



欺骗攻击环境下带有传感器故障的大规模电网分布式状态估计

摘要

本文研究了欺骗攻击环境下带有传感器故障的大规模电网分布式状态估计问题.通过引入拓扑关系来描述分布式传感器节点之间的相互关系,使用随机Bernoulli序列描述欺骗攻击模型及其随机特性.基于Lyapunov方法证明了带有传感器故障的系统在遭受欺骗攻击环境下的均方稳定及 H_∞ 稳定的充分条件,并基于LMI设计了满足 H_∞ 性能指标的分布式状态估计器.最后通过数值仿真验证了所设计估计器的有效性.

关键词

电力网络;分布式状态估计;欺骗攻击;线性矩阵不等式(LMI)

中图分类号 TM712

文献标志码 A

收稿日期 2018-10-18

资助项目 国家自然科学基金(61803099);广东省自然科学基金研究团队项目(2018B030312006);广东省教育厅基础研究重大项目(2017KZDXM027)

作者简介

武云发,男,硕士生,研究方向包括网络化控制系统、机器学习.wu_yunfa@qq.com

张斌(通信作者),女,博士,讲师,研究方向包括智能控制、过程控制、最优控制以及网络化控制系统.zhangbin_csu309@163.com

0 引言

随着国际形势不确定因素的增多,网络攻击事件时有发生.电力系统的安全运行关乎经济发展以及国家安全,因此研究攻击环境下电力网络的状态估计问题具有重要现实意义.

电力网络是典型的复杂网络,对电网攻击理论的研究受到众多学者的关注^[1-5].文献[6]研究了一种网络拓扑下的不可测虚假数据攻击的启发式方法.文献[7]利用LMI方法研究了离散时间非线性系统的分布式状态估计问题.文献[8]提出一种基于观测器的网络化Lipschitz非线性系统的 H_∞ 控制问题.文献[7-11]采用Markov链表示线性网络化控制系统中的随机时延、丢包问题,并利用Lyapunov稳定性理论和线性矩阵不等式等方法进行处理.文献[12]利用伯努利过程,引入了一个新的模型来描述随机发生的非线性,设计了适用于具有量化测量和随机非线性的周期随机系统的无源滤波器.文献[13]研究了多重丢包情况下的网络化系统的最优 H_∞ 滤波问题.文献[14]研究了无限分布时滞离散时间分段线性系统的可靠 H_∞ 控制问题.

信息安全行业大多从主机端进行加固,做好防护以及应急措施,缺乏从控制系统设计上对攻击进行预防和处理的研究.本文在系统控制设计中考虑了相关攻击对系统的影响,从根本上进行预防,减少各种攻击对主机的影响.本文引入了一种常见的网络攻击——欺骗攻击(spoofing attack).欺骗攻击会劫持传感器节点或者控制器节点,并注入虚假信息,干扰网络运行.

本文中,包含 N 个节点的传感器网络的拓扑关系采用有向图 $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E}, \mathcal{A})$ 表示, $\mathcal{V} \triangleq \{v_1, v_2, \dots, v_N\}$ 表示节点, $\mathcal{E} \subseteq \mathcal{V} \times \mathcal{V}$ 表示一组边, $\mathcal{A} = [a_{ij}]_{N \times N}$ 是邻接矩阵,式中若 $a_{ij} > 0$ 表示节点 i 可以收到来自节点 j 的信息,其他情况下 $a_{ij} = 0$.有向图 \mathcal{G} 的边由有序对 (i, j) 表示,例如, $a_{ij} > 0 \Leftrightarrow (i, j) \in \mathcal{E}$. $\mathcal{N}_i = \{j \in \mathcal{V}, i \neq j: (i, j) \in \mathcal{E}\}$ 表示节点 i 的邻接节点集合. $|\mathcal{N}_i|$ 表示节点 i 的邻接节点的个数.

除特殊标注之外,本文所用符号均采用标准形式.'表示矩阵转置, \mathbf{R}^n 表示 n 维欧几里得空间, $\mathbf{R}^{n \times m}$ 表示 $n \times m$ 实矩阵集合, \mathbf{I} 表示相应阶数的单位矩阵,*表示对称部分, $\text{diag}\{\dots\}$ 表示对角矩阵, $\text{diag}_N\{\dots\}$ 表示带有 N 个相同块的块对角矩阵, $\|\mathbf{x}\|$ 表示向量 \mathbf{x} 的欧几里

得范数, $X > Y$ 和 $X \geq Y$ 分别表示 $X - Y$ 是正定和半正定的. $E\{x\}$ 表示 x 的期望值, $E\{x|y\}$ 表示 y 条件下 x 的期望值, $P\{\cdot\}$ 表示事件 \cdot 的概率, $P\{A|B\}$ 表示 B 条件下 A 事件发生的概率, $\lambda(\cdot)$ 表示矩阵 \cdot 的所有特征值.

1 问题描述与预备知识

1.1 电网分布式系统描述

电力信息网络可看成由 N 个分布式子传感器网络组成的离散时间非线性网络:

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{D}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}f(\mathbf{x}(k)) + \mathbf{H}\boldsymbol{\omega}(k), \\ \mathbf{y}_i(k) = \mathbf{C}_i\mathbf{x}(k) + \mathbf{F}_i\mathbf{v}(k), \\ \mathbf{z}(k) = \mathbf{L}\mathbf{x}(k), \end{cases} \quad (1)$$

式中 $\mathbf{x}(k) \in \mathbf{R}^n$ 为系统状态向量, $f(\mathbf{x}(k)) \in \mathbf{R}^n$ 是非线性向量, $\mathbf{y}_i(k) = [y_{i1}(k), \dots, y_{im}(k)]' \in \mathbf{R}^m$ ($i \in \psi_N \triangleq \{1, 2, \dots, N\}$) 为传感器测量输出, $\mathbf{z}(k) \in \mathbf{R}^q$ 为估计输出向量, $\mathbf{D} \in \mathbf{R}^{n \times n}$, $\mathbf{B} \in \mathbf{R}^{n \times n}$, $\mathbf{H} \in \mathbf{R}^{n \times l}$, $\mathbf{L} \in \mathbf{R}^{q \times n}$, $\mathbf{C}_i = [\mathbf{C}'_{i1}, \dots, \mathbf{C}'_{im}]' \in \mathbf{R}^{m \times n}$, $\mathbf{F}_i = [\mathbf{F}'_{i1}, \dots, \mathbf{F}'_{im}]' \in \mathbf{R}^{m \times p}$ 是已知常数矩阵, $\boldsymbol{\omega}(k) \in \mathbf{R}^l$ 和 $\mathbf{v}(k) \in \mathbf{R}^p$ 分别为系统噪声和测量噪声, 均值为 0, 且满足:

$$\sum_{k=0}^T (\boldsymbol{\omega}(k)' \boldsymbol{\omega}(k) + \mathbf{v}(k)' \mathbf{v}(k)) \leq \sigma^2, \sigma > 0. \quad (2)$$

式(1)中非线性函数 $f(\mathbf{x}(k))$ 为满足全局 Lipschitz 条件的非线性变量^[10]:

$$\|f(\mathbf{x}(k))\| \leq \|\mathbf{G}\mathbf{x}(k)\|, \quad (3)$$

$$\|f(\mathbf{x}(k)) - f(\mathbf{y}(k))\| \leq \|\mathbf{G}(\mathbf{x}(k) - \mathbf{y}(k))\|, \quad (4)$$

\mathbf{G} 是常数矩阵.

1.2 欺骗攻击描述

数据在网络通道中传输时可能遭受欺骗攻击. 欺骗攻击会窃取密钥、劫持传感器节点或者控制器节点. 如果控制器被劫持, 此攻击会将错误数据注入控制器节点. 在本文中, 选取原传输信息 $\mathbf{e}_i(k)$ 的相反数据作为虚假数据, 即当网络受到欺骗攻击后接收到的数据为 $\hat{\mathbf{y}}_i(k) = -\mathbf{e}_i(k)$.

为了简化攻击表达, 采用以下形式同时表示攻击以及不攻击的情况:

$$\hat{\mathbf{y}}_i(k) = \alpha_i(k)\mathbf{e}_i(k) + (1 - \alpha_i(k))(-\mathbf{e}_i(k)) = (2\alpha_i(k) - 1)\mathbf{e}_i(k), \quad (5)$$

变量 $\alpha_i(k)$ 是随机 Bernoulli 序列且满足:

$$\begin{cases} E\{\alpha_i(k) = 1\} = \bar{\alpha}_i, \\ E\{(\alpha_i(k) - \bar{\alpha}_i)^2\} = \bar{\alpha}_i(1 - \bar{\alpha}_i) \triangleq \sigma_i^2, \end{cases} \quad (6)$$

式中 $\bar{\alpha}_i \in [0, 1]$ ($i \in \psi_N$) 是常数.

1.3 传感器故障描述

当传感器发生故障时, 使用 $\mathbf{y}_i^f(k)$ 描述来自传感器的信号. 则带有故障参数 Γ_i 的传感器故障模型可表示为

$$\mathbf{y}_i^f(k) = \Gamma_i \mathbf{y}_i(k), \quad (7)$$

式中 $0 \leq \underline{\Gamma}_i = \text{diag}\{\underline{\vartheta}_{i1}, \dots, \underline{\vartheta}_{im}\} \leq \Gamma_i = \text{diag}\{\vartheta_{i1}, \dots, \vartheta_{im}\} \leq \bar{\Gamma}_i = \text{diag}\{\bar{\vartheta}_{i1}, \dots, \bar{\vartheta}_{im}\} \leq \mathbf{I}$, 其中变量 ϑ_{ij} ($j=1, \dots, m$) 量化了传感器的故障.

令 $\Gamma_{i0} = \text{diag}\{\vartheta_{i01}, \dots, \vartheta_{i0m}\} \triangleq \{\underline{\Gamma}_i + \bar{\Gamma}_i\}/2 = \text{diag}\{\vartheta_{i1} + \bar{\vartheta}_{i1}/2, \dots, (\vartheta_{im} + \bar{\vartheta}_{im})/2\}$, $\tilde{\Gamma}_i = \text{diag}\{\tilde{\vartheta}_{i1}, \dots, \tilde{\vartheta}_{im}\} \triangleq \{\bar{\Gamma}_i - \underline{\Gamma}_i\}/2 = \text{diag}\{(\bar{\vartheta}_{i1} - \vartheta_{i1})/2, \dots, (\bar{\vartheta}_{im} - \vartheta_{im})/2\}$, 明显 $\tilde{\vartheta}_{ij} = (\bar{\vartheta}_{ij} - \vartheta_{ij})/2$, $j=1, \dots, m$. 重新定义 Γ_i 如下:

$$\Gamma_i = \Gamma_{i0} + \Delta_i = \Gamma_{i0} + \text{diag}\{\zeta_{i1}, \dots, \zeta_{im}\}, \quad (8)$$

式中 $|\zeta_{ij}| \leq \tilde{\vartheta}_{ij}$, $j=1, \dots, m$.

注 1 由约束关系可知变量 Γ_i 有界, 且正常状态亦满足约束, 即 $\mathbf{y}_i^f(k)$ 不仅可以描述故障时系统状态, 亦可描述传感器正常状态.

1.4 欺骗攻击环境下带有传感器故障的分布式状态估计器

基于拓扑网络及前面电力信息网络的传感器网络描述, 下面提出电网系统的分布式估计器. 这里的节点 i 估计器状态不仅依赖于自身测量值, 而且也与它的邻接节点信息有关.

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{x}}_i(k+1) = \mathbf{D}\hat{\mathbf{x}}_i(k) + \mathbf{B}f(\hat{\mathbf{x}}_i(k)) + \mathbf{K}_{ii}\Gamma_i(\mathbf{y}_i(k) - \mathbf{C}_i\hat{\mathbf{x}}_i(k)) + \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \mathbf{K}_{ij}a_{ij}(2\alpha_j(k) - 1)\Gamma_j(\mathbf{y}_j(k) - \mathbf{C}_j\hat{\mathbf{x}}_j(k)), \\ \hat{\mathbf{z}}_i(k) = \mathbf{L}\hat{\mathbf{x}}_i(k), \end{cases} \quad (9)$$

$\hat{\mathbf{x}}_i(k)$ 是第 i 个估计器状态.

定义第 i 个估计器的估计误差为 $\mathbf{e}_i(k) = \mathbf{x}(k) - \hat{\mathbf{x}}_i(k)$, 然后基于式(1)和(9)可得到:

$$\begin{cases} \mathbf{e}_i(k+1) = \mathbf{D}\mathbf{e}_i(k) + \mathbf{B}\mathbf{g}_i(\mathbf{x}(k), \hat{\mathbf{x}}_i(k)) + \mathbf{H}\boldsymbol{\omega}(k) - \mathbf{K}_{ii}\Gamma_i(\mathbf{C}_i(k)\mathbf{e}_i(k) + \mathbf{F}_i\mathbf{v}(k)) - \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \mathbf{K}_{ij}a_{ij}o_j\Gamma_j(\mathbf{C}_j(k)\mathbf{e}_j(k) + \mathbf{F}_j\mathbf{v}(k)) - \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \mathbf{K}_{ij}a_{ij}b_j\Gamma_j(\mathbf{C}_j(k)\mathbf{e}_j(k) + \mathbf{F}_j\mathbf{v}(k)), \\ \bar{\mathbf{z}}_i(k) = \mathbf{L}\mathbf{e}_i(k), \end{cases} \quad (10)$$

其中,

$$\mathbf{g}_i(\mathbf{x}(k), \hat{\mathbf{x}}_i(k)) \triangleq f(\mathbf{x}(k)) - f(\hat{\mathbf{x}}_i(k)),$$

$$o_j = 2(\alpha_j(k) - \bar{\alpha}_j), \quad b_j = 2\bar{\alpha}_j - 1.$$

定义

$$\mathbf{e}(k) \triangleq [\mathbf{e}_1(k)', \mathbf{e}_2(k)', \dots, \mathbf{e}_N(k)']',$$

$$\mathbf{u}(k) \triangleq [\boldsymbol{\omega}(k)', \mathbf{v}(k)']'.$$

则由式(10)增广后可得到估计误差系统:

$$\begin{cases} \mathbf{e}(k+1) = \bar{\mathbf{A}}\mathbf{e}(k) + \hat{\mathbf{A}}\mathbf{e}(k) + \bar{\mathbf{H}}\mathbf{u}(k) + \\ \quad \hat{\mathbf{H}}\mathbf{u}(k) + \bar{\mathbf{B}}\mathcal{G}(k), \\ \bar{\mathbf{z}}(k) = \hat{\mathbf{L}}\mathbf{e}(k), \end{cases} \quad (11)$$

其中,

$$\mathcal{G}(k) = [\mathbf{g}_1(\mathbf{x}(k), \hat{\mathbf{x}}_1(k))', \mathbf{g}_2(\mathbf{x}(k), \hat{\mathbf{x}}_2(k))', \\ \dots, \mathbf{g}_N(\mathbf{x}(k), \hat{\mathbf{x}}_N(k))']',$$

$$\bar{\mathbf{A}} = \mathcal{D} - \mathcal{K}\mathcal{C} - \check{\mathcal{K}}\mathbf{b}\Gamma\mathcal{C},$$

$$\hat{\mathbf{A}} = - \sum_{j=1}^N \check{\mathcal{K}}_o \hat{\mathbf{I}}_j \Gamma \mathcal{C},$$

$$\bar{\mathbf{H}} = [\mathcal{H}, -\mathcal{K}\Gamma\mathcal{F} - \check{\mathcal{K}}\mathbf{b}\Gamma\mathcal{F}],$$

$$\hat{\mathbf{H}} = [0, - \sum_{j=1}^N \check{\mathcal{K}}_o \hat{\mathbf{I}}_j \Gamma \mathcal{F}],$$

$$\hat{\mathbf{I}}_i = \text{diag}_N \{ \underbrace{0, \dots, 0}_{i-1 \text{ 个}}, \underbrace{1}_{\text{第 } i \text{ 个}}, \underbrace{0, \dots, 0}_{N-i \text{ 个}} \},$$

$$\bar{\mathbf{B}} = \mathbf{I}_N \otimes \mathbf{B}, \quad \mathcal{D} = \mathbf{I}_N \otimes \mathcal{D},$$

$$\mathcal{C} = \text{diag} \{ \mathbf{C}_1, \mathbf{C}_2, \dots, \mathbf{C}_N \},$$

$$\mathcal{H} = [\underbrace{\mathbf{H}', \mathbf{H}', \dots, \mathbf{H}'}_{N \text{ 个}}]',$$

$$\mathcal{K} = \text{diag} \{ \mathbf{K}_{11}, \mathbf{K}_{22}, \dots, \mathbf{K}_{NN} \},$$

$$\check{\mathcal{K}} = [\check{\mathbf{K}}_{\varpi v}]_{N \times N}, \quad i, j \in \psi_N,$$

$$\check{\mathbf{K}}_{\varpi v} = \begin{cases} \mathbf{K}_{ij} a_{ij}, & \varpi = i, v = j, j \in \mathcal{N}_i, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$$

$$\Gamma = \text{diag} \{ \Gamma_1, \Gamma_2, \dots, \Gamma_N \},$$

$$\mathbf{b} = \text{diag} \{ b_1 \mathbf{I}_m, b_2 \mathbf{I}_m, \dots, b_N \mathbf{I}_m \},$$

$$\mathcal{F} = [\mathbf{F}_1', \mathbf{F}_2', \dots, \mathbf{F}_N']',$$

$$\hat{\mathbf{L}} = \text{diag}_N \{ \mathbf{L} \}.$$

本文是设计一个满足 H_∞ 性能指标的分布式状态估计器,即使得估计误差系统(11)同时满足如下定义:

定义 1^[8-9] 当 $\mathbf{u}(k) = 0$ 时,如果存在常数 $\phi > 0$ 和 $\tau \in (0, 1)$, 系统(11) 满足以下条件:

$$\mathbb{E} \{ \|\mathbf{e}(k)\|^2 \} \leq \phi \tau^k \mathbb{E} \{ \|\mathbf{e}(0)\|^2 \},$$

$$\forall \mathbf{e}(0) \in \mathbf{R}^n, k \in \mathbb{I}^+, \quad (12)$$

则称系统(11)是均方指数稳定的.

定义 2^[8-11] 当系统(11)是指数均方稳定的,且在零初始条件下,对于所有的非零 $\mathbf{u}(k)$, 系统的估计输出 $\bar{\mathbf{z}}(k)$ 满足:

$$\frac{1}{N} \sum_{k=0}^{\infty} \mathbb{E} \{ \|\bar{\mathbf{z}}(k)\|^2 \} < \gamma^2 \sum_{k=0}^{\infty} \mathbb{E} \{ \|\mathbf{u}(k)\|^2 \}, \quad (13)$$

则称系统(11)满足 H_∞ 性能指标,其中 $\gamma > 0$ 是一个指定标量.

2 主要结果与证明

不失一般性,本文中,假设所有的系统都是可观可控的.为了得到想要的结果,需要以下几个引理:

引理 1^[7] (Schur 补引理) 对给定的对称矩阵

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{11} & \mathbf{S}_{12} \\ \mathbf{S}_{12}' & \mathbf{S}_{22} \end{bmatrix},$$

其中 \mathbf{S}_{11} 是 $r \times r$ 维的.以下三个条件是等价的:

- 1) $\mathbf{S} < 0$;
- 2) $\mathbf{S}_{11} < 0, \mathbf{S}_{22} - \mathbf{S}_{12}' \mathbf{S}_{11}^{-1} \mathbf{S}_{12} < 0$;
- 3) $\mathbf{S}_{22} < 0, \mathbf{S}_{11} - \mathbf{S}_{12} \mathbf{S}_{22}^{-1} \mathbf{S}_{12}' < 0$.

引理 2^[8] (S-procedure) 若 $\mathbf{T}_i \in \mathbf{R}^{n \times n} (i = 0, 1, \dots, p)$ 是对称矩阵,如果存在 $\tau_i \geq 0 (i = 0, 1, \dots, p)$ 使得

$$\mathbf{T}_0 - \sum_{i=1}^p \tau_i \mathbf{T}_i > 0, \quad (14)$$

则

$$\zeta' \mathbf{T}_0 \zeta > 0, \quad \forall \zeta \neq 0,$$

$$\text{s.t. } \zeta' \mathbf{T}_i \zeta \geq 0 (i = 0, 1, \dots, p)$$

成立.

引理 3^[9] 对于 Lyapunov 函数 $V(\mathbf{e}(k))$, 如果存在实数 $\lambda \geq 0, \mu > 0, \nu > 0$ 和 $0 < p < 1$, 那么有

$$\mu \|\mathbf{e}(k)\|^2 \leq V(\mathbf{e}(k)) \leq \nu \|\mathbf{e}(k)\|^2, \quad (15)$$

$$\Delta V(k) \triangleq \mathbb{E} \{ V(k+1) \mid \mathbf{e}(k), \dots, \mathbf{e}(0) \} - V(k) \leq \lambda - pV(\mathbf{e}(k)), \quad (16)$$

并且序列 $\mathbf{e}(k)$ 满足:

$$\mathbb{E} \{ \|\mathbf{e}(k)\|^2 \} \leq \frac{\nu}{\mu} \|\mathbf{e}(0)\|^2 (1-p)^k + \frac{\lambda}{\mu p}. \quad (17)$$

下面的定理给出了系统(11)均方指数稳定的一个充分条件.

定理 1 假设已经给定观测器增益矩阵 \mathbf{L} , 传输通道参数 $0 \leq \sigma_i \leq 1$, 如果存在对称矩阵 $\mathbf{P} > 0$, 非负实数 $\varepsilon \geq 0$, 对角矩阵 $\mathbf{R}_i > 0 (i = 1, 2, 3)$ 满足不等式(18), 则系统(11)是均方指数稳定的.

$$\begin{bmatrix} \Theta_{11} & \bar{A}'P\bar{B} & \bar{A}'P & \tilde{A}'P & 0 & 0 & 0 \\ * & \hat{\Theta}_{22} & 0 & 0 & \bar{B}'P'K_{l_2} & 0 & 0 \\ * & * & -P & 0 & 0 & PK_{l_2} & 0 \\ * & * & * & -P & 0 & 0 & PK_{l_1} \\ * & * & * & * & -R_3\tilde{\Gamma}^{-2} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -R_2\tilde{\Gamma}^{-2} & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -R_1\tilde{\Gamma}^{-2} \end{bmatrix} < 0, \quad (18)$$

式中,

$$\Theta_{11} = \hat{\Theta}_{11} + C'R_1C + C'R_2C + C'R_3C,$$

$$\hat{\Theta}_{11} = -P + \varepsilon J,$$

$$\hat{\Theta}_{22} = \bar{B}'P\bar{B} - \varepsilon I,$$

$$J = \text{diag} \left\{ \underbrace{G'G, G'G, \dots, G'G}_{N\uparrow} \right\},$$

$$\tilde{A} = -\tilde{\kappa}\tau\Gamma_0C,$$

$$\bar{A} = D - \mathcal{K}C - \tilde{\kappa}b\Gamma_0C,$$

$$\tau = \text{diag} \{ \tau_1 I_m, \tau_2 I_m, \dots, \tau_N I_m \},$$

$$\tau_j = 2\sigma_j,$$

$$\Gamma_0 = \text{diag} \{ \Gamma_{10}, \dots, \Gamma_{N0} \}.$$

证明 为了研究系统(11)的稳定性,根据文献[13]的Lyapunov稳定性原理,定义一个Lyapunov函数:

$$V(k) = e(k)'Pe(k), \quad (19)$$

其中P是不等式(18)的解.因此由式(11)且u(k)=0,可得:

$$\Delta V(k) \triangleq E \{ V(k+1) | e(k), \dots, e(0) \} - V(k) =$$

$$E \{ e(k+1)'Pe(k+1) \} - e(k)'Pe(k) =$$

$$E \{ e(k)' \bar{A}'P \bar{A} e(k) + e(k)' \hat{A}'P \hat{A} e(k) +$$

$$u(k)' \bar{H}'P \bar{H} u(k) + u(k)' \hat{H}'P \hat{H} u(k) +$$

$$2e(k)' \bar{A}'P \bar{H} u(k) + 2e(k)' \bar{A}'P \bar{B} \mathcal{G}(k) +$$

$$2u(k)' \bar{H}'P \bar{B} \mathcal{G}(k) + 2e(k)' \hat{A}'P \hat{H} u(k) +$$

$$\mathcal{G}(k)' \bar{B}'P \bar{B} \mathcal{G}(k) \} - e(k)'Pe(k) =$$

$$e(k)' \bar{A}'P \bar{A} e(k) + \mathcal{G}(k)' \bar{B}'P \bar{B} \mathcal{G}(k) +$$

$$e(k)' \hat{A}'P \hat{A} e(k) + 2e(k)' \bar{A}'P \bar{B} \mathcal{G}(k) -$$

$$e(k)'Pe(k) = \begin{bmatrix} e(k) \\ \mathcal{G}(k) \end{bmatrix}' \Lambda \begin{bmatrix} e(k) \\ \mathcal{G}(k) \end{bmatrix} \triangleq \Phi' \Lambda \Phi. \quad (20)$$

矩阵Λ如下式所示:

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \bar{A}'P\bar{A} + \hat{A}'P\hat{A} - P & \bar{A}'P\bar{B} \\ * & \bar{B}'P\bar{B} \end{bmatrix}, \quad (21)$$

式中

$$\tilde{A} = -\tilde{\kappa}\tau\Gamma C.$$

由式(3)、(11)可得:

$$g_i(k)'g_i(k) = \|g_i(k)\|^2 \leq \|Ge_i(k)\|^2 = e_i(k)'G'Ge_i(k). \quad (22)$$

由式(22)可得以下不等式是成立的:

$$\mathcal{G}(k)'G(k) - e(k)'Je(k) = \Phi' \begin{bmatrix} -J & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \Phi \triangleq \Phi' \Lambda_1 \Phi \leq 0. \quad (23)$$

由引理2,即S-procedure定理可知,如果存在正定对称矩阵P>0,非负实数ε≥0使得:

$$\Lambda - \varepsilon \Lambda_1 < 0 \quad (24)$$

成立,则下式也成立

$$\Delta V(k) = \Phi' \Lambda \Phi < 0, \quad (25)$$

且满足约束(23).

由Schur补易知,式(25)可等效变换成

$$M \triangleq \begin{bmatrix} \hat{\Theta}_{11} & \bar{A}'P\bar{B} & \bar{A}' & \tilde{A}' \\ * & \hat{\Theta}_{22} & 0 & 0 \\ * & * & -P^{-1} & 0 \\ * & * & * & -P^{-1} \end{bmatrix} < 0. \quad (26)$$

结合式(8),式(26)中的M可以重写为

$$M \triangleq M_0 + [C, 0, 0, 0]' \Delta [0, 0, 0, K'_{l_1}] + [0, 0, 0, K'_{l_1}]' \Delta [C, 0, 0, 0] + [C, 0, 0, 0]' \Delta [0, 0, K'_{l_2}, 0] + [0, 0, K'_{l_2}, 0]' \Delta [C, 0, 0, 0] + [C, 0, 0, 0]' \Delta [0, K'_{l_2} P \bar{B}, 0, 0] + [0, K'_{l_2} P \bar{B}, 0, 0]' \Delta [C, 0, 0, 0], \quad (27)$$

其中,

$$M_0 = \begin{bmatrix} \hat{\Theta}_{11} & \bar{A}'P\bar{B} & \bar{A}' & \tilde{A}' \\ * & \hat{\Theta}_{22} & 0 & 0 \\ * & * & -P^{-1} & 0 \\ * & * & * & -P^{-1} \end{bmatrix},$$

$$K_{l_1} = -\tilde{\kappa}\tau,$$

$$K_{l_2} = -\mathcal{K}b - \mathcal{K},$$

$$\Delta = \text{diag} \{ \Delta_1, \dots, \Delta_N \}.$$

由式(8)及基本不等式 $x'y + y'x \leq \varepsilon x'x + \varepsilon^{-1}y'y$ [14],有

$$\begin{aligned} M \leq & M_0 + [C,0,0,0]'R_1[C,0,0,0] + \\ & [0,0,0,K'_{l1}]'R_1^{-1}\tilde{\Gamma}^2[0,0,0,K'_{l1}] + \\ & [C,0,0,0]'R_2[C,0,0,0] + \\ & [0,0,K'_{l2},0]'R_2^{-1}\tilde{\Gamma}^2[0,0,K'_{l2},0] + \\ & [C,0,0,0]'R_3[C,0,0,0] + \\ & [0,K'_{l2}P\bar{B},0,0]'R_3^{-1}\tilde{\Gamma}^2[0,K'_{l2}P\bar{B},0,0] = \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} \Theta_{11} & \bar{A}'P\bar{B} & \bar{A}' & \tilde{\mathcal{A}}' & 0 & 0 & 0 \\ * & \Theta_{22} & 0 & 0 & \bar{B}'P'K_{l2} & 0 & 0 \\ * & * & -P^{-1} & 0 & 0 & K_{l2} & 0 \\ * & * & * & -P^{-1} & 0 & 0 & K_{l1} \\ * & * & * & * & -R_3\tilde{\Gamma}^{-2} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -R_2\tilde{\Gamma}^{-2} & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -R_1\tilde{\Gamma}^{-2} \end{bmatrix} < 0. \tag{29}$$

对式(29)两边分别进行左乘和右乘以 $\text{diag}\{I, I, P, P, I, I, I\}$ 和它的转置进行等效变换后,可知式(18)与(24)等价,因此有 $\Delta V(k) = \Phi' \Lambda \Phi < 0$, 即 $\Lambda < 0$.

$$\begin{aligned} \Delta V(k) &= \Phi' \Lambda \Phi \leq -\lambda_{\min}(-\Lambda)\Phi' \Phi = \\ & -\lambda_{\min}(-\Lambda)(e(k)'e(k) + \mathcal{G}(k)'\mathcal{G}(k)) = \\ & -\lambda_{\min}(-\Lambda)(e(k)'e(k) + \|\mathcal{G}(k)\|^2) < \\ & -\alpha e(k)'e(k), \end{aligned} \tag{30}$$

其中,

$$0 < \alpha < \min\{\lambda_{\min}(-\Lambda), \epsilon\}, \quad \epsilon \triangleq \lambda_{\max}(P). \tag{31}$$

从式(30)可得:

$$\Delta V(k) < -\alpha e(k)'e(k) < -\frac{\alpha}{\epsilon}V(k) \triangleq -qV(k). \tag{32}$$

结合定义1及引理4,便可以得到系统(11)是均方指数稳定的.

证明结束.

定理2 给定观测器增益矩阵 L , 传输通道参数 $0 \leq \sigma_i \leq 1$, 以及正实数 $\gamma > 0$, 对于所有的非零 $u(k)$, 存在对称矩阵 $P > 0$, 非负实数 $\varepsilon \geq 0$, 对角矩阵 $R_i > 0 (i = 1, 2, \dots, 6)$ 满足不等式(33), 则系统(11)是均方指数稳定的, 并且满足 H_∞ 性能指标.

$$\begin{bmatrix} \Phi^1 & \Phi^2 \\ * & \Phi^4 \end{bmatrix} < 0, \tag{33}$$

式中,

$$\begin{bmatrix} \Theta_{11} & \bar{A}'P\bar{B} & \bar{A}' & \bar{A}' \\ * & \Theta_{22} & 0 & 0 \\ * & * & \Theta_{33} & 0 \\ * & * & * & \Theta_{44} \end{bmatrix}, \tag{28}$$

$$\Theta_{11} = \hat{\Theta}_{11} + C'R_1C + C'R_2C + C'R_3C,$$

$$\Theta_{22} = \hat{\Theta}_{22} + \bar{B}'P'K_{l2}R_3^{-1}\tilde{\Gamma}^2K'_{l2}P\bar{B},$$

$$\Theta_{33} = -P^{-1} + K_{l2}R_2^{-1}\tilde{\Gamma}^2K'_{l2},$$

$$\Theta_{44} = -P^{-1} + K_{l1}R_1^{-1}\tilde{\Gamma}^2K'_{l1}.$$

由 Schur 补定理得:

$$\Phi^1 = \begin{bmatrix} \Theta_{11} + \frac{1}{N}\bar{L} & \bar{A}'P\bar{B} & 0 & \bar{A}'P & \tilde{\mathcal{A}}'P \\ * & \hat{\Theta}_{22} & \bar{B}'P\bar{H} & 0 & 0 \\ * & * & \tilde{\Theta}_{33} & \bar{H}'P & \tilde{\mathcal{H}}'P \\ * & * & * & -P & 0 \\ * & * & * & * & -P \end{bmatrix},$$

$$\Phi^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \bar{B}'P'K_{l2} & \bar{B}'PK_{l2}R_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{\mathcal{F}}' & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & PK_{l2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & PK_{l1} \end{bmatrix},$$

$$\Phi^4 = \begin{bmatrix} -R_3\tilde{\Gamma}^{-2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & -R_4 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -R_4\tilde{\Gamma}^{-2} & 0 & 0 \\ * & * & * & \Phi_1 & 0 \\ * & * & * & * & \Phi_2 \end{bmatrix},$$

$$\tilde{\Theta}_{33} = -\gamma^2I + \mathcal{F}'R_5\mathcal{F} + \mathcal{F}'R_6\mathcal{F},$$

$$\bar{L} = \hat{L}'\hat{L}, \quad \Phi_1 = -R_2\tilde{\Gamma}^{-2} - R_6\tilde{\Gamma}^{-2},$$

$$\Phi_2 = -R_5\tilde{\Gamma}^{-2} - R_1\tilde{\Gamma}^{-2},$$

$$\tilde{H} = [0, -\tilde{\mathcal{K}}\tau\Gamma\mathcal{F}],$$

$$\tilde{\mathcal{H}} = [0, -\tilde{\mathcal{K}}\tau\Gamma_0\mathcal{F}],$$

$$\bar{H} = [\mathcal{H}, -\mathcal{K}\Gamma_0\mathcal{F} - \tilde{\mathcal{K}}b\Gamma_0\mathcal{F}].$$

证明 从定理 1 可知系统(11) 是均方指数稳定的.对于所有非零 $u(k)$,由式(11) 可得:

$$E\{V(k+1)\} - E\{V(k)\} + \frac{1}{N}E\{\|z(k)\|^2\} - \gamma^2 E\{\|u(k)\|^2\} = e(k)' \bar{A}' P \bar{A} e(k) + e(k)' \tilde{A}' P \tilde{A} e(k) + u(k)' \bar{H}' P \bar{H} u(k) + u(k)' \tilde{H}' P \tilde{H} u(k) + 2e(k)' \bar{A}' P \bar{H} u(k) + 2e(k)' \bar{A}' P \bar{B} \zeta(k) + 2u(k)' \bar{H}' P \bar{B} \zeta(k) + 2e(k)' \tilde{A}' P \tilde{H} u(k) + \zeta(k)' \bar{B}' P \bar{B} \zeta(k) - e(k)' P e(k) + \frac{1}{N} e(k)' \bar{L} e(k) - \gamma^2 u(k)' u(k) = \begin{bmatrix} e(k) \\ \mathcal{G}(k) \\ u(k) \end{bmatrix}' \Omega \begin{bmatrix} e(k) \\ \mathcal{G}(k) \\ u(k) \end{bmatrix} = \Psi' \Omega \Psi. \quad (34)$$

矩阵 Ω 如下式所示:

$$\Omega = \begin{bmatrix} \Omega_1 & \bar{A}' P \bar{B} & \bar{A}' P \bar{H} + \tilde{A}' P \bar{H} \\ * & \bar{B}' P \bar{B} & \bar{B}' P \bar{H} \\ * & * & \bar{H}' P \bar{H} + \tilde{H}' P \tilde{H} - \gamma^2 I \end{bmatrix}, \quad (35)$$

其中, $\Omega_1 = \bar{A}' P \bar{A} + \tilde{A}' P \tilde{A} - P + \frac{1}{N} \bar{L}$.

由式(22) 可得以下不等式是成立的:

$$\mathcal{G}(k)' \mathcal{G}(k) - e(k)' J e(k) = \Psi' \begin{bmatrix} -J & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \Psi \triangleq$$

$$\Psi' \Omega_1 \Psi \leq 0. \quad (36)$$

由引理 2,即 S-procedure 定理可知,如果存在正定对称矩阵 $P > 0$,非负实数 $\varepsilon \geq 0$,使得

$$\Omega - \varepsilon \Omega_1 < 0 \quad (37)$$

成立,则下式也成立:

$$\Psi' \Omega \Psi < 0. \quad (38)$$

通过 Schur 补定理,式(38) 可等效变换成

$$W \triangleq \begin{bmatrix} \hat{\Theta}_{11} + \frac{1}{N} \bar{L} & \bar{A}' P \bar{B} & 0 & \bar{A}' & \tilde{A}' \\ * & \hat{\Theta}_{22} & \bar{B}' P \bar{H} & 0 & 0 \\ * & * & -\gamma^2 I & \bar{H}' & \tilde{H}' \\ * & * & * & -P^{-1} & 0 \\ * & * & * & * & -P^{-1} \end{bmatrix} < 0, \quad (39)$$

式中

$$\bar{H} = [\mathcal{H}, -\kappa \Gamma \mathcal{F} - \check{\kappa} b \Gamma \mathcal{F}],$$

$$\tilde{H} = [0, -\check{\kappa} \tau \Gamma \mathcal{F}].$$

从式(8) 及基本不等式 $x'y + y'x \leq \varepsilon x'x +$

$\varepsilon^{-1} y'y$,有

$$W \leq W_0 + [C_l, 0, 0, 0, 0]' R_1 [C_l, 0, 0, 0, 0] + [0, 0, 0, 0, K'_{l1}]' R_1^{-1} \tilde{\Gamma}^2 [0, 0, 0, 0, K'_{l1}] + [C_l, 0, 0, 0, 0]' R_2 [C_l, 0, 0, 0, 0] + [0, 0, 0, K'_{l2}, 0]' R_2^{-1} \tilde{\Gamma}^2 [0, 0, 0, K'_{l2}, 0] + [C_l, 0, 0, 0, 0]' R_3 [C_l, 0, 0, 0, 0] + [0, K'_{l2} P \bar{B}, 0, 0, 0]' R_3^{-1} \tilde{\Gamma}^2 [0, K'_{l2} P \bar{B}, 0, 0, 0] + [0, K'_{l2} P \bar{B}, 0, 0, 0]' R_4 [0, K'_{l2} P \bar{B}, 0, 0, 0] + [0, 0, \mathcal{F}, 0, 0]' R_4^{-1} \tilde{\Gamma}^2 [0, 0, \mathcal{F}, 0, 0] + [0, 0, \mathcal{F}, 0, 0]' R_5 [0, 0, \mathcal{F}, 0, 0] + [0, 0, 0, 0, K'_{l1}]' R_5^{-1} \tilde{\Gamma}^2 [0, 0, 0, 0, K'_{l1}] + [0, 0, \mathcal{F}, 0, 0]' R_6 [0, 0, \mathcal{F}, 0, 0] + [0, 0, 0, K'_{l2}, 0]' R_6^{-1} \tilde{\Gamma}^2 [0, 0, 0, K'_{l2}, 0] = \begin{bmatrix} \bar{\Theta}_{11} & \bar{A}' P \bar{B} & 0 & \bar{A}' & \tilde{A}' \\ * & \bar{\Theta}_{22} & \bar{B}' P \bar{H} & 0 & 0 \\ * & * & \bar{\Theta}_{33} & \bar{H}' & \tilde{H}' \\ * & * & * & \bar{\Theta}_{44} & 0 \\ * & * & * & * & \bar{\Theta}_{55} \end{bmatrix}, \quad (40)$$

$$\bar{\Theta}_{11} = \Theta_{11} + \frac{1}{N} \bar{L},$$

$$\bar{\Theta}_{22} = \Theta_{22} + \bar{B}' P K_{l2} R_4 K'_{l2} P \bar{B},$$

$$\bar{\Theta}_{33} = -\gamma^2 I + \mathcal{F}' R_4^{-1} \tilde{\Gamma}^2 \mathcal{F} + \mathcal{F}' R_5 \mathcal{F} + \mathcal{F}' R_6 \mathcal{F},$$

$$\bar{\Theta}_{44} = \Theta_{33} + K_{l2} R_6^{-1} \tilde{\Gamma}^2 K'_{l2},$$

$$\bar{\Theta}_{55} = \Theta_{44} + K_{l1} R_5^{-1} \tilde{\Gamma}^2 K'_{l1}.$$

由引理 1 并进行等效变化可得式(40) 与(33) 等效,因此可得 $\Psi' \Omega \Psi < 0$ 成立.

因此可得:

$$E\{V(k+1)\} - E\{V(k)\} + \frac{1}{N} E\{\|z(k)\|^2\} - \gamma^2 E\{\|u(k)\|^2\} < 0. \quad (41)$$

$$\gamma^2 E\{\|u(k)\|^2\} < 0. \quad (41)$$

对式(41) 从 0 到 ∞ 相加可得:

$$\frac{1}{N} \sum_{k=0}^{\infty} E\{\|z(k)\|^2\} < \gamma^2 \sum_{k=0}^{\infty} E\{\|u(k)\|^2\} + E\{V(0)\} - E\{V(\infty)\}. \quad (42)$$

因为 $e(0) = 0$,且系统(11) 是均方指数稳定的,易得

$$\frac{1}{N} \sum_{k=0}^{\infty} E\{\|z(k)\|^2\} < \gamma^2 \sum_{k=0}^{\infty} E\{\|u(k)\|^2\} \quad (43)$$

成立,即系统(11) 满足 H_{∞} 性能指标.定理 2 得证.

3 分布式状态估计器设计

基于前面部分得到的定理,本节提出了欺骗攻

击环境下带有传感器故障的大规模电网分布式状态估计器的设计方法,保证了系统满足均方指数稳定以及 H_∞ 性能约束,并进行了证明.

定理3 如果存在正定矩阵 $\mathbf{P} > 0$, 标量 $\gamma > 0$, 非负实数 $\varepsilon \geq 0$, 对角矩阵 $\mathbf{R}_i > 0 (i = 1, 2, \dots, 6)$ 在零初始条件下, 对于所有非零 $u(k)$, 使得式(44) 成立, 则增广估计误差系统(11) 是均方指数稳定的, 且满足指定的 H_∞ 性能指标(13). 其中选取

$$\tilde{\mathbf{K}} = \mathbf{P} \tilde{\mathbf{K}}, \quad \bar{\mathbf{K}} = \mathbf{P} \mathbf{K}, \quad \mathbf{Y}_1 = \tilde{\mathbf{K}} \mathbf{b} \mathbf{R}_4, \quad \mathbf{Y}_2 = \bar{\mathbf{K}} \mathbf{R}_4.$$

相应地可以求出 \mathbf{K}_{ij} 和 $\mathbf{K}_{ij}, i \in \psi_N, j \in \mathcal{N}_i$.

$$\begin{bmatrix} \Psi^1 & \Psi^2 \\ * & \Psi^4 \end{bmatrix} < 0, \quad (44)$$

式中,

$$\Psi^1 = \begin{bmatrix} \Theta_{11} + \frac{1}{N} \bar{\mathbf{L}} & \bar{\mathbf{A}} \bar{\mathbf{B}} & 0 & \bar{\mathbf{A}} & \hat{\mathbf{A}} \\ * & \hat{\Theta}_{22} & \bar{\mathbf{B}}' \mathbf{P} \bar{\mathbf{H}} & 0 & 0 \\ * & * & \tilde{\Theta}_{33} & \bar{\mathbf{H}} & \hat{\mathbf{H}} \\ * & * & * & -\mathbf{P} & 0 \\ * & * & * & * & -\mathbf{P} \end{bmatrix},$$

$$\Psi^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \bar{\mathbf{B}}' \mathbf{P} \mathbf{K}_{12} & \bar{\mathbf{B}}' \mathbf{Y} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathcal{F}' & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{P} \mathbf{K}_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{P} \mathbf{K}_{11} \end{bmatrix},$$

$$\Psi^4 = \begin{bmatrix} -\mathbf{R}_3 \tilde{\Gamma}^{-2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & -\mathbf{R}_4 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -\mathbf{R}_4 \tilde{\Gamma}^{-2} & 0 & 0 \\ * & * & * & \Psi_1^4 & 0 \\ * & * & * & * & \Psi_2^4 \end{bmatrix},$$

其中,

$$\bar{\mathbf{A}} = \bar{\mathbf{A}}' \mathbf{P} = \mathcal{D}' \mathbf{P} - \mathcal{C}' \Gamma_0' \bar{\mathbf{K}}' - \mathcal{C}' \Gamma_0' \mathbf{b}' \hat{\mathbf{K}}',$$

$$\hat{\mathbf{A}} = \tilde{\mathbf{A}}' \mathbf{P} = -\mathcal{C}' \Gamma_0' \tau' \hat{\mathbf{K}}',$$

$$\bar{\mathbf{H}} = \bar{\mathbf{H}}' \mathbf{P} = [0, \quad -\mathcal{F}' \Gamma_0' \bar{\mathbf{K}}' - \mathcal{F}' \Gamma_0' \mathbf{b}' \hat{\mathbf{K}}'],$$

$$\hat{\mathbf{H}} = \tilde{\mathbf{H}}' \mathbf{P} = [0, \quad -\mathcal{F}' \Gamma_0' \tau' \hat{\mathbf{K}}'],$$

$$\mathbf{Y} = \mathbf{P} \mathbf{K}_{12} \mathbf{R}_4 = -\mathbf{Y}_1 - \mathbf{Y}_2.$$

$$\Psi_1^4 = -\mathbf{R}_2 \tilde{\Gamma}^{-2} - \mathbf{R}_6 \tilde{\Gamma}^{-2},$$

$$\Psi_2^4 = -\mathbf{R}_5 \tilde{\Gamma}^{-2} - \mathbf{R}_1 \tilde{\Gamma}^{-2}.$$

证明 定义 $\hat{\mathbf{K}} = \mathbf{P} \hat{\mathbf{K}}, \bar{\mathbf{K}} = \mathbf{P} \mathbf{K}, \mathbf{Y}_1 = \tilde{\mathbf{K}} \mathbf{b} \mathbf{R}_4, \mathbf{Y}_2 = \bar{\mathbf{K}} \mathbf{R}_4$.

容易得出式(33) 与(44) 等价. 定理3 得证.

4 仿真结果和分析

本节通过5个具有拓扑关系的传感器节点的数值例子的仿真来验证所设计分布式状态估计器的有效性. 利用 MATLAB 中的 LMI 工具箱可以很方便求出问题的可行解.

分布式网络节点的拓扑结构如图1所示, 该结构可采用如下邻接矩阵表示:

$$\mathcal{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

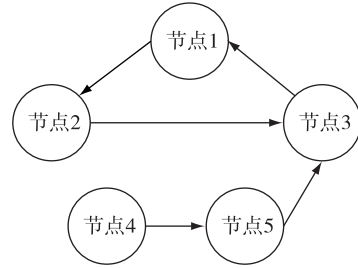


图1 网络节点间的拓扑结构

Fig. 1 Topological structure of sensor networks

系统参数选取如下:

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0.4 & 0.5 & 0.4 \\ 0.4 & 0.4 & -0.4 \\ 0.5 & -0.4 & 0.3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} -0.2 & 0.2 & 0.1 \\ 0.1 & 0.2 & 0.2 \\ 0.2 & 0.1 & 0.2 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{H} = [0.12 \quad 0.16 \quad 0.14]', \quad \mathbf{C}_1 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.7 & 0.5 \\ 0.5 & 0.7 & 0.5 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{C}_2 = \begin{bmatrix} 0.6 & 0.7 & 0.7 \\ 0.7 & 0.7 & 0.7 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_3 = \begin{bmatrix} 0.7 & 0.5 & 0.6 \\ 0.6 & 0.8 & 0.8 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{C}_4 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.6 & 0.6 \\ 0.8 & 0.7 & 0.7 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_5 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.4 & 0.4 \\ 0.9 & 0.8 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{L} = [0.6 \quad 0.6 \quad 0.8], \quad \mathbf{F}_1 = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_2 = \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{F}_3 = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_4 = \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_5 = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.2 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1 \end{bmatrix},$$

$$\Gamma_1 = \text{diag}\{0.6, 0.6\}, \quad \Gamma_2 = \text{diag}\{0.6, 0.6\},$$

$$\Gamma_3 = \text{diag}\{0.6, 0.6\}, \quad \Gamma_4 = \text{diag}\{0.6, 0.6\},$$

$$\Gamma_5 = \text{diag}\{0.6, 0.6\},$$

$$\bar{\Gamma}_1 = \text{diag}\{0.9, 0.9\}, \quad \bar{\Gamma}_2 = \text{diag}\{0.9, 0.9\},$$

$$\bar{\Gamma}_3 = \text{diag}\{0.9, 0.9\}, \quad \bar{\Gamma}_4 = \text{diag}\{0.9, 0.9\},$$

$$\bar{\Gamma}_5 = \text{diag}\{0.9, 0.9\}.$$

假设 Lipschitz 非线性系统(1)的初始状态为 $\mathbf{x}(0) = [0.2, 0.2, -0.1]'$, 估计器初始状态均为0, 非线性函数 $f(\mathbf{x}(k))$ 给定如下:

$$f(\mathbf{x}(k)) = \begin{bmatrix} 0.1 \sin x_1(k) \\ 0.1 \sin x_2(k) \\ 0.1 \sin x_3(k) \end{bmatrix}.$$

随机变量 $\alpha_i(k)$ 的期望定义如下:

$$E\{\alpha_1(k) = 1\} = 0.8, \quad E\{\alpha_2(k) = 1\} = 0.9,$$

$$E\{\alpha_3(k) = 1\} = 0.8, \quad E\{\alpha_4(k) = 1\} = 0.7,$$

$$E\{\alpha_5(k) = 1\} = 0.9.$$

系统及估计器噪声选取为

$$\omega(k) = e^{-0.2k} \sin 5k, \quad v(k) = e^{-0.2k} \sin 5k.$$

然后利用 LMI 工具箱可以求解得出不等式(44)

的解, $\gamma = 0.4905$, 估计器参数及估计节点间增益如表1所示, 仿真实验结果如图2—5所示. 其中图2—4分别描述了系统状态 $\mathbf{x}(k)$ 和各网络节点估计 $\hat{\mathbf{x}}_i(k)$ 的轨迹, 图5描述了系统输出 $\mathbf{z}(k)$ 和估计器输出 $\hat{\mathbf{z}}_i(k)$ 的轨迹.

又由数值计算:

$$\frac{1}{5} \sum_{k=0}^{50} \bar{\mathbf{z}}(k)^2 = 0.2635,$$

$$\gamma^2 \sum_{k=0}^{50} \mathbf{u}(k)^2 = 0.5837,$$

可知系统满足性能指标要求. 因此, 可以得到在欺骗攻击环境下, 网络节点对于系统状态的跟踪效果是较为显著的, 估计误差小于系统状态并最终趋向于零.

通过仿真结果和数值计算, 可以得到在零初始条件下对于所有非零 $\mathbf{u}(k)$, 增广误差系统(11)满足指数均方稳定和 H_∞ 性能指标.

表1 估计器增益 K_{ii} 及估计节点间增益 K_{ij}

Table 1 The Estimator Gains K_{ii} and The Internode Gain K_{ij}

$K_{11} = \begin{bmatrix} 0.5486 & 0.1358 \\ 0.2449 & -0.2440 \\ 0.2348 & -0.1201 \end{bmatrix}$	$K_{22} = \begin{bmatrix} 0.4871 & 0.1907 \\ 0.2286 & -0.1899 \\ 0.2379 & -0.0886 \end{bmatrix}$	$K_{33} = \begin{bmatrix} 0.5231 & 0.1573 \\ 0.1679 & -0.1406 \\ 0.2705 & -0.4605 \end{bmatrix}$	$K_{44} = \begin{bmatrix} 0.4876 & 0.1637 \\ 0.1578 & -0.1657 \\ 0.3023 & -0.1617 \end{bmatrix}$
$K_{55} = \begin{bmatrix} 0.5297 & 0.1048 \\ 0.1998 & -0.2516 \\ 0.2451 & -0.1403 \end{bmatrix}$	$K_{13} = \begin{bmatrix} -0.0005 & -0.0046 \\ 0.0001 & 0.0011 \\ -0.0001 & -0.0003 \end{bmatrix}$	$K_{21} = \begin{bmatrix} -0.0015 & -0.0050 \\ -0.0005 & -0.0017 \\ -0.0005 & -0.0018 \end{bmatrix}$	$K_{32} = \begin{bmatrix} -0.0033 & -0.0013 \\ 0.0002 & 0.0001 \\ 0.0001 & 0.0001 \end{bmatrix}$
$K_{35} = \begin{bmatrix} -0.0015 & -0.0019 \\ 0.0001 & 0.0001 \\ 0.0001 & 0.0001 \end{bmatrix}$	$K_{54} = \begin{bmatrix} -0.0015 & -0.0019 \\ 0.0001 & 0.0001 \\ 0.0001 & 0.0001 \end{bmatrix}$		

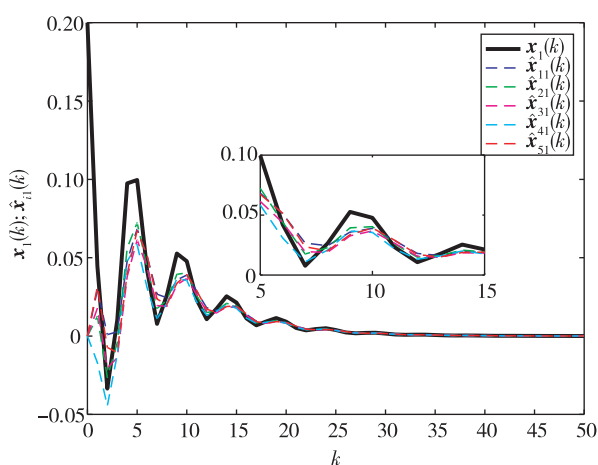


图2 系统状态 $\mathbf{x}_1(k)$ 和各网络节点估计 $\hat{\mathbf{x}}_{i1}(k)$ 轨迹

Fig. 2 Trajectories of $\mathbf{x}_1(k)$ and $\hat{\mathbf{x}}_{i1}(k)$

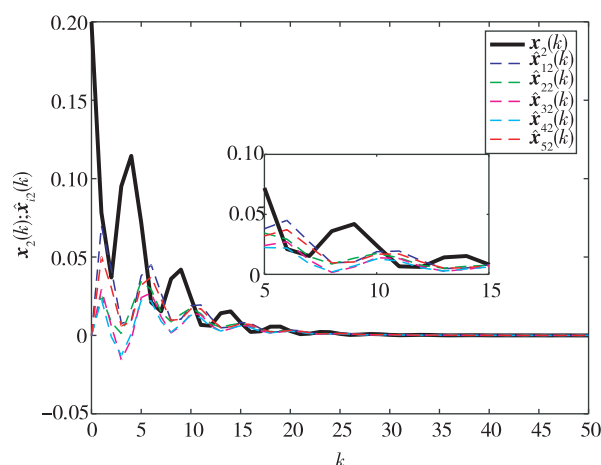
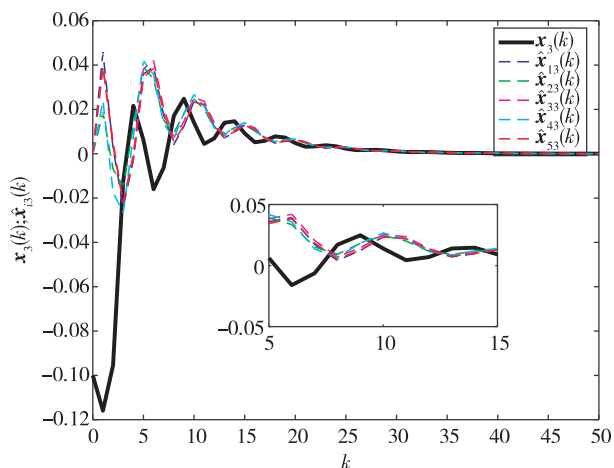
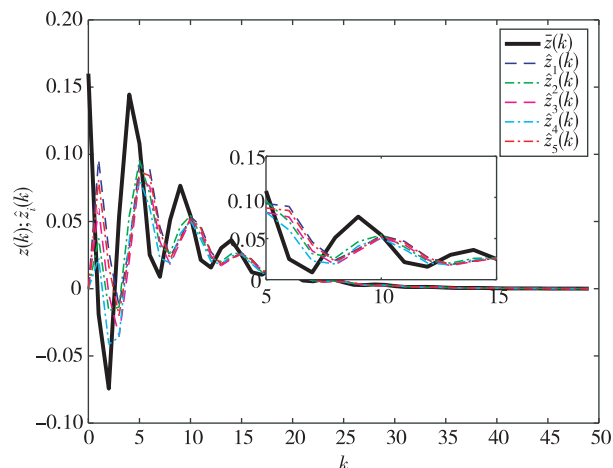


图3 系统状态 $\mathbf{x}_2(k)$ 和各网络节点估计 $\hat{\mathbf{x}}_{i2}(k)$ 轨迹

Fig. 3 Trajectories of $\mathbf{x}_2(k)$ and $\hat{\mathbf{x}}_{i2}(k)$

图4 系统状态 $x_3(k)$ 和各网络节点估计 $\hat{x}_{13}(k)$ 轨迹Fig. 4 Trajectories of $x_3(k)$ and $\hat{x}_{13}(k)$ 图5 系统输出 $z(k)$ 和估计器输出 $\hat{z}_i(k)$ 轨迹Fig. 5 Trajectories of $z(k)$ and $\hat{z}_i(k)$

5 结束语

本文研究了带有传感器故障的大规模分布式电力网络信号在传输过程中遭受欺骗攻击情况下的分布式状态估计问题.通过引入拓扑关系来描述分布式传感器节点之间的相互关系,使用 Bernoulli 随机过程描述欺骗攻击模型,采用随机变量描述混合攻击的随机特性.本文基于 Lyapunov 方法证明了系统在遭受攻击情况下的均方稳定及 H_∞ 稳定的充分条件,并基于分析结果设计了一种基于 LMI 的满足 H_∞ 性能约束的分布式状态估计器,使得系统在网络攻击环境下仍能有良好的估计.数值仿真结果验证了所设计的估计器的有效性.未来的工作中,我们计划采用 Markov 链来调度传感器的传输问题.

参考文献

References

- [1] 郭志民,吕卓,陈岑.电力工控系统网络入侵和攻击典型模型研究[J].信息技术与网络安全,2018,37(3):37-39,44
GUO Zhimin, LÜ Zhuo, CHEN Cen. Research on typical model of network intrusion and attack in power industrial control system[J]. Information Technology & Network Security, 2018, 37(3): 37-39, 44
- [2] 崔子侗.电网企业网络信息安全的威胁及攻防新技术运用[J].通信电源技术,2018,35(2):209-210
CUI Zhitong. The threat of network information security in power grid enterprises and the application of new technology of attack and defense [J]. Telecom Power Technology, 2018, 35(2): 209-210
- [3] Liang J, Sankar L, Kosut O. Vulnerability analysis and consequences of false data injection attack on power system state estimation [C]. // Power & Energy Society General Meeting. IEEE, 2018: 1-1
- [4] Liang J, Sankar L, Kosut O. Vulnerability analysis and consequences of false data injection attack on power system state estimation [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2016, 31(5): 3864-3872
- [5] Varmaziari H, Dehghani M. Cyber-attack detection system of large-scale power systems using decentralized unknown input observer [C]. // Electrical Engineering. IEEE, 2017: 621-626
- [6] Kim J, Tong L. On topology attack of a smart grid: undetectable attacks and countermeasures [J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2013, 31(7): 1294-1305
- [7] Xu Y, Lu R, Shi P, et al. Finite-time distributed state estimation over sensor networks with round-robin protocol and fading channels [J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2016, 48(1): 336-345
- [8] Li J G, Yuan J Q, Lu J G. Observer-based H_∞ control for networked nonlinear systems with random packet losses [J]. ISA Transactions, 2010, 49(1): 39
- [9] Wang Z, Yang F, Ho D W C, et al. Robust H_∞ control for networked systems with random packet losses [J]. Systems Man & Cybernetics Part B Cybernetics IEEE Transactions on, 2007, 37(4): 916-924
- [10] Shen B, Wang Z, Shu H, et al. Robust H_∞ finite-horizon filtering with randomly occurred nonlinearities and quantization effects [J]. Automatica, 2010, 46(11): 1743-1751
- [11] Dong S, Su H, Shi P, et al. Filtering for discrete-time switched fuzzy systems with quantization [J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2017, 25(6): 1616-1628
- [12] Xu Y, Lu R, Peng H, et al. Passive filter design for periodic stochastic systems with quantized measurements and randomly occurring nonlinearities [J]. Journal of the Franklin Institute, 2016, 353(1): 144-159
- [13] Sahebsara M, Chen T, Shah S L. Optimal H_∞ filtering in networked control systems with multiple packet dropouts [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2008, 57

(9):696-702
[14] Wang Z,Wei G,Feng G.Reliable H_∞ control for discrete-

time piecewise linear systems with infinite distributed delays[J].Automatica,2009,45(12):2991-2994

Distributed H_∞ state estimation of large-scale power grid with sensor failure in spoofing attacks

WU Yunfa¹ ZHANG Bin¹ LI Junyi¹ LIN Wenshuai¹

¹ School of Automation,Guangdong University of Technology,Guangzhou 510006

Abstract This paper studies the distributed state estimation problem of large-scale grid with sensor failures in spoofing attacks. The topological relations are introduced to describe the relationship between distributed sensor nodes. A Bernoulli random sequence is used to describe the spoofing attacks and its random characteristics. This article based on Lyapunov method proves the mean square stability and the H_∞ stability of this system. Based on the analysis results and LMI, a distributed state estimator which satisfies the H_∞ performance constraint is designed. Finally, the validity of the designed estimator is verified by numerical simulation.

Key words power network; distributed state estimation; spoofing attacks; linear matrix inequality(LMI)