以及提高系统的输出响应速度^[16],需要 对切换系统(1)进行时间缩放和尺度变换.设定时间 缩放因子 $\gamma = 100t$, 尺度变换因子 $\lambda = 10.$ 则系统(1) 变为

$$\begin{cases} \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}\gamma} = -100 \times \frac{A'(x)B'(x)}{A'(x) + B'(x)}x - 100\lambda yz, \\ \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}\gamma} = 100 \times A'(x)y + 100\lambda xz + 1.5 \times \frac{100}{\lambda}, \qquad (2) \\ \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}\gamma} = 100 \times B'(x)z + 100\lambda xy. \end{cases}$$

$$\stackrel{\text{gen}}{=} 2 \mathfrak{P} = \mathfrak{P}$$

$$\begin{cases} \dot{x} = -100 \times \frac{A'(x)B'(x)}{A'(x) + B'(x)}x - 1\ 000yz, \\ \dot{y} = 100 \times A'(x)y + 1\ 000xz + 15, \\ \dot{z} = 100 \times B'(x)z + 1\ 000xy, \end{cases}$$
(3)

其中

$$A'(x) = \begin{cases} -10, \frac{K_1}{10} \le x \le \frac{K_2}{10}, \\ -25, x < \frac{K_1}{10} \overrightarrow{m} x > \frac{K_2}{10}, \\ \end{cases}$$
$$B'(x) = \begin{cases} -4.3, \frac{K_1}{10} \le x \le \frac{K_2}{10}, \\ -7.9, x < \frac{K_1}{10} \overrightarrow{m} x > \frac{K_2}{10}. \end{cases}$$

由于线性变换不会改变系统的物理特性,因此, 系统(1) 与系统(3) 是等价的.根据系统(3) 的状态 方程,按输出为 \dot{x} , \dot{y} , \dot{z} 的电压信号将子系统 A 分为 U_1 , V_1 , W_1 三相,子系统 B 分成 U_2 , V_2 , W_2 三相,系统 的阈值采用直流电压源 V₁, V₂来表示, 搭建其模拟电路, 如图 5 所示.

输出为 *x* 的电压信号与阈值做比较运算的结果 输入给 ADG408 模拟开关^[17].3 个 Switch-mod 子电 路在每一时刻都处在同一工作状态.*U*₁,*V*₁,*W*₁ 的组 合形成改进后的子系统 A;*U*₂,*V*₂,*W*₂ 的组合形成了 改进后的子系统 B.这样就确保了在同一时刻,当 3 个模拟开关的 A0 位输入为高电平时,系统切换到子 系统 A 输出;低电平时,系统切换到子系统 B 输出.

3.2 电路仿真结果与分析

调节 V₁, V₂, 实现系统(3) 在不同阈值条件下生 成具有不同翅膀的混沌吸引子. 如图 6 所示, 所设计 的模拟电路分别实现了 4-6-8 翅膀混沌吸引子, 与数 值仿真结果一致, 证实了本文设计的多翅膀混沌吸 引子电路实现的可行性.

4 结束语

本文设计了一个能生成多翅膀混沌吸引子的状



b. Switch-mod 子电路

图 5 模拟电路

Fig. 5 Analog circuit diagram



Fig. 6 The phase diagram of circuit simulation

态依赖的切换系统,它本质上是由两个类 Lorenz 子 系统构成的一个切换系统,其拓扑结构要比单个类 Lorenz 系统更复杂.更重要的是,本文提出了一种通 过调节状态依赖切换系统的阈值来生成多翅膀混沌 吸引子的方法,为多翅膀混沌吸引子的设计提供了 新的思路.此外,在该系统模拟电路设计中,遵循先 分组再整合的设计思路,构造了 3 个 Switch-mod 子 电路,用以控制该系统在不同阈值下切换输出子系 统 A 和子系统 B.实验结果证实了该设计方案的可 行性,同时表明:该方案可以在不增加系统维数或不 需要设计复杂非线性函数的情况下产生多翅膀混沌 吸引子.

参考文献

References

- [1] Yang D, Li X D, Qiu J L. Output tracking control of delayed switched systems via state-dependent switching and dynamic output feedback [J]. Nonlinear Analysis: Hybrid Systems, 2019, 32:294-305
- [2] Ding X Y, Liu X. Stability analysis for switched positive linear systems under state-dependent switching[J].International Journal of Control, Automation and Systems, 2017,15(2):481-488
- [3] 孙克辉,傅元理.简化 Lorenz 系统多翅膀混沌吸引子的设计与电路实现[J].动力学与控制学报,2016,14 (5):395-400
 - SUN Kehui, FU Yuanli.Design and circuit realization of a multi-wing chaotic attractor insimplified Lorenz system [J].Journal of Dynamics and Control, 2016, 14 (5): 395-400
- [4] 张国山,胡雪兰.一个新的多翅膀混沌系统分析与同步[J].信息与控制,2016,45(1):86-93 ZHANG Guoshan, HU Xuelan. Analysis and synchronization of a novel multi-wing chaotic system[J]. Information and Control,2016,45(1):86-93
- [5] 周欣,王春华,郭小蓉.一个新的网格多翅膀混沌系统及其电路实现[J].物理学报,2012,61(20):121-130
 ZHOU Xin, WANG Chunhua, GUO Xiaorong. A new grid multi-wing chaotic system and its circuit implementation
 [J].Acta Physica Sinica,2012,61(20):121-130
- [6] 刘林芳, 芮国胜, 张洋, 等. 基于相空间对称 Lorenz 阵 子群的混沌保密通信研究[J]. 通信学报, 2019, 40 (5):32-38
 - LIU Linfang, RUI Guosheng, ZHANG Yang, et al. Research on the chaotic secure communication of the phase-space symmetric Lorenz oscillator group [J]. Journal on Communications, 2019, 40(5):32-38
- [7] 薛薇,谭东程,张妹,等.基于 FPGA 的四翼超混沌系 统同步及其保密视频通信[J].山东大学学报(工学 版),2019,49(2):1-7 XUE Wei,TAN Dongcheng,ZHANG Mei, et al. A fourwing hyperchaotic system synchronization and its secure video communication based on FPGA [J]. Journal of Shandong University (Engineering Science): 2019, 49 (2):1-7
- [8] 李冰立.三维混沌映射和位信息处理的图像隐藏算法
 [J].华侨大学学报(自然科学版),2016,37(1):58-61
 LI Bingli.Image hiding algorithm for 3-D chaotic mapping and bit information processing [J]. Journal of Huaqiao University(Natural Science),2016,37(1):58-61
- [9] 王建华,卢鑫.一个多翅膀混沌系统的设计[J].西南 大学学报(自然科版),2012,34(5):57-62 WANG Jianhua,LU Xin. Design of a multi-wing chaotic system[J].Journal of Southwest University (Natural Science Edition),2012,34(5):57-62
- [10] 高秉建.基于 Liu 混沌系统生成的多翅膀蝴蝶吸引子
 [J].复杂系统与复杂性科学,2016,13(1):91-94
 GAO Bingjian. Multi-wing butterfly attractor from amodifiedchaotic system[J]. Complex Systems and Complexity

南京信息工ビナ学学报(自然科学版),2019,11(4):467-473

Journal of Nanjing University of Information Science and Technology(Natural Science Edition), 2019, 11(4):467-473

Science, 2016, 13(1):91-94

- [11] 李鑫,曾以成,王维,等.新型多翼统一混沌系统[J]. 太赫兹科学与电子信息学报,2017,15(4):676-683
 LI Xin, ZENG Yicheng, WANG Wei, et al. New type of the multi-wing unified chaotic system[J].Journal of Terahertz Science and Electronic Information Technology, 2017,15(4):676-683
- [12] 张建广,康守强,纪斌,等.单片机和 FPGA 实现的多 混沌吸引子切换系统[J].计算机工程与应用,2014, 50(18):70-74
 ZHANG Jianguang, KANG Shouqiang, JI Bin, et al. Implementation of chaotic attractor switched systems by using MCU and FPGA [J]. Computer Engineering and Application,2014,50(18):70-74
- [13] Wu Y, Zhou Y C, Bao L. Discrete wheel-switching chaotic system and applications [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers, 2014, 61 (12): 3469-3477
- [14] 王琳,倪樵,刘攀,等.一种新的类 Lorenz 系统的混沌

行为与形成机制[J].动力学与控制学报,2005,3(4): 1-6

WANG Lin, NI Qiao, LIU Pan, et al. Chaotic and generation mechanism of a new Lorenz-like system [J]. Journal of Dynamics and Control, 2005, 3(4):1-6

- [15] Chua L, Komuro M, Matsumoto T. The double scroll family[J].IEEE Transactions on Circuits and Systems, 1986,33(11):1072-1118
- Yuan F, Wang G Y, Wang X W.Extreme multistability in a memristor-based multi-scroll hyper-chaotic system [J]. Chaos: an Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science, 2016,26(7):073107
- [17] 巩银苗,鲁西坤,徐帅,等.基于LM339电压比较器的 交流过零检测电路设计[J].煤矿机电,2018,228(5): 35-36,39

GONG Yinmiao, LU Xikun, XU Shuai, et al. Design of AC crossing detection circuit based on voltagecomparator LM339[J]. Colliery Mechanical & Electrical Technology, 2018, 228(5): 35-36, 39

Design and circuit simulation of a multi-wing chaotic attractor based on a threshold-adjustables witched system

SHI Qingyu¹ HUANG Xia¹

1 College of Electrical Engineering and Automation, Shandong University of Science and Technology, Qingdao 266590

Abstract In this paper, a design scheme for the generation of multi-wing chaotic attractors by adjusting the threshold of a class of state-dependent switched systems is proposed.First, two Lorenz-like subsystems are constructed, and based on these two subsystems, threshold-dependent switching law is designed, and a state-dependent switched system is constructed.Finally, by adjusting the threshold of the switched system, the number and distribution of saddle-focus equilibrium points of the switched system can be changed.Therefore, the constructed switched system can generate chaotic attractors with 4-6-8 wings.In addition, the analog circuit of the switched system is designed by analyzing the state equations of the switched system.The simulation results of the analog circuit are consistent with those of numerical simulation.The experimental results show that the proposed design scheme provides a method of generating multi-wing chaotic attractors without increasing the dimension of the system or designing complex nonlinear functions.

Key words switched system; threshold turning approach; state-dependent system; multi-wing chaotic attractors; circuit simulation