巩健1 曹进德2 赵园3



# 一种领队车输入未知的多车辆纵向协作控制方法

#### 摘要

本文考虑了领队车控制输入未知的情况,提出一种多车辆纵向协作控制方法.首先,通过采用精确反馈线性化化 术,得到了线性的车辆的动力学模型.然后,采用双向领队跟随通信策略,基于邻居车辆的状态信息,为每辆跟随车设计分布式控制律.考虑在领队车输入车辆的情况下,提出了一种有效的多车辆以的情控制算法,能够保证多车辆系统以真结果展示了所提出控制器设计算法的有效性和优越性.

#### 关键词

多车辆系统;协作控制;内部稳定性;分布式控制

中图分类号 TP273.1 文献标志码 A

#### 收稿日期 2019-06-13

**资助项目** 国家自然科学基金(61573106);江 苏省研究生科研与实践创新计划(KYLX16\_ 0271,KYCX18\_0151);天津师范大学博士项目 (135202XB1613)

#### 作者简介

巩健,男,博士生,研究方向为智能交通系统、车路协同.Gongjian\_reus@163.com

# 0 引言

智能交通系统(Intelligent Transportation Systems, ITS)能够有效利用现有交通道路条件缓解交通压力、保障交通安全,因而受到了各国政府部门的重视[1].其中,作为 ITS 重要一环,车辆的协作控制已经引起了相关学者的广泛关注.通过利用 Vehicle-to-Vehicle(V2V)通信和 Vehicle-to-Infrastructure(V2I)通信,纵向的多车协作控制能够使车辆安全、高效地协作行驶,同时能够允许更短的车间距离,从而提升交通效率.

在智能交通系统中,纵向多车协作控制的目标在于控制跟随车 辆能够跟踪领队车的车速,同时与相邻车辆保持期望的车距.近年来, 研究者们对多车协作控制的相关问题进行了大量的研究,例如动力 学建模[2-3]、间距策略的选取[4-5]、通信拓扑结构[6]、通信受限的影 响[7]和串稳定性的研究[2,4]等问题.对于车辆动力学模型的研究,文 献[2]将加速度作为控制输入,引入了二阶模型作为车辆的模型.为了 获取更多车辆动力学的特性,文献[3]将三阶线性模型作为车辆的动 力学模型.此外,文献[8]直接使用非线性模型来表征车辆的动力学. 对于间距策略的选择,常用的间距策略包含两种:常距离间距策略 (CD)和常时间间距策略(CTH).在常距离间距策略中,期望的车间距 始终为一定值,与车速无关,而常时间间距策略中期望的车间距一般 定义为与车速相关的线性函数.文献[4]采用常时间间距策略研究了 V2V 通信为自动车队控制系统带来的优势.相反地,文献[5]则采用 常距离间距策略来解决车队的控制问题.在多车协作系统中,通信拓 扑的结构决定了车辆如何获得周围车辆的信息.文献[6]借助于图论, 研究了不同通信拓扑结构下的车队系统的内部稳定性和可扩展性.串 稳定性要求由扰动或领队车参考轨迹变化造成的间距误差不随队列 向后放大.例如,文献[4]在不同的车队框架下对串稳定性问题进行了 研究.

无论采用何种动力学模型、间距策略和通信拓扑结构,内部稳定性是多车辆协作控制的基本要求.目前,主要存在两种方法来研究车队的内部稳定性,分别为集中式方法<sup>[9]</sup>和分布式方法<sup>[7]</sup>.集中式方法将整个车队作为一个结构化系统,并设计集中式控制器对车队进行控制.例如,文献[9]提出了基于全局车队的动力学模型,通过求解线性矩阵不等式(LMI)来获得保证系统内部稳定的控制器参数.这种方

<sup>1</sup> 东南大学 智能运输系统(ITS)研究中心, 南京.210096

<sup>2</sup> 东南大学 数学学院,南京,210096

<sup>3</sup> 天津师范大学 计算机与信息工程学院,天津,300387

法的主要缺点是随着车队中车辆数目的增加,计算效率将急剧下降.分布式方法将全局车队系统进行解耦,分别为每辆车单独设计控制器.例如,文献[7]为每辆跟随车设计分布式控制器,对通信时延影响下的内部稳定性和串稳定性问题进行了研究.这种方法的优点在于,车队中车辆数目的增加不会增加计算的复杂度,并且能够在这种方法框架下研究通信拓扑结构和通信受限对于车队系统的影响.

目前已有的大部分文献<sup>[67,10]</sup>,在理论建模分析时均假设领队车输入为零,即领队车保持常速度行驶.然而在实际中,领队车会随着实际交通状况进行加速或减速,即领队车的控制输入量是时变的,并且领队车输入未知会对整个车队控制系统的稳定性造成影响.为了解决这一问题,本文考虑领队车输入未知且有界的情况,为每辆跟随车设计控制器,使得每辆车均能跟踪领队车的速度,且相邻车辆能够保持期望的车间距,即能够保证车队系统内部稳定性.

# 1 问题的描述

### 1.1 车辆的纵向动力学模型

考虑一个车队系统中包含了 N+1 辆车, 行驶在一维的水平道路上, 如图 1 所示. 其中, 每辆车都装配有车载通信设备(V2V)和全球定位系统(GPS). 定义领队车的编号为 0, 跟随车的编号分别为 1, 2, …, N. 每辆跟随车都能够接收到与它直接相邻的车辆以及领队车的状态信息, 如位置和速度信息.

对于图 1 中的每一辆车,车辆的动力学包含了发动机、传动系统、刹车系统、空气阻力、轮胎摩擦力、滚动阻力和重力等非线性因素.定义  $s_i$  和  $v_i$  分别为第 i 辆车( $i=0,1,\cdots,N$ )的位置(车辆后保险杠的位置)和速度.根据文献[2,6],第 i 辆车的动力学模型可以由下面的非线性方程表示:

$$\begin{cases} \dot{s}_{i} = v_{i}, \\ \dot{v}_{i} = \frac{1}{M_{i}} (\eta \frac{T_{i}(t)}{R_{a}} - M_{i}g\mu_{f} - C_{A}v_{i}^{2}), \end{cases}$$
(1)

式中,  $M_i$ 表示第 i 车的质量,  $T_i(t)$  表示车辆实际的驱动力或制动力的力矩,  $\eta$  表示传动系统的机械效率,  $R_a$  为轮胎半径, g 表示重力加速度常数,  $\mu_f$  表示滚动阻力系数,  $C_A$  为空气阻力系数.

为了便于系统分析以及控制器设计,采用精确 反馈线性化技术<sup>[2,6]</sup>,引入如下方程:

$$T_i(t) = \frac{R_a}{n} (C_{\Lambda} v_i^2 + M_i g \mu_f + M_i u_i), \qquad (2)$$

其中,  $u_i$ 表示期望的控制输入.然后,将式(2)代入到式(1)中,得到如下线性的车辆动力学模型:

$$\begin{cases} \dot{s_i}(t) = v_i(t), \\ \dot{v_i}(t) = u_i(t), \end{cases} \qquad i = 0, 1, \dots, N.$$
 (3)

#### 1.2 控制目标

为了便于对车队控制器进行设计,根据线性化的车辆模型(3),可得如下车辆模型的状态方程方程:

$$\dot{\boldsymbol{x}}_{i} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}_{i} + \boldsymbol{B}\boldsymbol{u}_{i}, \tag{4}$$

$$\not \perp \boldsymbol{\Psi}, \quad \boldsymbol{x}_{i}(t) = \begin{bmatrix} s_{i}(t) & v_{i}(t) \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}.$$

值得注意的是,目前已有的大多数车队控制的 文献中都假定领队车的输入为零,即  $u_0$ =0.而在实际应用中,领队车的速度以及加速度都不可避免地发生变化,即控制输入不为零.因此,本文中考虑在领队车的控制输入不为零且未知的情况下,设计车队控制器,使其满足下文的控制目标.

本文的控制目标:在领队车的控制输入未知的 条件下,设计控制器使车队系统能够满足内部稳定 性,即所有跟随车辆能够跟踪领队车的车速,且相邻 车辆能够保持理想的车距,例如:

$$\begin{cases} s_i(t) \to s_{i-1}(t) - d_{i,i-1} - l_i, \\ v_i(t) \to v_0(t), \end{cases} i = 1, \dots, N,$$

式中, $d_{i,i-1}$  表示第 i 辆车与前车的理想的车距, $l_i$  表示第 i 辆车的车长.

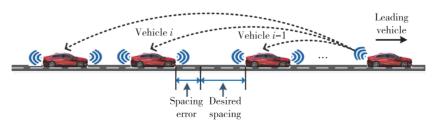


图 1 基于双向领队车跟随通信策略的多车辆协作系统

Fig. 1 Cooperative multiple-vehicle systems with bidirectional-leader topology strategy

# 2 分布式多车辆协作控制器设计

本节考虑领队车输入未知的情况下,给出一个车队控制器的设计方法,使得每辆跟随车都能够跟踪领队车的速度,且相邻车辆都保持期望的车距行驶.

定义误差的辅助变量 $\bar{s}_i$ 和 $\bar{v}_i$ 如下:

$$\begin{cases} \tilde{s}_{i}(t) = s_{i}(t) - s_{0}(t) + \sum_{j=0}^{i-1} d_{j,j+1} + \sum_{j=1}^{i} l_{j}, \\ \tilde{v}_{i}(t) = v_{i}(t) - v_{0}(t), \end{cases}$$
(5)

式中,  $d_{j,j+1}$ 表示车辆j 和车辆j+1 之间期望的车距. 其中,  $\tilde{s}_0(t) = \tilde{v}_0(t) = 0$ .

定义车辆的跟踪误差的集总向量为  $z_i(t) = \begin{bmatrix} \tilde{s}_i(t) & \tilde{v}_i(t) \end{bmatrix}^{\mathsf{T}}$ .然后,将式(5)代入到车辆模型(4)中,可以得到如下的误差系统:

$$\dot{z}_i(t) = Az_i(t) + Bu_i(t) - Bu_0(t),$$

$$i = 1, 2, \dots, N.$$
(6)

根据邻居车辆的状态信息,为第 *i* 辆车设计如下控制律:

$$\mathbf{u}_{i}(t) = \theta_{1}\mathbf{K}(\mathbf{z}_{i}(t) - \mathbf{z}_{i-1}(t) + \mathbf{z}_{i}(t) - \mathbf{z}_{i+1}(t) + \mathbf{z}_{i}(t) - \mathbf{z}_{0}(t)) + \theta_{2}\mathrm{sgn}(\mathbf{K}(\mathbf{z}_{i}(t) - \mathbf{z}_{i-1}(t) + \mathbf{z}_{i}(t) - \mathbf{z}_{i+1}(t) + \mathbf{z}_{i}(t) - \mathbf{z}_{0}(t))),$$
 (7)   
式中, $\mathbf{K} = [\mathbf{k}_{s} \quad \mathbf{k}_{v}]$ , $\mathbf{k}_{s}$  和  $\mathbf{k}_{v}$ 分别为待设计的位置和 速度控制器反馈增益, $\theta_{1}$  和  $\theta_{2}$  表示耦合强度.将控制 律式(7)代入到误差系统(6)中,误差系统的闭环动力学模型可以改写为

 $\dot{z}_{i}(t) = Az_{i}(t) + \theta_{1}BK(z_{i}(t) - z_{i-1}(t) + z_{i}(t) - z_{i+1}(t) + z_{i}(t) - z_{0}(t)) + \theta_{2}Bsgn(K(z_{i}(t) - z_{i-1}(t) + z_{i}(t) - z_{i+1}(t) + z_{i}(t) - z_{0}(t))) - Bu_{0}(t).$ (8) 定义所有车辆误差的集总状态向量为  $Z = [z_{1}^{T}, z_{2}^{T}, \dots, z_{N}^{T}]^{T} \in \mathbf{R}^{2N\times 1}$ .因此,可以得到一个统一的车队闭环误差系统如下:

 $\dot{\mathbf{Z}}(t) = (\mathbf{L}_N \otimes \mathbf{A} + \theta_1(\mathbf{L}_N \otimes \mathbf{BK}))\mathbf{Z}(t) + \theta_2(\mathbf{L}_N \otimes \mathbf{B}) \operatorname{sgn}((\mathbf{L}_N \otimes \mathbf{BK})\mathbf{Z}(t)) - (\mathbf{1} \otimes \mathbf{B})\mathbf{u}_{\theta}(t),$  (9) 式中,  $\mathbf{L}_N \in \mathbf{R}^{N \times N}$  为描述所有跟随车辆之间通信拓扑关系的拉普拉斯矩阵:

$$\boldsymbol{L}_{N} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & & & & \\ -1 & 3 & -1 & & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & -1 & 3 & -1 \\ & & & -1 & 2 \end{bmatrix}.$$

因此,如果误差系统(9)是稳定的,那么分布式多车辆协作控制问题将得以解决.

为了得到控制器设计的主要结果,需在下文中引入引理1.

引理  $\mathbf{1}^{[11]}$  给定一个矩阵对(A,B),其中  $A \in \mathbf{R}^{n \times n}$ ,  $B \in \mathbf{R}^{n \times m}$ ,  $m \le n$ , 如果(A,B) 是可控的, 存在一个正定矩阵  $P \in \mathbf{R}^{n \times n}$  以及任意参数  $\alpha \in \mathbf{R}$  使得下面式子成立:

$$AP + PA^{\mathrm{T}} - 2BB^{\mathrm{T}} + 2\alpha P < 0.$$

定理 1 对于多车辆协作系统(3),如果存在一个正标量参数  $\alpha$  以及一个正对称矩阵 P,使得  $AP + PA^{T} - 2BB^{T} + 2\alpha P < 0$  成立,那么多车辆分布式跟踪控制问题将得以解决.并且,控制器增益  $K = -B^{T}P^{-1}$ , 控制器的耦合强度需满足  $\theta_{1} \geq 1/\lambda_{\min}(L_{N})$  和  $\theta_{2} \geq \omega$ ,其中  $\omega = |a_{0}|_{\max}$ ,同时车辆间距误差的指数收敛速率大于等于  $\exp(-\alpha t)$ .

**证明** 为车队系统(9)选择如下的李雅普诺夫函数:

 $V(t) = \mathbf{Z}^{\mathrm{T}}(t) (\mathbf{L}_{N} \otimes \mathbf{P}^{-1}) \mathbf{Z}(t)$ , (10) 式中, $\mathbf{P}$ >0. 根据图论, $\mathbf{L}_{N}$ >0,并且,V(t)为正定且连续可微的函数.

根据文献[12],如果勒贝格测度f是连续的,则  $\kappa[f] = \{f\}$ .其中, $\kappa[f]$ 表示勒贝格测度为零的所有集合的交集.沿系统(10)的轨迹求集值李导数,可得下式:

$$\dot{V}(t) = \mathbf{Z}^{\mathrm{T}}(\mathbf{L}_{N} \otimes (\mathbf{P}^{-1}\mathbf{A} + \mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{P}^{-1}) + 2\theta_{1}\mathbf{L}_{N}^{2} \otimes \mathbf{P}^{-1}\mathbf{B}\mathbf{K})\mathbf{Z} + 2\theta_{2}\mathbf{Z}^{\mathrm{T}}(\mathbf{L}_{N} \otimes \mathbf{P}^{-1}\mathbf{B})\operatorname{sgn}((\mathbf{L}_{N} \otimes \mathbf{K})\mathbf{Z}) - 2\mathbf{Z}^{\mathrm{T}}(\mathbf{L}_{N} \otimes \mathbf{P}^{-1}\mathbf{B})\mathbf{u}_{0}.$$
(11)

通过引入状态变换  $\tilde{\mathbf{Z}}(t) = (\mathbf{L}_{N} \otimes \mathbf{P}^{-1})\mathbf{Z}(t)$ ,将  $\mathbf{K} = -\mathbf{B}^{\mathsf{T}}\mathbf{P}^{-1}$  代入到式(11)中且  $\mathbf{x}^{\mathsf{T}}\operatorname{sgn}(\mathbf{x}) = \|\mathbf{x}\|_{1}$ ,可得下式。

 $\dot{V}(t) = \tilde{\mathbf{Z}}^{\mathsf{T}}(\mathbf{L}_{N} \otimes (\mathbf{AP} + \mathbf{P}\mathbf{A}^{\mathsf{T}}) - 2\theta_{1}\mathbf{L}_{N}^{2} \otimes \mathbf{B}\mathbf{B}^{\mathsf{T}})\tilde{\mathbf{Z}} - 2\theta_{2} \parallel (\mathbf{L}_{N} \otimes \mathbf{B}^{\mathsf{T}})\tilde{\mathbf{Z}} \parallel_{1} - 2\tilde{\mathbf{Z}}^{\mathsf{T}}(\mathbf{L}_{N}\mathbf{1} \otimes \mathbf{B})\mathbf{u}_{0}.$  (12) 根据 Holder 不等式  $\parallel \mathbf{fg} \parallel_{1} \leqslant \parallel \mathbf{f} \parallel_{1} \parallel \mathbf{g} \parallel_{\infty}$ , 使得:

$$\dot{V}(t) \leq \tilde{\mathbf{Z}}^{\mathrm{T}}(\mathbf{L}_{N} \otimes (\mathbf{A}\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A}^{\mathrm{T}}) - \theta_{1}\mathbf{L}_{N}^{2} \otimes \mathbf{B}\mathbf{B}^{\mathrm{T}})\tilde{\mathbf{Z}} - 2(\theta_{2} - \boldsymbol{\omega}) \parallel (\mathbf{L}_{N} \otimes \mathbf{B}^{\mathrm{T}})\tilde{\mathbf{Z}} \parallel_{1}.$$
(13)

选择参数  $\theta_2$ , 使  $\theta_2 \ge \omega$ , 并引入新的状态变换  $\hat{\mathbf{Z}}(t) = (\mathbf{T}^T \otimes \mathbf{I}_N)\tilde{\mathbf{Z}}(t)$ , 其中,  $\mathbf{T}$  是正交矩阵, 使得  $\mathbf{Q}^T\mathbf{L}_N\mathbf{Q} = \mathbf{\Lambda} = \operatorname{diag}\{\lambda_1, \dots, \lambda_N\}, \lambda_i > 0$ . 然后, 可以得到如下不等式:

$$\dot{V}(t) \leq \hat{\mathbf{Z}}^{\mathsf{T}} (\mathbf{\Lambda} \otimes (\mathbf{A}\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A}^{\mathsf{T}}) - 2\theta_{1}\mathbf{\Lambda}^{2} \otimes \mathbf{B}\mathbf{B}^{\mathsf{T}})\hat{\mathbf{Z}} = \sum_{i=1}^{N} \lambda_{i} \hat{\mathbf{Z}}^{\mathsf{T}} (\mathbf{A}\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A}^{\mathsf{T}} - 2\theta_{1}\lambda_{i}\mathbf{B}\mathbf{B}^{\mathsf{T}})\hat{\mathbf{Z}}.$$
(14)

令耦合强度系数  $\theta_1$  满足  $\theta_1 \ge 1/\min\{\lambda_i\}$  i = 1,

···.N.根据引理 1.可得:

$$\dot{V}(t) \leq \sum_{i=1}^{N} \lambda_{i} \hat{\mathbf{Z}}_{i}^{T} (\boldsymbol{A}\boldsymbol{P} + \boldsymbol{P}\boldsymbol{A}^{T} - 2\boldsymbol{B}\boldsymbol{B}^{T}) \hat{\mathbf{Z}}_{i} < \sum_{i=1}^{N} \lambda_{i} \hat{\mathbf{Z}}_{i}^{T} (-2\alpha \boldsymbol{P}) \hat{\mathbf{Z}}_{i} = -2\alpha \boldsymbol{Z}^{T} (\boldsymbol{L}_{N} \otimes \boldsymbol{P}^{-1}) \boldsymbol{Z} = -2\alpha \boldsymbol{V}(t).$$
(15)

根据 Comparison 引理 $^{[13]}$ ,由式(15),可得  $V(t) < e^{-2\alpha t}V(0)$ ,

$$\lambda_{\min}(\boldsymbol{L}_{N} \otimes \boldsymbol{P}^{-1}) \| \boldsymbol{Z}(t) \|_{2}^{2} < e^{-2\alpha t} \lambda_{\max}(\boldsymbol{L}_{N} \otimes \boldsymbol{P}^{-1}) \| \boldsymbol{Z}(0) \|_{2}^{2},$$
(16)

因此,可得:

$$\|\mathbf{Z}(t)\|_{2} < \rho e^{-\alpha t} \|\mathbf{Z}(0)\|_{2}, \tag{17}$$

其中, 
$$\rho = \sqrt{\frac{\lambda_{\max}(\boldsymbol{L}_N)\lambda_{\max}(\boldsymbol{P}^{-1})}{\lambda_{\min}(\boldsymbol{L}_N)\lambda_{\min}(\boldsymbol{P}^{-1})}}$$
. 不等式(17) 表明,

相邻两辆车的间距误差指数收敛速率大于 $\exp(-\alpha t)$ .证毕.

由定理1可以得到使多车辆协作控制系统内部稳定的一个可行解.但在实际工程中,在一定允许范围内,收敛率越大,能够使系统越快达到稳定.因此,需要对定理1其中的收敛率参数α进行优化.即:

s.t.  $AP + PA^{T} - 2BB^{T} + 2\alpha P < 0, P_1 \leq P \leq P_2$ , (18) 其中,  $P_1, P_2$  为给定的常数矩阵.由于优化问题(18) 是限制条件为双线性约束的拟凸优化问题,因此最优解一定存在,可以通过 Yalmip 的求解器 bisection 来求得  $\alpha$  的最大值.

# 3 仿真结果与性能比较

本节将通过仿真实例来验证所提出的多车辆协作控制方法的有效性与优越性.考虑一列车队中包含有1辆领队车和8辆跟随车.具体仿真条件如下:

每辆车的车长均为 5 m,期望的车间距设定为 15 m, 每辆车的初始状态分别为

$$\mathbf{x}_{0}(0) = \begin{bmatrix} 0 & 15 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}, \quad \mathbf{x}_{1}(0) = \begin{bmatrix} -18 & 14 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}, 
\mathbf{x}_{2}(0) = \begin{bmatrix} -32 & 16 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}, \quad \mathbf{x}_{3}(0) = \begin{bmatrix} -55 & 17 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}, 
\mathbf{x}_{4}(0) = \begin{bmatrix} -80 & 15 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}, \quad \mathbf{x}_{5}(0) = \begin{bmatrix} -100 & 15 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}, 
\mathbf{x}_{6}(0) = \begin{bmatrix} -125 & 16 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}, \quad \mathbf{x}_{7}(0) = \begin{bmatrix} -144 & 13 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}, 
\mathbf{x}_{8}(0) = \begin{bmatrix} -160 & 15 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}},$$

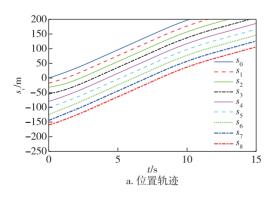
领队车的最大控制输入即最大加速度的绝对值为  $\omega = 2$ , 领队车的轨迹设定为

$$v_0(t) = \begin{cases} 15 + 2t, & 0 \le t < 3, \\ 21, & 3 \le t < 8, \\ 21 - 2t, & 8 \le t < 12, \\ 13, & t \ge 12. \end{cases}$$

由  $\theta_1 \ge 1/\lambda_{\min}(\boldsymbol{L}_N)$  和  $\theta_2 \ge \omega$ ,计算选取参数  $\theta_1 = 1, \theta_2 = 2.5, \boldsymbol{P}_1 = 0.2\boldsymbol{I}_2, \boldsymbol{P}_2 = 5\boldsymbol{I}_2$ . 优化收敛率 (18),可得最优解为  $\alpha^* = 1.2868, \boldsymbol{P}^* = [0.2347 - 0.3020; -0.3020 0.7771], <math>\boldsymbol{K}^* = [-3.3117 - 2.5736]$ .

图 2 给出了多车辆协作系统的位置轨迹和速度 轨迹.可见,跟随车辆均能跟踪领队车的速度,且任 意两辆相邻车均能保持期望的车距.图 3 给出了相 邻两辆车之间的间距误差的变化情况.可见,提出的 控制器设计方法能够使车辆的间距误差快速收敛.

为了对比提出的优化收敛率算法的有效性,给出一个一般化的仿真算例.取 $\alpha$  = 0.1,利用 LMI 工具求解定理 1,可得控制器增益 K =  $[-1.29 - 2.89]^{T}$ .图 4 给出了一般条件下的多车辆协作系统的速度轨迹和间距误差的变化情况.与图 3 中的结果进行对比,表明对收敛速率进行优化后,能够使多车辆协作系统更快达到稳定.



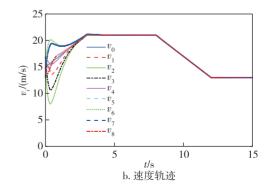


图 2 多车辆系统的轨迹

Fig. 2 Trajectory of multiple vehicle system (a) positon; (b) velocity

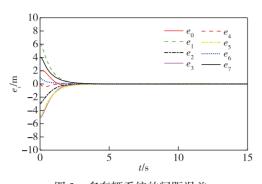
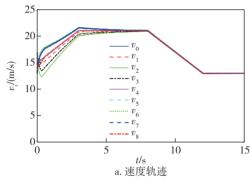


图 3 多车辆系统的间距误差

Fig. 3 Spacing error of multiple-vehicle system



# 4 结束语

本文针对多车辆系统中领队车控制输入未知的情况,提出一种纵向多车辆协作控制方法.该方法采用双向领队车跟随通信拓扑策略,为每辆跟随车设计了分布式控制器.在考虑领队车输入有界的条件下,提出了一种多车辆协作控制算法,用于保证每辆跟随车能够跟踪领队车的车速,并且相邻车辆能够保持期望的车间距.仿真结果表明,提出的控制算法能够保证系统的内部稳定性并且以最快的速率进行收敛.

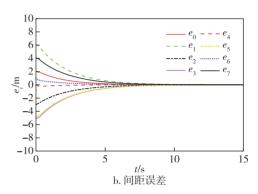


图 4 未对收敛率进行优化情况下的多车辆协作系统的速度轨迹和间距误差

Fig. 4 Velocity trajectory and spacing error of multiple-vehicle system without optimization of convergence rate (a) velocity trajectory; (b) spacing error

# 参考文献

## References

- [1] 辛柯俊,张凯,龚莉莉.公交车辆权限运行状态的监督 站牌及查询系统[J],南京信息工程大学学报(自然 科学版),2014,6(1):52-57 XIN Kejun,ZHANG Kai,GONG Lili.Design of bus stop monitoring and inquiry system [J]. Journal of Nanjing University of Information Science and Technology
- [2] Xiao L Y, Gao F. Practical string stability of platoon of adaptive cruise control vehicles [J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2011, 12 (4): 1184-1194

(Natural Science Edition,), 2014, 6(1):52-57

- [3] Kianfar R, Augusto B, Ebadighajari A, et al. Design and experimental validation of a cooperative driving system in the grand cooperative driving challenge [J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2012, 13 (3):994-1007
- [4] Darbha S, Konduri S, Pagilla P R. Benefits of V2V communication for autonomous and connected vehicles [J].
  IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems,
  2019,20(5):1954-1963
- [5] Naus G J L, Vugts R P A, Ploeg J, et al. String-stable CACC design and experimental validation: a frequency-domain approach [J]. IEEE Transactions on Vehicular

- Technology, 2010, 59(9): 4268-4279
- [ 6 ] Zheng Y, Eben Li S, Wang J Q, et al. Stability and scalability of homogeneous vehicular platoon; study on the influence of information flow topologies [ J ]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2016, 17(1): 14-26
- [7] Gong J, Zhao Y, Lu Z B. Sampled-data vehicular platoon control with communication delay [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering, 2018, 232(1):39-49
- [8] Dunbar W B, Caveney D S. Distributed receding horizon control of vehicle platoons; stability and string stability [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2012, 57 (3):620-633
- [ 9 ] Guo G, Yue W. Hierarchical platoon control with heterogeneous information feedback [ J ]. IET Control Theory & Applications, 2011, 5(15):1766-1781
- [ 10 ] Zegers J C, Semsar-Kazerooni E, Ploeg J, et al. Consensus control for vehicular platooning with velocity constraints [ J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2018, 26(5):1592-1605
- [11] Wen G H, Duan Z S, Ren W, et al. Distributed consensus of multi-agent systems with general linear node dynamics and intermittent communications [J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2014, 24 (16): 2438-2457

- [12] Paden B, Sastry S. A calculus for computing Filippov's differential inclusion with application to the variable structure control of robot manipulators [J].IEEE Transactions on Circuits and Systems, 1987, 34(1):73-82
- [13] Li S E, Qin X H, Zheng Y, et al. Distributed platoon

control under topologies with complex eigenvalues; stability analysis and controller synthesis [ J ]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2019, 27 (1):206-220

# A cooperative longitudinal control approach of multiple-vehicle systems with unknown control input of the leading vehicle

GONG Jian<sup>1</sup> CAO Jinde<sup>2</sup> ZHAO Yuan<sup>3</sup>

- 1 Intelligent Transportation System Research Center, Southeast University, Nanjing 210096
  - 2 School of Mathematics, Southeast University, Nanjing 210096
- 3 College of Computer and Information Engineering, Tianjin Normal University, Tianjin 300387

**Abstract** This paper proposes a multiple-vehicle longitude control method with considering unknown control input of the leading vehicle. First, the linearized vehicle dynamics is obtained by adopting a technique of the exact feedback linearization. Then, based on the state information of neighboring vehicles, a distributed control law is designed for each following vehicle with the bidirectional-leader communication strategy. Taking the upper bound input of the leading vehicle into account, an effective control method is proposed to guarantee the inner stability of the multiple-vehicle systems with the maximum rate of convergence. Finally, the simulation results show the effectiveness and superiority of the proposed controller design algorithm.

Key words multiple-vehicle system; cooperative control; inner stability; distributed control