



马尔可夫切换的汽车悬架系统的事件触发 H_∞ 滤波

摘要

针对具有马尔可夫切换信道的两自由度(2-DOF)四分之一汽车悬架系统,研究了事件触发 H_∞ 滤波问题。首先,信道切换由马尔可夫链控制;其次,考虑到事件触发的通信方案,由于有限的网络带宽,产生信号量化和随机丢包问题;然后,采用马尔可夫线性跳变系统模型来表示整个滤波网络系统。利用 Lyapunov 泛函和线性矩阵不等式方法将事件触发 H_∞ 滤波问题转化为凸优化问题,从而设计了切换信道相关的滤波器,使得滤波误差系统在均方意义上是指数稳定的并达到期望的性能水平。最后,通过仿真实例验证了所提出的设计方法的有效性。

关键词

事件触发传输机制;信号量化;随机丢包;马尔可夫链

中图分类号 TP273

文献标志码 A

收稿日期 2018-08-06

资助项目 国家自然科学基金(61673178,61803159,61602163);上海国际科技合作项目(15220710700);上海曙光计划(16SG28);上海自然科学基金(17ZR1444700,18ZR1409600);上海市青年科技英才扬帆计划(18YF1406400);中国博士后科学基金(2018M032042);中央高校基本科研业务费(222201814040);青岛大学系统科学开放基金;湖北省高等学校优秀中青年科技创新团队(T201710)

作者简介

孙家玉,女,硕士生,研究方向为网络化控制系统和切换控制,939512353@qq.com

严怀成(通信作者),男,教授,研究方向为网络化控制系统、多智能体系统和模糊系统,hcyan@ecust.edu.cn

1 华东理工大学 信息科学与工程学院,上海,200237

2 湖北师范大学 机电与控制学院,黄石,435002

0 引言

作为道路交通的主要元素之一,汽车的性能直接影响交通系统中车辆和人员的安全,而作为车辆重要部件的悬架系统的控制和估算策略受到越来越多的关注。20世纪30年代初就有人研究了旋转和悬架运动如何影响乘坐性能的问题。随着悬架系统的快速发展,数学模拟和计算机技术开始应用于悬架系统研究领域。近年来,大量关于悬架控制系统的研究所已经出现^[1-4]。一方面,由于悬架系统的部件之间的磨损和碰撞,将难以操纵车辆;另一方面,系统的所有状态在实践中都很难获得。基于可用的输出测量,可以设计滤波器来估计不可测量的系统状态。而且,获得悬架系统的更准确的状态估计值有助于最大化车辆用户在车辆安全性、舒适性和操纵稳定性方面的满意度。最近,许多研究人员在有限的时间范围内集中研究悬架系统的滤波问题^[5-7]。其中,文献[5]提出了一种新的方法来解决在各种路况下使用卡尔曼滤波器(KF)进行悬架系统状态估计的问题。仿真结果表明,所提出的自适应KF算法可以获得悬架系统的高精度状态估计。

随着Internet技术的快速发展,被控系统与网络通信系统的集成已成为网络控制技术的热点,并提出了网络控制系统(NCSs)。在传统控制系统的路上,随着网络的加入,系统的性能得到了极大的提高,也不可避免地带来了以下缺陷:网络引起的延迟、丢包以及单包和多包传输问题。这些问题的存在不仅会降低系统的控制性能,而且会导致系统不稳定。实际上,基于网络的系统主要通过无线通信网络传输数据,因此,信号必须在传输之前被量化,并且许多文献已经报道了受到量化的网络系统的问题^[8-9]。

同时,由于未知的外部干扰,通信环境易受攻击,从而导致通信环境的变化,例如时变采样周期、时变延迟和多个通信信道(MCC)等问题。考虑的一种实际情况是网络中存在MCC,并假设信道切换由连续时间马尔可夫过程控制^[10-12]。在多个切换通信信道的背景下,采用马尔可夫跳变系统模型来表示整个网络系统,并且已经研究了主动悬架系统的滤波问题。由于切换是随机的,因此,信道切换是由马尔可夫链控制的。

另外,时间触发的采样机制易于执行和分析,但从资源利用的角度来看,它不太可取。近年来,文献[13-16]提出了各种事件触发机制作为最小化通信资源的替代方法,仅在调用所谓的预先设计的触发

条件时才发送采样数据.因此,借助于事件触发机制,在保持期望性能的同时提高了通信效率.例如,文献[16]构建了一个事件触发的实时调度程序,它决定在任何给定时刻应该执行哪种控制模式.

目前,对于具有马尔可夫切换的两自由度四分之一汽车悬架系统的事件触发滤波的研究比较少.因此,本文设计了滤波器以实时监控运行在切换信道网络环境中的两自由度四分之一汽车悬架系统状态的问题.本文的主要贡献有:

1) 本文考虑了具有马尔可夫链控制的 MCC 通信环境,并提供了一种更通用的通信框架,即事件触发机制,信号量化和随机丢包问题同时被考虑,这更符合实际的网络化控制系统;

2) 提出了周期性事件触发机制,它基于相对误差的阈值条件和量化方案,保证期望的系统性能水平的同时提高资源利用率;

3) 利用 Lyapunov 泛函方法,设计了与切换信道相关的滤波器,使得滤波误差系统在均方意义上是指数稳定的,并达到规定的系统性能水平.

1 问题描述

1.1 悬架系统的模型

考虑以下形式的悬架系统的连续时间模型:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}_c \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_c \boldsymbol{\omega}(t), \quad (1)$$

其中,

$$\mathbf{A}_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{k_1 + k_2}{m_1} & \frac{k_2}{m_1} & -\frac{c}{m_1} & \frac{c}{m_1} \\ \frac{k_2}{m_2} & -\frac{k_2}{m_2} & \frac{c}{m_2} & -\frac{c}{m_2} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B}_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{k_1}{m_1} & 0 \end{bmatrix}^T.$$

对上述系统离散化,可得系统离散时间描述形式:

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\boldsymbol{\omega}(k), \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0. \quad (2)$$

其中, $\mathbf{A} = e^{A_c h}$, $\mathbf{B} = \int_0^h e^{A_c h} (h-t) \mathbf{B}_c dt$, $\mathbf{x}(k) \in \mathbf{R}^n$,

$\boldsymbol{\omega}(k) \in \mathbf{R}^q$ 且 $\boldsymbol{\omega}(k) \in l_2[0, \infty)$.

测量输出方程表述为

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{C}\mathbf{x}(k) + \mathbf{D}\boldsymbol{\omega}(k), \quad \mathbf{y}(k) \in \mathbf{R}^r. \quad (3)$$

被控输出方程表述为

$$\mathbf{z}(k) = \mathbf{L}\mathbf{x}(k), \quad \mathbf{z}(k) \in \mathbf{R}^m, \quad (4)$$

其中, $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}, \mathbf{L}$ 是已知的合适维数的常系统矩阵.

1.2 马尔可夫链

c_i 为信道切换信号,在一个有限集合 $C = \{1, 2, \dots, N\}$ 内取值,表示当前被采用的信道的标号.因为信道的切换是随机的,所以假设整个信道切换服从一个离散时间马尔可夫链 $c_i(k)$,其中马尔可夫链 $c_i(k) (k \geq 0)$ 在有限集合 $C = \{1, 2, \dots, N\}$ 中取值,并且它的概率转移矩阵 $\mathbf{P}(k) = (\pi_{ij}(k))_{N \times N}$ 通过下式给出:

$$p\{c_i(k+1) = j | c_i(k) = i\} = \pi_{ij}(k), \quad \forall i, j \in C, \quad (5)$$

其中, $\pi_{ij}(k) \geq 0 (i, j \in C)$ 是从 i 到 j 的转移率并且 $\sum_{j=1}^N \pi_{ij}(k) = 1, \forall i \in C$.

1.3 周期性事件触发机制

为了节约网络资源,我们提出以下的事件触发条件:

假设 1 定义 $h > 0$ 为采样周期. $S = \{0h, 1h, \dots, kh, \dots\}$ 为采样时间集合, $S_{t_k} = \{t_1h, t_2h, \dots, t_kh, \dots\}$ 是事件触发时刻的集合, $k, t_k \in \mathbf{N}$.

事件触发条件如下式:

$$\mathbf{f}(k)^T \mathbf{Q} \mathbf{f}(k) \leq \sigma \mathbf{y}(k)^T \mathbf{Q} \mathbf{y}(k), \quad (6)$$

其中, $\mathbf{f}(k) = \mathbf{y}(t_k) - \mathbf{y}(k)$, $\mathbf{y}(t_k)$ 是下一次待传输的数据, $\mathbf{y}(k)$ 是最新一次被传输的数据, $\sigma \in (0, 1)$ 是阈值参数, $\mathbf{Q} \in \mathbf{R}^{r \times r} > 0$ 是加权矩阵.当且仅当事件触发条件被满足时,数据被传输,而且可以看出触发条件参数 σ 、 \mathbf{Q} 的选择直接影响数据被传输的次数.因此,应该在保证系统性能的同时选择合适的参数使传输次数最少.因此,被传输的信号可以描述为 $\bar{\mathbf{y}}(k) = \mathbf{y}(k) + \mathbf{f}(k)$.

1.4 信号量化

在本文中,触发的数据在传输前要进行量化处理,这里采用常用的对数量化器.对于任意的 $j = 1, 2, \dots, r$, 定义以下的量化水平集合:

$$U^j = \{\pm \kappa_i^j, \kappa_i^j = \rho_i^j \kappa_0^j, i = 0, \pm 1, \pm 2, \dots\} \cup \{\pm \kappa_0^j\} \cup \{0\}, \quad 0 < \rho^j < 1, \quad \kappa_0^j > 0. \quad (7)$$

量化输出 $\mathbf{Q}^j(\cdot)$ 如下给出:

$$\mathbf{Q}^j(v_j) = \begin{cases} \kappa_i^j, & \frac{1}{1 + \delta^j} \kappa_i^j < v_j < \frac{1}{1 - \delta^j} \kappa_i^j, v_j > 0, \\ 0, & v_j = 0, \\ -\mathbf{Q}^j(-v_j), & v_j < 0, \end{cases} \quad (8)$$

其中, $\delta_j = \frac{(1 - \rho_j)}{(1 + \rho_j)} < 1, 0 < \rho_j < 1$ 是已知的量化密度。

数据传输存在 N 个通道, 假设每个通道的量化水平不同, 则量化后的测量输出信号被描述为

$$\hat{y}_{c_t}(k) = Q(\bar{y}(k)), \quad c_t \in C. \quad (9)$$

定义量化误差

$$e_{c_t} = \hat{y}_{c_t}(k) - \bar{y}(k),$$

可得

$$\hat{y}_{c_t}(k) = (\mathbf{I} + \Delta_{c_t}(k)) - \bar{y}(k), \quad \|\Delta_{c_t}(k)\| \leq \delta_{c_t}(k),$$

其中 $\delta_{c_t}(k) = \text{diag}(\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_r)$ 为已知的参数。

1.5 丢包

丢包现象经常在通信网络中数据传输时发生。一般有两种策略, 一是保持上次相同输入, 二是零输入。这里假设丢包服从伯努利过程, 滤波器的输入信号变成:

$$\begin{aligned} \hat{y}_{c_t}(k) &= \alpha_{c_t}(k) \hat{y}_{c_t}(k), \\ \alpha_{c_t}(k) &= \text{diag}(\alpha_{c_t}^1(k), \alpha_{c_t}^2(k), \dots, \alpha_{c_t}^r(k)), \quad c_t \in C, \end{aligned} \quad (10)$$

这里 $\alpha_{c_t}^r$ 分布在 $\{0, 1\}$ 上, 其数学期望为 $\bar{\alpha}_{c_t} = E[\alpha_{c_t}(k)] = \text{diag}(\mu_{c1}, \mu_{c2}, \dots, \mu_{cr})$ 。

配置 N 个通信信道, 对于信道 i , 滤波器设计如下:

$$\begin{aligned} \hat{x}_i(k+1) &= \mathbf{K}_A(i) \hat{x}_i(k) + \mathbf{K}_B(i) \hat{y}_i(k) \\ \hat{z}(k) &= \mathbf{K}_C(i) \hat{x}_i(k), \end{aligned} \quad (11)$$

其中, $\hat{x}_i(k) \in \mathbb{R}^n$ 是滤波器的状态, $\hat{z}(k)$ 是被控输出, $\mathbf{K}_A(i), \mathbf{K}_B(i), \mathbf{K}_C(i)$ 是滤波器要被设计的参数, $\forall i \in C$.

通过定义 $\boldsymbol{\eta}(k) = [\mathbf{x}(k)^T, \hat{x}_i(k)^T]^T$, 可得增广系统如下:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\eta}(k+1) &= \tilde{\mathbf{A}}_i \boldsymbol{\eta}(k) + \tilde{\mathbf{M}}_i \mathbf{f}(k) + \tilde{\mathbf{B}}_i \boldsymbol{\omega}(k) + \\ &\quad \sum_{t=1}^r \boldsymbol{\theta}_{t,i}(k) [\mathbf{A}_{t,i} \boldsymbol{\eta}(k) + \tilde{\mathbf{M}}_{t,i} \mathbf{f}(k) + \tilde{\mathbf{B}}_{t,i} \boldsymbol{\omega}(k)], \\ \mathbf{e}(k) &= \bar{\mathbf{L}}_i \boldsymbol{\eta}(k), \end{aligned} \quad (12)$$

其中, $\mathbf{e}(k) = \mathbf{z}(k) - \hat{z}(k)$, $\bar{\mathbf{L}}_i = [\mathbf{L} - \mathbf{K}_C(i)]$,

$$\tilde{\mathbf{A}}_i = \mathbf{A}_i + \mathbf{M}_i \Delta_i(k) \bar{\mathbf{C}}, \quad \tilde{\mathbf{M}}_i = \mathbf{M}_i + \mathbf{M}_i \Delta_i(k),$$

$$\tilde{\mathbf{B}}_i = \mathbf{B}_i + \mathbf{M}_i \Delta_i(k) \mathbf{D}, \quad \tilde{\mathbf{A}}_{t,i} = \mathbf{A}_{t,i} + \mathbf{M}_{t,i} \Delta_i(k) \bar{\mathbf{C}},$$

$$\tilde{\mathbf{M}}_{t,i} = \mathbf{M}_{t,i} + \mathbf{M}_{t,i} \Delta_i(k), \quad \tilde{\mathbf{B}}_{t,i} = \mathbf{B}_{t,i} + \mathbf{M}_{t,i} \Delta_i(k) \mathbf{D},$$

$$\mathbf{A}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & 0 \\ \mathbf{K}_B(i) \bar{\boldsymbol{\alpha}}_i \mathbf{C} & \mathbf{K}_A(i) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{M}_i = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{K}_B(i) \bar{\boldsymbol{\alpha}}_i \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{K}_B(i) \bar{\boldsymbol{\alpha}}_i \mathbf{D} \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathbf{C}} = [\mathbf{C} \quad 0],$$

$$\mathbf{A}_{t,i} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \mathbf{K}_B(i) \boldsymbol{\Phi}_t \mathbf{C} & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{M}_{t,i} = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{K}_B(i) \boldsymbol{\Phi}_t \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B}_{t,i} = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{K}_B(i) \boldsymbol{\Phi}_t \mathbf{D} \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{\Phi}_t = \text{diag}(0, 0, \dots, \hat{I}, 0, \dots, 0).$$

本文的目标是设计式(11)形式的滤波器使得滤波误差系统(12)在均方意义上是鲁棒指数稳定且具有指定的 H_∞ 干扰衰减水平。

定义 1 系统(12)被称为均方指数稳定, 如果存在标量 $\zeta > 0, 0 < \chi < 1$ 使得系统(12) $\boldsymbol{\eta}(k)$ 的轨迹满足 $E\{\|\boldsymbol{\eta}(k)\|^2\} < \zeta \chi^{k-k_0} \|\boldsymbol{\eta}(k_0)\|^2, k \geq 0$.

定义 2 对于给定的标量 $\gamma > 0$, 系统(12)是均方意义上鲁棒指数稳定且具有一定 H_∞ 性能 γ , 如果它是指数稳定并且在零初始条件下, 对于非零 $\boldsymbol{\omega}(k) \in l_2[0,$

$$+\infty), \sum_{k=0}^{+\infty} E\{\mathbf{e}^T(k) \mathbf{e}(k)\} \leq \sum_{k=0}^{+\infty} \gamma^2 \boldsymbol{\omega}^T(k) \boldsymbol{\omega}(k) \text{ 成立.}$$

引理 1^[17] 对于给定的合适维数的矩阵 $\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2$ 和 \mathbf{F}_3 , 并且 \mathbf{F}_1 满足 $\mathbf{F}_1 = \mathbf{F}_1^T$, 有

$$\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 \Delta(k) \mathbf{F}_3^T + \mathbf{F}_3 \Delta(k)^T \mathbf{F}_2^T < 0 \quad (13)$$

成立, 对于所有的 $\Delta^T(k) \Delta(k) < \mathbf{I}$, 当且仅当存在一个标量 $\varepsilon > 0$ 以至于下式成立:

$$\mathbf{F}_1 + \varepsilon \mathbf{F}_2 \mathbf{F}_2^T + \varepsilon^{-1} \mathbf{F}_3 \mathbf{F}_3^T < 0. \quad (14)$$

2 主要结论

下面的定理是关于滤波误差系统(12)的均方意义上具有一定的 H_∞ 性能水平指数稳定性的充分条件。

定理 1 让 $\mathbf{K}_A(i), \mathbf{K}_B(i), \mathbf{K}_C(i)$ 是已知的估计器参数。对于给定的标量 $0 < \sigma < 1, \gamma > 0, t = 1, 2, \dots, r$, 系统(12)在均方意义上指数稳定且具有一定的 H_∞ 性能水平, 如果存在合适维数的正定矩阵 \mathbf{P}_i , 正标量 λ, ε 以至于对于所有的 $i \in C$, 以下的不等式成立:

$$\Xi = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varphi}_{1i} & \boldsymbol{\varphi}_{2i} & \boldsymbol{\varphi}_{3i} & \boldsymbol{\varphi}_{4i} & \boldsymbol{\varphi}_5 & \boldsymbol{\varphi}_6 & 0 \\ * & -\mathbf{P}_{ij}^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & M_i \\ * & * & \bar{\mathbf{P}}_{ij} & 0 & 0 & 0 & \boldsymbol{\varphi}_{7i} \\ * & * & * & -\mathbf{I} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & \boldsymbol{\varphi}_8 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -\varepsilon \mathbf{I} & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -\varepsilon \mathbf{I} \end{bmatrix} < 0, \quad (15)$$

其中,

$$\begin{aligned}
 \boldsymbol{\varphi}_{1i} &= \begin{bmatrix} -\mathbf{P}_i & 0 & 0 \\ * & -\lambda\boldsymbol{\Omega} & 0 \\ * & * & -\gamma^2\mathbf{I} \end{bmatrix}, \\
 \boldsymbol{\varphi}_{2i} &= [\mathbf{A}_i, \mathbf{M}_i, \mathbf{B}_i]^\top, \\
 \boldsymbol{\varphi}_{3i} &= [\boldsymbol{\varphi}_{3i}^1, \boldsymbol{\varphi}_{3i}^2, \dots, \boldsymbol{\varphi}_{3i}^r], \\
 \boldsymbol{\varphi}_{3i}^t &= [\bar{\theta}_{t,i}\mathbf{A}_{t,i}, \bar{\theta}_{t,i}\mathbf{M}_{t,i}, \bar{\theta}_{t,i}\mathbf{B}_{t,i}]^\top, \\
 \boldsymbol{\varphi}_{4i} &= [\bar{\mathbf{L}}_i, 0, 0]^\top, \quad \boldsymbol{\varphi}_5 = [\lambda\bar{\mathbf{C}}, 0, \lambda\mathbf{D}]^\top, \\
 \boldsymbol{\varphi}_6 &= [\delta_i\bar{\mathbf{C}}, \delta_i\mathbf{I}, \delta_i\mathbf{D}]^\top, \\
 \boldsymbol{\varphi}_7 &= [\bar{\theta}_{1,i}\mathbf{M}_{1,i}^\top, \bar{\theta}_{2,i}\mathbf{M}_{2,i}^\top, \dots, \bar{\theta}_{r,i}\mathbf{M}_{r,i}^\top]^\top, \\
 \boldsymbol{\varphi}_8 &= -\lambda\bar{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}, \bar{\mathbf{P}}_{ij} = \text{diag}(-\mathbf{P}_{ij,1}^{-1}, \dots, -\mathbf{P}_{ij,r}^{-1}), \\
 \bar{\theta}_{t,i} &= \sqrt{\alpha_{t,i}(1-\bar{\alpha}_{t,i})}, \quad \bar{\boldsymbol{\Omega}} = \sigma\boldsymbol{\Omega}.
 \end{aligned}$$

证明 令 $\boldsymbol{\xi}(k) = [\boldsymbol{\eta}^\top(k), \mathbf{f}^\top(k), \boldsymbol{\omega}^\top(k)]^\top$, 考虑以下的李雅普诺夫函数:

$$V(\boldsymbol{\eta}(k), \mathbf{c}_i(k), k) = \boldsymbol{\eta}^\top(k)\mathbf{P}(\mathbf{c}_i(k))\boldsymbol{\eta}(k), \quad (16)$$

沿着滤波误差系统(12)计算李雅普诺夫函数的差分并且取数学期望,有

$$\begin{aligned}
 \Delta V &= E\{V(\boldsymbol{\eta}(k+1), \mathbf{P}(\mathbf{c}_i(k+1)), k+1)\} - \\
 &\quad \boldsymbol{\eta}^\top(k)\mathbf{P}(\mathbf{c}_i(k))\boldsymbol{\eta}(k) \leqslant \\
 &\quad \boldsymbol{\xi}^\top(k)\mathbf{y}_i^\top\mathbf{P}_{ij}\mathbf{y}_i\boldsymbol{\xi}(k) - \boldsymbol{\eta}^\top(k)\mathbf{P}_i\boldsymbol{\eta}(k) = \\
 &\quad \boldsymbol{\Theta}_i^\top\mathbf{P}_{ij}\boldsymbol{\Theta}_i + \sum_{t=1}^r \bar{\theta}_{t,i}^2 \boldsymbol{\Theta}_{t,i}^\top\mathbf{P}_{ij}\boldsymbol{\Theta}_{t,i} - \boldsymbol{\eta}^\top(k)\mathbf{P}_i\boldsymbol{\eta}(k), \quad (17)
 \end{aligned}$$

其中,

$$\begin{aligned}
 \boldsymbol{\Theta}_i &= \bar{\mathbf{A}}_i\boldsymbol{\eta}(k) + \bar{\mathbf{M}}_i\mathbf{f}(k) + \bar{\mathbf{B}}_i\boldsymbol{\omega}(k), \\
 \boldsymbol{\Theta}_{t,i} &= \bar{\mathbf{A}}_{t,i}\boldsymbol{\eta}(k) + \bar{\mathbf{M}}_{t,i}\mathbf{f}(k) + \bar{\mathbf{B}}_{t,i}\boldsymbol{\omega}(k).
 \end{aligned}$$

由事件触发条件式(6)可知, $\sigma\mathbf{y}(k)^\top\boldsymbol{\Omega}\mathbf{y}(k) - \mathbf{f}(k)^\top\boldsymbol{\Omega}\mathbf{f}(k) \geqslant 0$, 存在一个正数 λ 使下式成立:

$$\lambda\sigma\mathbf{y}(k)^\top\boldsymbol{\Omega}\mathbf{y}(k) - \lambda\mathbf{f}(k)^\top\boldsymbol{\Omega}\mathbf{f}(k) \geqslant 0. \quad (18)$$

结合式(18), 可得:

$$\begin{aligned}
 E\{V(\boldsymbol{\eta}(k+1), \mathbf{P}(\mathbf{c}_i(k+1)), k+1)\} - \\
 &\quad \boldsymbol{\eta}^\top(k)\mathbf{P}(\mathbf{c}_i(k))\boldsymbol{\eta}(k) \leqslant \\
 &\quad E\{V(\boldsymbol{\eta}(k+1), \mathbf{P}(\mathbf{c}_i(k+1)), k+1)\} - \\
 &\quad \boldsymbol{\eta}^\top(k)\mathbf{P}(\mathbf{c}_i(k))\boldsymbol{\eta}(k) + \\
 &\quad \lambda\sigma\mathbf{y}(k)^\top\boldsymbol{\Omega}\mathbf{y}(k) - \lambda\mathbf{f}(k)^\top\boldsymbol{\Omega}\mathbf{f}(k). \quad (19)
 \end{aligned}$$

令 $J = \sum_{k=0}^{\infty} [\|\mathbf{e}(k)\|_2^2 - \gamma^2 \|\boldsymbol{\omega}(k)\|_2^2]$, 在零初

始条件下, 可得:

$$\begin{aligned}
 J &= \sum_{k=0}^{\infty} [\|\mathbf{e}(k)\|_2^2 - \gamma^2 \|\boldsymbol{\omega}(k)\|_2^2] = \\
 &\quad \sum_{k=0}^{\infty} [\|\mathbf{e}(k)\|_2^2 - \gamma^2 \|\boldsymbol{\omega}(k)\|_2^2 + \Delta V] - V(\boldsymbol{\eta}(k), \infty) \leqslant \\
 &\quad \sum_{k=0}^{\infty} [\|\mathbf{e}(k)\|_2^2 - \gamma^2 \|\boldsymbol{\omega}(k)\|_2^2 + \Delta V] =
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &\sum_{k=0}^{\infty} [\boldsymbol{\eta}^\top(k)\bar{\mathbf{L}}_i^\top\bar{\mathbf{L}}_i\boldsymbol{\eta}(k) - \gamma^2\boldsymbol{\omega}^\top(k)\boldsymbol{\omega}(k) + \Delta V] = \\
 &\quad \boldsymbol{\xi}^\top(k)\boldsymbol{\varphi}_i\boldsymbol{\xi}(k),
 \end{aligned}$$

其中,

$$\begin{aligned}
 \boldsymbol{\varphi}_i &= \boldsymbol{\varphi}_{1i} + \bar{\boldsymbol{\varphi}}_{2i}\bar{\boldsymbol{\varphi}}_{2i}^\top + \bar{\boldsymbol{\varphi}}_{3i}\bar{\boldsymbol{\varphi}}_{3i}^\top + \boldsymbol{\varphi}_{4i}\boldsymbol{\varphi}_{4i}^\top + \boldsymbol{\varphi}_5(\lambda^{-1}\bar{\boldsymbol{\Omega}})\boldsymbol{\varphi}_5^\top, \\
 \bar{\boldsymbol{\varphi}}_{2i} &= [\bar{\mathbf{A}}_i, \bar{\mathbf{M}}_i, \bar{\mathbf{B}}_i]^\top, \\
 \bar{\boldsymbol{\varphi}}_{3i} &= [\bar{\boldsymbol{\varphi}}_{3i}^1, \bar{\boldsymbol{\varphi}}_{3i}^2, \dots, \bar{\boldsymbol{\varphi}}_{3i}^r], \\
 \bar{\boldsymbol{\varphi}}_{3i}^t &= [\bar{\theta}_{t,i}\bar{\mathbf{A}}_{t,i}, \bar{\theta}_{t,i}\bar{\mathbf{M}}_{t,i}, \bar{\theta}_{t,i}\bar{\mathbf{B}}_{t,i}]^\top.
 \end{aligned}$$

由 Shur 补引理可得, $\boldsymbol{\varphi}_i < 0$ 等价于 $\boldsymbol{\Xi}_i < 0$:

$$\boldsymbol{\Xi}_i = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varphi}_{1i} & \bar{\boldsymbol{\varphi}}_{2i} & \bar{\boldsymbol{\varphi}}_{3i} & \boldsymbol{\varphi}_{4i} & \boldsymbol{\varphi}_5 \\ * & -\mathbf{P}_{ij}^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & \bar{\mathbf{P}}_{ij} & 0 & 0 \\ * & * & * & -\mathbf{I} & 0 \\ * & * & * & * & \boldsymbol{\varphi}_8 \end{bmatrix} < 0. \quad (20)$$

注意到在 $\bar{\boldsymbol{\varphi}}_{2i}$ 和 $\bar{\boldsymbol{\varphi}}_{3i}$ 项中, 存在不确定项 $\Delta_i(k)$, 分离所有的不确定项, 可得:

$$\boldsymbol{\Xi}_2 + \bar{\boldsymbol{\varphi}}_6^\top\Delta_i(k)\bar{\boldsymbol{\varphi}}_6 < 0, \quad (21)$$

其中,

$$\boldsymbol{\Xi}_2 = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varphi}_{1i} & \bar{\boldsymbol{\varphi}}_{2i} & \bar{\boldsymbol{\varphi}}_{3i} & \boldsymbol{\varphi}_{4i} & \boldsymbol{\varphi}_5 \\ * & -\mathbf{P}_{ij}^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & \bar{\mathbf{P}}_{ij} & 0 & 0 \\ * & * & * & -\mathbf{I} & 0 \\ * & * & * & * & \boldsymbol{\varphi}_8 \end{bmatrix} < 0,$$

$$\bar{\boldsymbol{\varphi}}_6 = [\bar{\boldsymbol{\varphi}}_6^1, 0, 0, 0, 0], \quad \bar{\boldsymbol{\varphi}}_6 = [\bar{\mathbf{C}}, \mathbf{I}, \mathbf{D}]^\top,$$

$$\bar{\boldsymbol{\varphi}}_{7i} = [0, \bar{\mathbf{M}}_i^\top, \boldsymbol{\varphi}_{7i}, 0, 0].$$

进一步地, 由式(21)可得:

$$\boldsymbol{\Xi}_2 + \bar{\boldsymbol{\varphi}}_6^\top\bar{\boldsymbol{\Delta}}_i(k)\bar{\boldsymbol{\varphi}}_6 + \bar{\boldsymbol{\varphi}}_{7i}^\top\bar{\boldsymbol{\Delta}}_i(k)\bar{\boldsymbol{\varphi}}_6 < 0, \quad (22)$$

其中, $\bar{\boldsymbol{\Delta}}_i(k) = \frac{\Delta_i(k)}{\delta_i}$, $\|\bar{\boldsymbol{\Delta}}_i(k)\| \leqslant \mathbf{I}$. 由引理1和Shur 补引理, 式(22)成立当且仅当(15)成立.

因此, 式(15)的成立可保证 $J < 0$, 即

$\sum_{k=0}^{+\infty} E\{\mathbf{e}^\top(k)\mathbf{e}(k)\} \leqslant \sum_{k=0}^{+\infty} \gamma^2\boldsymbol{\omega}^\top(k)\boldsymbol{\omega}(k)$. 由定义2可知, 滤波误差系统在均方意义上是指数稳定并具有一定 H_∞ 性能水平. 由以上可知:

$$\begin{aligned}
 E\{V(\boldsymbol{\eta}(k+1), \mathbf{P}(\mathbf{c}_i(k+1)), k+1)\} - \\
 &\quad \boldsymbol{\eta}^\top(k)\mathbf{P}(\mathbf{c}_i(k))\boldsymbol{\eta}(k) \leqslant \boldsymbol{\xi}^\top(k)\boldsymbol{\varphi}_i\boldsymbol{\xi}(k) \leqslant \\
 &\quad -\lambda_0 \|\boldsymbol{\xi}(k)\|^2,
 \end{aligned}$$

其中, $\lambda_0 = \min(\lambda_{\min}(-\boldsymbol{\varphi}_i))$.

若 $\boldsymbol{\omega}(k) \equiv 0$ 时, 可得:

$$\begin{aligned} & \mathbb{E}\{V(\boldsymbol{\eta}(k+1), \mathbf{P}(\mathbf{c}_t(k+1)), k+1)\} - \\ & \boldsymbol{\eta}^T(k) \mathbf{P}(\mathbf{c}_t(k)) \boldsymbol{\eta}(k) \leq -\lambda_0 \|\boldsymbol{\eta}(k)\|^2. \quad (23) \end{aligned}$$

存在 $\zeta > 0$, 有

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\zeta^{k+1}} \mathbb{E}\{V(\boldsymbol{\eta}(k+1), \mathbf{c}_t(k+1), k+1)\} - \\ & \frac{1}{\zeta^k} \mathbb{E}\{V(\boldsymbol{\eta}(k), \mathbf{c}_t(k), k)\} - \\ & \frac{1}{\zeta^{k+1}} (\mathbb{E}\{V(\boldsymbol{\eta}(k+1), \mathbf{c}_t(k+1), k+1)\} - \\ & \mathbb{E}\{V(\boldsymbol{\eta}(k), \mathbf{c}_t(k), k)\}) + \\ & \frac{1}{\zeta^k} \left(\frac{1}{\zeta} - 1 \right) \mathbb{E}\{V(\boldsymbol{\eta}(k), \mathbf{c}_t(k), k)\} \leq \\ & \frac{1}{\zeta^k} \left(-\frac{\lambda_0}{\zeta} + \left(\frac{1}{\zeta} - 1 \right) \lambda_1 \right) \mathbb{E}\{\|\boldsymbol{\eta}(k)\|^2\}, \quad (24) \end{aligned}$$

其中, $\lambda_1 = \max(\lambda_{\max} \mathbf{P}_{c_t})$, 对所有的 $\mathbf{c}_t \in C$. 当 $\zeta = 1$ 时, $\frac{1}{\zeta^k} \left(-\frac{\lambda_0}{\zeta} + \left(\frac{1}{\zeta} - 1 \right) \lambda_1 \right) = -\lambda_0 < 0$.

由连续性可知, 可找到一个常数 $0 < \zeta_0 < 1$ 使 $\frac{1}{\zeta^k} \left(-\frac{\lambda_0}{\zeta} + \left(\frac{1}{\zeta} - 1 \right) \lambda_1 \right) < 0$, 可得:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\zeta_0^{k+1}} \mathbb{E}\{V(\boldsymbol{\eta}(k+1), \mathbf{c}_t(k+1), k+1)\} - \\ & \frac{1}{\zeta_0^k} \mathbb{E}\{V(\boldsymbol{\eta}(k), \mathbf{c}_t(k), k)\} \leq 0. \quad (25) \end{aligned}$$

通过迭代可得:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\zeta_0^k} \mathbb{E}\{V(\boldsymbol{\eta}(k), \mathbf{c}_t(k), k)\} \leq V(\boldsymbol{\eta}(k_0), \mathbf{c}_t(k_0), k_0) = \\ & \boldsymbol{\eta}^T(k_0) \mathbf{P}(\mathbf{c}_t(k_0)) \boldsymbol{\eta}(k_0) \leq \lambda_{\max} \mathbf{P}(\mathbf{c}_t(k_0)) \|\boldsymbol{\eta}(k_0)\|^2. \end{aligned}$$

由以上可得:

$$\mathbb{E}\{\|\boldsymbol{\eta}(k)\|^2\} \leq \zeta_0^k \frac{\lambda_{\max} \mathbf{P}(\mathbf{c}_t(k_0))}{\max\{\lambda_{\min} \mathbf{P}_i\}} \|\boldsymbol{\eta}(k_0)\|^2.$$

由定义 1 可知, 滤波误差系统在均方意义上是指数稳定的.

接下来找出滤波器参数 $\mathbf{K}_A(i), \mathbf{K}_B(i), \mathbf{K}_C(i)$ 使滤波误差系统是均方指数稳定并具有一个保证的 H_∞ 界.

定理2 对于给定的标量 $0 < \sigma < 1, \gamma > 0, t = 1, 2, \dots, r$, 系统(12) 在均方意义上呈指数稳定且具有一定的 H_∞ 性能水平. 如果存在合适维数的正定矩阵 $\mathbf{P}_i, \mathbf{P}_{ij}, \mathbf{W}_{ij}$, 正标量 λ, ε 使得对于所有的 $i \in C$, 以下的不等式成立:

$$\hat{\Xi} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varphi}_{1i} & \hat{\boldsymbol{\varphi}}_{2i} & \hat{\boldsymbol{\varphi}}_{3i} & \hat{\boldsymbol{\varphi}}_{4i} & \boldsymbol{\varphi}_5 & \boldsymbol{\varphi}_6 & 0 \\ * & \boldsymbol{\varphi}_{9i} & 0 & 0 & 0 & 0 & \hat{\boldsymbol{\varphi}}_{10i} \\ * & * & \hat{\mathbf{P}}_{ij} & 0 & 0 & 0 & \hat{\boldsymbol{\varphi}}_{7i} \\ * & * & * & -\mathbf{I} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & \boldsymbol{\varphi}_8 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -\varepsilon \mathbf{I} & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -\varepsilon \mathbf{I} \end{bmatrix} < 0, \quad (26)$$

则滤波器参数为 $\mathbf{K}_A(i) = \mathbf{W}_{3i}^{-T} \mathbf{A}_i, \mathbf{K}_B(i) = \mathbf{W}_{3i}^{-T} \mathbf{B}_i, \mathbf{K}_C(i) = \mathbf{C}_i$.

其中,

$$\begin{aligned} \hat{\boldsymbol{\varphi}}_{2i} &= [(\hat{\boldsymbol{\varphi}}_{2i}^1)^T, (\hat{\boldsymbol{\varphi}}_{2i}^2)^T, (\hat{\boldsymbol{\varphi}}_{2i}^3)^T]^T, \\ \hat{\boldsymbol{\varphi}}_{2i}^1 &= \begin{bmatrix} \mathbf{A}^T \mathbf{W}_{1i} + \mathbf{C}^T \bar{\boldsymbol{\alpha}}_i^T \mathbf{B}_i^T & \mathbf{A}^T \mathbf{W}_{2i} + \mathbf{C}^T \bar{\boldsymbol{\alpha}}_i^T \mathbf{B}_i^T \\ \mathbf{A}_i^T & \mathbf{A}_i^T \end{bmatrix}, \\ \hat{\boldsymbol{\varphi}}_{2i}^2 &= [\bar{\boldsymbol{\alpha}}_i^T \mathbf{B}_i^T, \bar{\boldsymbol{\alpha}}_i^T \mathbf{B}_i^T], \\ \hat{\boldsymbol{\varphi}}_{2i}^3 &= [\hat{\boldsymbol{\varphi}}_{3i}^1, \hat{\boldsymbol{\varphi}}_{3i}^2, \dots, \hat{\boldsymbol{\varphi}}_{3i}^r], \\ \boldsymbol{\varphi}_{3i}' &= [(\boldsymbol{\varphi}_{3i}')_1^T, (\boldsymbol{\varphi}_{3i}')_2^T, (\boldsymbol{\varphi}_{3i}')_3^T]^T, \\ (\boldsymbol{\varphi}_{3i}')_1 &= \bar{\theta}_{t,i} \begin{bmatrix} \mathbf{C}^T \boldsymbol{\Phi}_t^T \mathbf{B}_i^T & \mathbf{C}^T \boldsymbol{\Phi}_t^T \mathbf{B}_i^T \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ (\boldsymbol{\varphi}_{3i}')_2 &= \bar{\theta}_{t,i} [\boldsymbol{\Phi}_t^T \mathbf{B}_i^T, \boldsymbol{\Phi}_t^T \mathbf{B}_i^T], \\ (\boldsymbol{\varphi}_{3i}')_3 &= \bar{\theta}_{t,i} [\mathbf{D}^T \boldsymbol{\Phi}_t^T \mathbf{B}_i^T, \mathbf{D}^T \boldsymbol{\Phi}_t^T \mathbf{B}_i^T], \\ \hat{\boldsymbol{\varphi}}_{4i} &= [\hat{\mathbf{L}}_i, 0, 0]^T, \quad \hat{\mathbf{L}}_i = [\mathbf{L} - \mathbf{C}_i] \\ \hat{\boldsymbol{\varphi}}_{7i} &= [(\hat{\boldsymbol{\varphi}}_{7i}^1)^T, (\hat{\boldsymbol{\varphi}}_{7i}^2)^T, \dots, (\hat{\boldsymbol{\varphi}}_{7i}^r)^T]^T, \\ \hat{\boldsymbol{\varphi}}_{7i}^t &= \bar{\theta}_{t,i} \begin{bmatrix} \mathbf{B}_i^T \boldsymbol{\Phi}_t \\ \mathbf{B}_i^T \boldsymbol{\Phi}_t \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\varphi}_{9i} = \mathbf{P}_{ij} - \mathbf{W}_{ij} - \mathbf{W}_{ij}^T, \\ \hat{\mathbf{P}}_{ij} &= \text{diag}\{\mathbf{P}_{ij} - \mathbf{W}_{ij} - \mathbf{W}_{ij}^T, \mathbf{P}_{ij} - \mathbf{W}_{ij} - \mathbf{W}_{ij}^T, \dots, \mathbf{P}_{ij} - \mathbf{W}_{ij} - \mathbf{W}_{ij}^T\}, \\ \hat{\boldsymbol{\varphi}}_{10i} &= \begin{bmatrix} \mathbf{B}_i^T \bar{\boldsymbol{\alpha}}_i \\ \mathbf{B}_i^T \bar{\boldsymbol{\alpha}}_i \end{bmatrix}, \quad \mathbf{P}_{ij} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{1i} & \mathbf{P}_{2i} \\ * & \mathbf{P}_{3i} \end{bmatrix}, \\ \mathbf{W}_{ij} &= \begin{bmatrix} \mathbf{W}_{1i} & \mathbf{W}_{2i} \\ \mathbf{W}_{3i} & \mathbf{W}_{3i} \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

证明 对定理 1 中式(15) 进行左乘 $\text{diag}\{\mathbf{I}, \mathbf{I}, \mathbf{I}, \mathbf{W}_{ij}^T, \mathbf{W}_{ij}^T, \dots, \mathbf{W}_{ij}^T, \mathbf{I}, \mathbf{I}, \mathbf{I}, \mathbf{I}\}$, 右乘其转置, 可得:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\varphi}_{1i} & \boldsymbol{\varphi}_{2i} \mathbf{W}_{ij} & \boldsymbol{\varphi}_{3i} \mathbf{W}_{ij} & \boldsymbol{\varphi}_{4i} & \boldsymbol{\varphi}_5 & \boldsymbol{\varphi}_6 & 0 \\ * & \bar{\mathbf{P}}_{ij} & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{W}_{ij}^T \mathbf{M}_i \\ * & * & \bar{\mathbf{P}}_{ij} & 0 & 0 & 0 & \mathbf{W}_{ij}^T \boldsymbol{\varphi}_{7i} \\ * & * & * & -\mathbf{I} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & \boldsymbol{\varphi}_8 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -\varepsilon \mathbf{I} & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -\varepsilon \mathbf{I} \end{bmatrix} < 0,$$

其中, $\bar{\mathbf{P}}_{ij} = -\mathbf{W}_{ij}^T \mathbf{P}_{ij}^{-1} \mathbf{W}_{ij}$, $\tilde{\mathbf{P}}_{ij} = \text{diag}\{-\mathbf{W}_{ij}^T \mathbf{P}_{ij}^{-1} \mathbf{W}_{ij}, -\mathbf{W}_{ij}^T \mathbf{P}_{ij}^{-1} \mathbf{W}_{ij}, \dots, -\mathbf{W}_{ij}^T \mathbf{P}_{ij}^{-1} \mathbf{W}_{ij}\}$. 由于 $-\mathbf{W}_{ij}^T \mathbf{P}_{ij}^{-1} \mathbf{W}_{ij} \leq \mathbf{P}_{ij} - \mathbf{W}_{ij} - \mathbf{W}_{ij}^T$, 可得 $\varphi_{9i}, \hat{\mathbf{P}}_{ij}$. 然后将相应的乘积项展开可得 $\hat{\Xi} < 0$, $\mathbf{K}_A(i) = \mathbf{W}_{3i}^{-T} \mathbf{A}_i$, $\mathbf{K}_B(i) = \mathbf{W}_{3i}^{-T} \mathbf{B}_i$, $\mathbf{K}_C(i) = \mathbf{C}_i$, 证毕.

由以上两个定理注意到衰减水平 γ 是给定的, 但是实际情况下, 该性能水平对于系统分析和设计是未知的且需要找出其最优值, 在这种情况下, 问题转化为标量 γ^2 的凸优化问题. 因此, 最优的估计器参数可通过求解下列的最优化问题来确定:

$$\begin{aligned} & \min \rho \\ \text{s.t. } & (26), \lambda > 0, \varepsilon > 0, P_i > 0, \text{ 其中 } \rho = \gamma^2. \end{aligned}$$

通过 Matlab 最优工具箱 mincx 可得抑制衰减水平 γ 的最优值, 同时, 滤波器参数 $\mathbf{K}_A(i)$, $\mathbf{K}_B(i)$, $\mathbf{K}_C(i)$ 可在获得 γ 的前提下被计算出来.

3 仿真验证

这部分通过两自由度的悬架系统的仿真实验证明提出的理论方法的有效性. 本文目标是得到汽车悬架系统的状态值, 相关的系统参数值如表 1 所示.

表 1 悬架系统参数

Table 1 Parameters of suspension systems

m_1	m_2	k_1	k_2	c	T
510 kg	3 886 kg	1 250 000 N/s	279 300 N/s	9 224	0.2 s

因此, 悬架系统参数矩阵为

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -0.1055 & 0.0085 & -0.0022 & 0.0217 \\ -0.2260 & 0.1669 & 0.0028 & 0.1123 \\ 8.2196 & -2.7734 & -0.0139 & -0.0831 \\ -0.4540 & -6.5121 & -0.0109 & -0.0482 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B} = [-1.0970 \quad -1.0591 \quad 5.4462 \quad -6.9661]^T,$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0.01 \\ 0.01 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{L} = \mathbf{I}_4, \quad \boldsymbol{\omega}(k) = e^{-2k}.$$

这里考虑在 3 个通道之间进行切换, 即 $N=3$, 并且假设马尔可夫链概率转移矩阵 $\boldsymbol{\Pi}(k)$ 如下形式:

$$\boldsymbol{\Pi}(k) = \begin{bmatrix} 0.4 & 0.3 & 0.3 \\ 0.3 & 0.4 & 0.3 \\ 0.5 & 0.2 & 0.3 \end{bmatrix}.$$

其他参数为: 量化密度 $\rho_i^1 = 0.9$, $\rho_i^2 = 0.8$, 对于所有的 $i \in C$, 则有 $\boldsymbol{\delta}_i = \text{diag}\{0.8, 0.9\}$. 每个信道的数据包的到达率矩阵指定为: $\bar{\boldsymbol{\alpha}}_1 = \text{diag}\{0.9, 0.92\}$, $\bar{\boldsymbol{\alpha}}_2 = \text{diag}\{0.91, 0.89\}$, $\bar{\boldsymbol{\alpha}}_3 = \text{diag}\{0.89, 0.93\}$.

令 $c_{i0}=1$, 且随机产生系统的初始值 x_0 . 通过使用 Matlab 工具箱, 求解关于干扰抑制水平 γ 的凸优化问题, 可得最优的 H_∞ 干扰抑制衰减水平, 对于 3 个通信通道的滤波器的参数设计为:

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_A(1) &= \begin{bmatrix} -0.1403 & -0.0803 & -0.0019 & 0.0017 \\ -0.2638 & 0.0792 & 0.0031 & 0.0098 \\ 8.3489 & -2.3323 & -0.0168 & -0.1921 \\ -0.6848 & -6.9779 & -0.0092 & 0.0502 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{K}_A(2) &= \begin{bmatrix} -0.0668 & -0.0022 & 0.0017 & 0.0085 \\ -0.1742 & 0.1473 & 0.0084 & 0.0372 \\ 7.7633 & -2.6885 & -0.0505 & -0.2633 \\ -0.0467 & -6.5416 & 0.0303 & 0.1821 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{K}_A(3) &= \begin{bmatrix} -0.1358 & -0.0804 & -0.0018 & 0.0031 \\ -0.2653 & 0.0709 & 0.0030 & 0.0072 \\ 8.3156 & -2.3277 & -0.0177 & -0.1962 \\ -0.6724 & -6.9778 & 0.0088 & 0.0560 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{K}_B(1) &= \begin{bmatrix} 0.0028 & -0.0367 \\ -0.0007 & -0.1169 \\ -0.0167 & -0.0305 \\ 0.1221 & -0.0027 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{K}_B(2) &= \begin{bmatrix} -0.0003 & -0.0131 \\ -0.0050 & -0.0781 \\ 0.0075 & -0.1895 \\ 0.0886 & 0.2522 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{K}_B(3) &= \begin{bmatrix} 0.0040 & -0.0336 \\ -0.0017 & -0.1174 \\ -0.0303 & -0.0339 \\ 0.1275 & 0.0114 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{K}_C(1) &= \begin{bmatrix} -1.0007 & 0.0002 & -0.0001 & 0.0002 \\ -0.0007 & -0.9998 & 0.0001 & 0.0001 \\ 0.0001 & -0.0001 & -1.0002 & 0.0001 \\ -0.0023 & 0.0006 & -0.0001 & -0.9502 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{K}_C(2) &= \begin{bmatrix} -1.0021 & 0.0005 & -0.0001 & 0.0002 \\ -0.0003 & -0.9998 & 0.0001 & 0.0001 \\ 0.0185 & 0.0048 & -1.0034 & 0.0004 \\ -0.0053 & 0.0014 & -0.0001 & -0.9992 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{K}_C(3) &= \begin{bmatrix} -1.0004 & 0.0001 & -0.0001 & 0.0001 \\ -0.0005 & -0.9998 & 0.0001 & 0.0001 \\ -0.0033 & -0.0009 & -1.0004 & 0.0001 \\ -0.0031 & 0.0008 & -0.0001 & -0.9902 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

3 个通信信道在上述马尔可夫链下的切换时序以及系统滤波误差的动态过程如图 1 所示. 从图 1 可以

看出滤波误差在大约几步内趋向于零,系统对于外部噪声有很好的鲁棒性.

图2是状态 x_1, x_2, x_3, x_4 的动态轨迹和对应的滤波值,从仿真结果可以看出滤波器能够很好地估计系统的状态值.

事件触发的时序如图3所示,和一般的周期性采样方式相比,仅有70%数据包被传输.因此,通过事件触发传输机制,在保证系统性能的同时节省了通信资源.

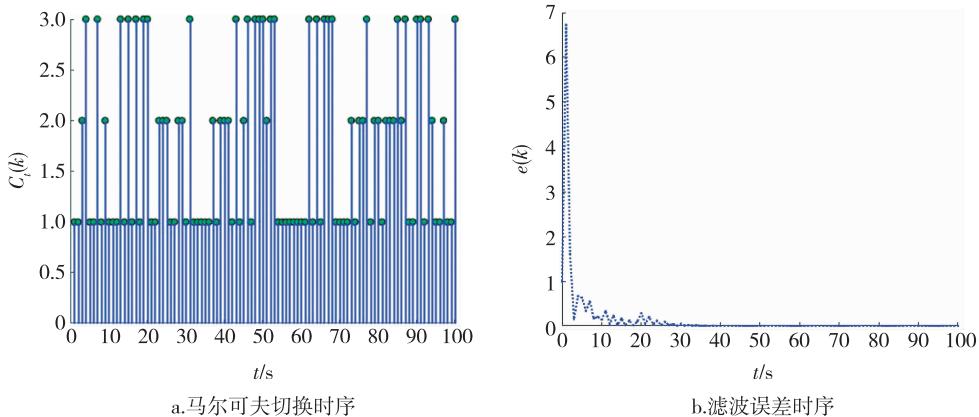


图1 马尔可夫切换时序及系统滤波误差动态

Fig. 1 Markov chain and estimation error norm

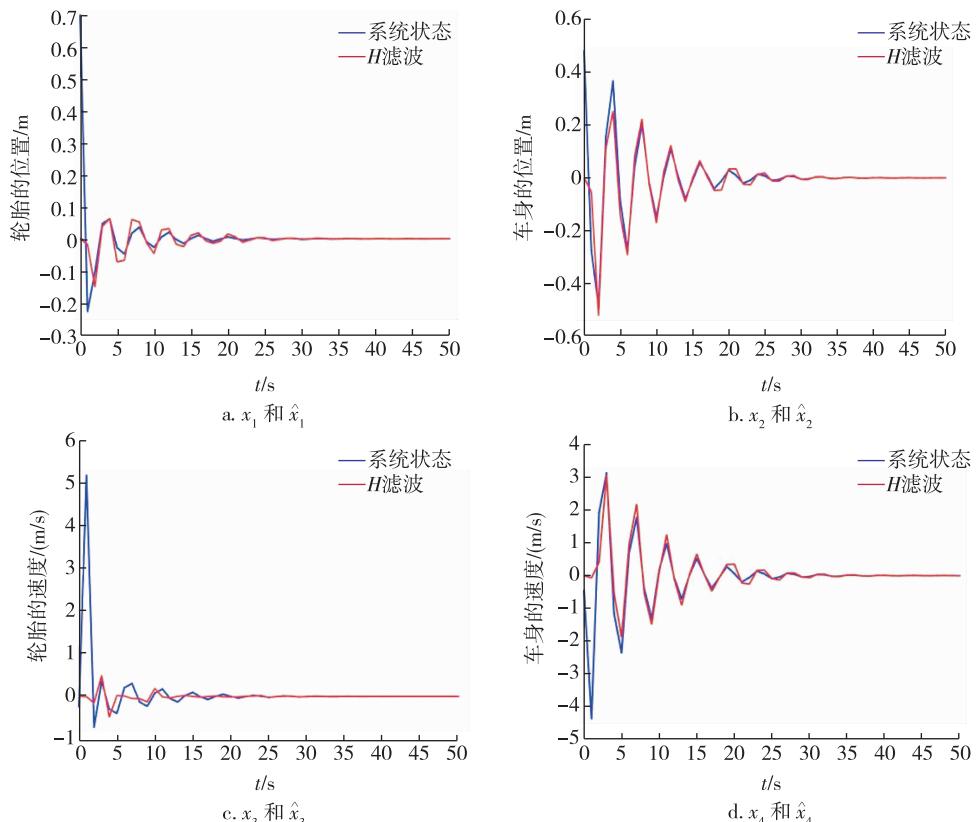


图2 系统动态轨迹和对应的滤波值

Fig. 2 State and estimated state of the system

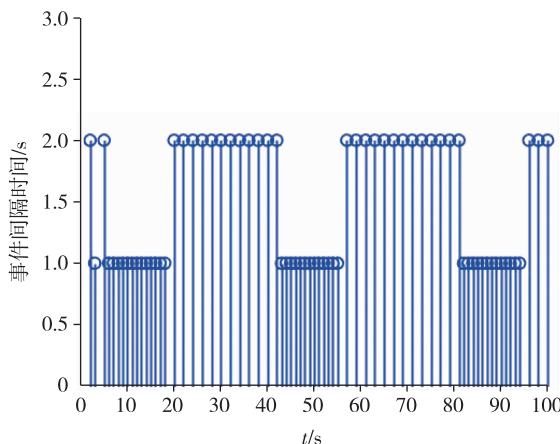


图 3 事件触发时序

Fig. 3 The release instants and intervals

4 结束语

本文研究了汽车悬架系统在多通道切换的通信环境下的事件触发 H_∞ 滤波问题,同时考虑了两方面的网络化通信缺陷:信号量化和随机丢包问题.然后,通过构建李雅普诺夫函数方法导出了滤波器参数以及事件触发参数的设计结果.最后,对于悬架系统的仿真研究的结果证实了本文提出的理论方法的有效性.未来,将考虑把通道时延、对象建模的非线性及不确定性考虑在一个统一的框架中,对该框架的滤波问题进行研究.

参考文献

References

- [1] Li H Y, Jing X J, Karimi H R. Output-feedback-based H_∞ control for vehicle suspension systems with control delay [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2014, 61(1): 436-446
- [2] Wang R R, Jing H, Karimi H R, et al. Robust fault tolerant H_∞ control of active suspension systems with finite-frequency constraint [J]. Mechanical Systems & Signal Processing, 2015, 62/63(4702): 341-355
- [3] Yan H C, Qian F F, Zhang H, et al. H_∞ fault detection for networked mechanical spring-mass systems with incomplete information [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2016, 63(9): 5622-5631
- [4] Zapateiro M, Pozo F, Karimi H R, et al. Semiactive control methodologies for suspension control with magnetorheological dampers [J]. ASME Transactions on Mechatronics, 2012, 17(2): 370-380
- [5] Wang Z F, Dong M M, Qin Y C, et al. Suspension system state estimation using adaptive Kalman filtering based on road classification [J]. Vehicle System Dynamics, 2017, 55(3): 371-398
- [6] Pletschen N, Diepold K J. Nonlinear state estimation for suspension control applications: a Takagi-Sugeno Kalman filtering approach [J]. Control Engineering Practice, 2017, 61: 292-306
- [7] Sun W C, Pan H H, Gao H J. Filter-based adaptive vibration control for active vehicle suspensions with electrohydraulic actuators [J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2016, 65(6): 4619-4626
- [8] Zhang D, Xu Z H, Karimi H R, et al. Distributed filtering for switched linear systems with sensor networks in presence of packet dropouts and quantization [J]. IEEE Transactions on Circuits & Systems I: Regular Papers, 2017, 64(10): 2783-2796
- [9] Fu M Y, Xie L H. The sector bound approach to quantized feedback control [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2005, 50(11): 1698-1711
- [10] Yin X Y, Zhang L X, Ning Z P, et al. State estimation via Markov switching-channel network and application to suspension systems [J]. IET Control Theory & Applications, 2017, 11(3): 411-419
- [11] Yan H C, Zhang H, Yang F W, et al. Event-triggered asynchronous guaranteed cost control for Markov jump discrete-time neural networks with distributed delay and channel fading [J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2018, 29(8): 3588-3598
- [12] Li Q, Shen B, Liu Y R, et al. Event-triggered H_∞ state estimation for discrete-time stochastic genetic regulatory networks with Markovian jumping parameters and time-varying delays [J]. Neurocomputing, 2016, 174: 912-920
- [13] Zhang H, Zheng X Y, Yan H C, et al. Codesign of event-triggered and distributed H_∞ filtering for active semi-vehicle suspension systems [J]. ASME Transactions on Mechatronics, 2017, 22(2): 1047-1058
- [14] Yan H C, Zhang H, Yang F W, et al. Event-triggered asynchronous guaranteed cost control for Markov jump discrete-time neural networks with distributed delay and channel fading [J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2018, 29(8): 3588-3598
- [15] Peng C, Han Q L, Dong Y. To transmit or not to transmit: a discrete event-triggered communication scheme for networked Takagi-Sugeno fuzzy systems [J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2013, 21(1): 164-170
- [16] Zhang H, Wang Z P, Yan H C, et al. Adaptive event-triggered transmission scheme and H_∞ filtering co-design over a filtering network with switching topology [J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2018, DOI: 10.1109/TCYB.2018.2862828
- [17] Zhang D, Wang Q G, Srinivasan D, et al. Asynchronous state estimation for discrete-time switched complex networks with communication constraints [J]. IEEE Transactions on Neural Networks & Learning Systems, 2018, 29(5): 1732-1746

Event-triggered H_∞ filtering of car suspension systems with Markovian switching

SUN Jiayu¹ YAN Huaicheng^{1,2} LI Zhichen² ZHAN Xisheng²

1 College of Information Science and Engineering, East China University of Science and Technology, Shanghai 200237

2 College of Mechatronics and Control Engineering, Hubei Normal University, Huangshi 435002

Abstract An event-triggered H_∞ state estimation problem is investigated in this paper for a two-degrees-of-freedom (2-DOF) quarter-car suspension system operated over a switching-channel network environment. First, the channelswitching is governed by a Markov chain. Then, a Markov jump linear system model is adopted to represent the overall networked system in accordance with the event-triggered communication scheme, signal quantization, and random packet losses on account of the limited network bandwidth. Using the Lyapunov functional and linear matrix inequality method, the event-triggered H_∞ state estimation problem is transformed into an optimization problem, theswitching-channel-dependent filters of which are designed such that the filter error system is exponentially stable in the mean square sense and achieves the desired performance level. Finally, a simulation example is used to demonstrate the validity of the proposed design.

Key words event-triggered mechanism; signal quantization; random packet dropouts; Markov chain