

侯佳祎<sup>1,2</sup> 高赫佳<sup>1,2</sup> 贺威<sup>1,2</sup> 孙长银<sup>3</sup>

# 基于 Quanser 实验平台的带有输出约束单连杆柔性机械臂的神经网络控制

## 摘要

机械臂在航空航天、服务等领域的应用越来越广泛,其研究也越来越深入.相比于刚性机械臂,柔性机械臂质量轻、能耗小,具有更好的性能.但是,由于柔性机械臂本身的结构与材料具有特殊性,其在运动过程中会产生弹性形变与振动,这就给机械臂的定位、轨迹跟踪带来了困难,因此对其振动抑制的研究具有重要意义.本文利用假设模态法对单连杆柔性机械臂系统进行建模,通过李雅普诺夫直接法实现了闭环系统的稳定性.由于一些实际问题对控制系统的状态量有特殊要求,因此采用正切函数形式的障碍李雅普诺夫策略来处理输出约束问题,之后利用神经网络控制方法来逼近系统的不确定性,通过李雅普诺夫法对闭环系统的稳定性进行了分析,并基于 Matlab 平台设计仿真、基于 Quanser 实验平台进行实验,对控制器的控制性能进行了验证.

## 关键词

柔性机械臂;输出约束;神经网络控制;Quanser 实验平台;假设模态法

中图分类号 TP273;TP183

文献标志码 A

收稿日期 2018-07-19

资助项目 中央高校基本科研业务费(FRF-BD-17-002A)

## 作者简介

侯佳祎,女,硕士生,主要研究方向为柔性机械臂、振动控制等.houjy0224@163.com

贺威(通信作者),男,博士,教授,主要研究方向为机器人学、分布式参数系统和智能控制系统等.weihe@ieee.org

## 0 引言

随着社会生产力的迅速发展,机械臂在各个领域内的应用越来越广泛,尤其是航空航天<sup>[1]</sup>、服务<sup>[2]</sup>等领域,机械臂的研究越来越受重视.与刚性机械臂相比,柔性机械臂自重轻、耗能低、灵活度高,具有明显的优势,所以柔性机械臂的研究也成为了一个热点.但是,柔性机械臂的自身结构与材料所具有的优点也是其研究困扰所在.在运动过程中,柔性机械臂自身会产生弹性形变与振动,这就使得其运动定位与轨迹跟踪有一定难度,因此,对柔性机械臂的运动轨迹实现跟踪并对其振动进行抑制具有重要意义.此外,在运动控制中常遇到约束问题,比如驱动电动机的额定转矩、额定转速、机械限位、运动干涉等,还有一些特定场合中的特殊约束问题,如绳牵引机构在运动中需要考虑绳子的牵引力约束<sup>[3]</sup>、机械加工中需要通过优化刀具运动轨迹使切削力满足约束<sup>[4]</sup>、视觉伺服系统需要考虑视觉的可见性约束、移动小车在转弯过程中需要考虑曲率约束、刚性机器人的运动中需要对各个关节的角速度和角度进行约束,而在本文中对柔性机械臂的运动进行控制时,对柔性臂的偏转角度误差进行约束是主要问题.在柔性机械臂的研究内容中,主要有4个方面:1)柔性机械臂的动力学建模;2)控制策略设计及稳定性验证;3)基于 Matlab 进行仿真;4)进行实验验证.

柔性机械臂是一个复杂的动力学系统,进行动态建模是对其实现控制的基础.利用有限元法<sup>[5]</sup>、有限差分法、集总参数法、假设模态法等均可建立其离散化模型,从而在柔性臂的运动过程中实现对其末端的精准定位和对其轨迹的精确追踪.本文采用假设模态法对单连杆柔性机械臂进行了建模.假设柔性连杆的弹性形变比较小,将其表示为有限个模态函数的线性组合和,将每个模态定义成两个函数的乘积,一个函数是模态函数,另一个函数是与模态函数对应的广义坐标.

在所提出的动力学模型的基础上进行控制器设计可以实现控制目标,即让柔性臂偏转到理想角度<sup>[6]</sup>,令其弹性形变<sup>[7]</sup>得到有效抑制.目前已经有许多应用于柔性结构的控制策略<sup>[8]</sup>,如用末端加速度反馈<sup>[9]</sup>实现对柔性机械臂末端的轨迹控制;选用黏弹性大的阻尼材料

1 北京科技大学 自动化学院,北京,100083  
2 北京科技大学 工业过程知识自动化教育部重点实验室,北京,100083  
3 东南大学 自动化学院,南京,210096

用于柔性机械臂的振动控制,即被动阻尼控制<sup>[10]</sup>;通过力反馈控制,即根据逆动力学分析,通过臂末端的给定运动而求得施加于驱动端的力矩,并通过运动或力检测对驱动力矩进行反馈补偿,从而实现轨迹跟踪与振动抑制<sup>[11]</sup>;变结构滑模控制<sup>[12]</sup>能够使控制系统在发生变化和外部扰动的情形下仍具有很强的鲁棒性且容易解藕;利用边界控制法<sup>[13]</sup>使最终一致有界的闭环柔性机械系统、边界外部干扰以及输入死区非线性问题得以解决;将鲁棒控制<sup>[14]</sup>应用于电动柔性关节机器人的电压控制非常有效;使用模糊模型的隶属函数<sup>[15]</sup>来逼近系统的不确定性;利用自适应模糊控制对非严格反馈随机非线性系统实现控制<sup>[16]</sup>等。

与传统控制方法相比,神经网络控制方法所需要的动态信息比较少,将其用于处理不确定非线性系统<sup>[17]</sup>的有效性已被证明<sup>[18]</sup>,而且其具有出色的非线性拟合能力和高适应性、容错性,在非线性系统的控制设计<sup>[19-22]</sup>中得到了广泛应用.本文针对单连杆柔性机械臂系统的不确定性,提出了一种基于 RBF (Radial Basis Function) 神经网络的单连杆柔性机械臂系统的控制器。

目前,已经有许多控制方法被应用于解决约束问题<sup>[23]</sup>,如根据机器人动力学方程,通过优化时间<sup>[24]</sup>使得机器人满足关节力矩约束和操作力约束;通过优化 B 样条曲线的参数,获得满足约束条件的关节运动轨迹,可用于轨迹规划的曲线类型有梯形和 S 形速度曲线、三角函数曲线、B 样条曲线、多项式曲线等<sup>[25]</sup>;采用一种自适应的位置/力来保证系统的不确定约束的轨迹跟踪问题<sup>[26]</sup>等.障碍李雅普诺夫函数方法也是一种很有效的解决约束的控制方法<sup>[27-28]</sup>.本文采用的解决输出约束问题的方法是障碍李雅普诺夫函数法。

本文的主要贡献包括:

1) 基于系统的已知状态与未知状态,提出了具有全状态反馈的神经网络控制器,利用障碍李雅普诺夫函数,提出了具有输出约束的神经网络控制器,并通过李雅普诺夫直接法,证明了闭环系统的一直最终有界性。

2) 基于 Matlab,对受带输出约束的神经网络控制的单连杆柔性机械臂系统进行了数字仿真,并与开环系统、受无输出约束的神经网络控制的系统进行了对比,证明了带有输出约束的神经网络控制器的有效性。

3) 基于 Quanser 单连杆柔性机械臂实验平台,利用 Simulink 设计控制框图实现控制,对其在无输出约束和有输出约束的两种控制器的控制下进行了实验,通过分析实验数据并进行对比,证明了输出约束控制器的有效性。

## 1 问题描述与系统建模

本文中实验所用的单连杆柔性机械臂主要由旋转伺服装置、柔性连杆模块以及应变片三部分组成.建模时做如下假设:1) 只考虑横向振动,忽略其轴向变形和剪切变形等;2) 柔性机械臂(梁)的长度远大于其截面尺寸;3) 柔性机械臂用固定夹头与电机转轴刚性连接,转轴是刚性的,梁与转轴相连处是固定边界条件;4) 端部物体尺寸忽略不计,可看作质点;5) 电动机转轴、齿轮箱和夹持装置简化成一个中心刚体,其转动惯量为  $J$ .因此,可将柔性臂系统视为欧拉-伯努利梁,单连杆柔性机械臂的结构示意如图 1 所示。

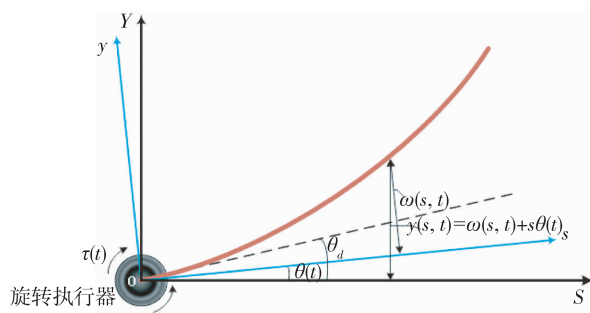


图 1 单连杆柔性机械臂示意

Fig. 1 Diagram of a SLFM  
(Single-Link Flexible Manipulator)

**定义 1** 为了使分析更简便,本文简化了文中所用符号,即,  $(\dot{*}) = \frac{\partial(*)}{\partial t}$ ,  $(\ddot{*}) = \frac{\partial^2(*)}{\partial t^2}$ ,  $(\dot{*})' = \frac{\partial(*)}{\partial s}$ ,  $(*)'' = \frac{\partial^2(*)}{\partial s^2}$ ,  $(*)''' = \frac{\partial^3(*)}{\partial s^3}$  以及  $(*)'''' = \frac{\partial^4(*)}{\partial s^4}$ 。

考虑以下欧拉-伯努利梁系统,控制方程如下:

$$\ddot{\omega}(s,t) + \frac{EI}{\rho} \omega''''(s,t) = -s \ddot{\theta}(t), \quad (1)$$

$$\forall (s,t) \in (0,L) \times [t_0, \infty),$$

以及边界条件为

$$\omega(0,t) = \omega'(0,t) = \omega''(L,t) = 0,$$

$$I_h \ddot{\theta}(t) = \tau(t) + EI\omega''(0, t), \quad (2)$$

$$\omega'''(L, t) + \frac{m}{\rho}\omega''''(L, t) = 0,$$

其中,  $M$  为柔性连杆质量,  $L$  为柔性连杆长度,  $EI$  为柔性连杆抗弯刚度,  $\rho$  为单位柔性连杆密度,  $I_h$  为转动惯量,  $\omega(s, t)$  为柔性连杆振动角度,  $\theta(t)$  为轮轴偏转角度,  $\tau$  为作用在柔性臂起始端的控制力,  $y(s, t)$  为柔性连杆位移, 且  $y(s, t) = \omega(s, t) + s\theta(t)$ .

根据假设模态法, 柔性连杆的弹性变形可被描述为

$$\omega(s, t) = \sum_{i=1}^{\infty} F_i(s) q_i(t), \quad (3)$$

其中  $F_i(s)$  为第  $i$  个空间相关的模态函数,  $q_i(t)$  为第  $i$  个坐标函数. 第一个模态在柔性系统中占主导地位, 因此取第一个模态近似弹性变形:

$$\omega(s, t) = F(s) q(t). \quad (4)$$

固位状态下的同源特征根问题的模型函数  $F(s) = F_1(s)$  的解<sup>[29]</sup> 为

$$F(s) = \frac{1}{k} \left[ \cosh\left(\frac{\beta s}{L}\right) - \cos\left(\frac{\beta s}{L}\right) - \gamma \left( \sinh\left(\frac{\beta s}{L}\right) - \sin\left(\frac{\beta s}{L}\right) \right) \right], \quad (5)$$

$$k = \begin{cases} \sqrt{L}, & m_t = 0, \\ \sqrt{L + \frac{\rho L^2}{m_t \beta^2} \left( \frac{1 + \cosh\beta \cos\beta}{\sinh\beta + \sin\beta} \right)^2}, & m_t > 0, \end{cases} \quad (6)$$

其中,  $m_t$  为尖端负载,  $\gamma = \frac{\cosh\beta + \cos\beta}{\sinh\beta + \sin\beta}$ ,  $\beta$  是以下方程的最小正解:

$$1 + \cosh\beta \cos\beta + \frac{m_t \beta}{\rho L} [\sinh\beta \cos\beta - \cosh\beta \sin\beta] = 0. \quad (7)$$

令  $Q = [\theta, q_1, \dots, q_N]^T$ , 确定了总动能与总势能后, 采用拉格朗日方程, 可得到线性动力学模型:

$$M \ddot{Q} + CQ = \tau, \quad (8)$$

其中,

$$M = \begin{bmatrix} I_h + I_b + I_p & m_A^1 & m_A^2 & \cdots & m_A^N \\ m_A^1 & \sigma_A^1 & m_A^{12} & \cdots & m_A^{1N} \\ m_A^2 & m_A^{12} & \sigma_A^2 & \cdots & m_A^{2N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ m_A^N & m_A^{1N} & m_A^{2N} & \cdots & \sigma_A^N \end{bmatrix},$$

$$C = \text{diag}[0, f_1^2 \rho, \dots, f_N^2 \rho],$$

其中,  $I_b = \frac{1}{3}\rho L^3$ ,  $I_p = 0$ ,  $\sigma_A^i = \rho$ ,  $m_A^{ij} = 0$ ,  $m_A^i =$

$\rho \int_0^L s F_i(s) ds$  ( $i, j = 1, 2, \dots, N, i \neq j$ ),  $\left(\frac{\beta_i}{L}\right)^4 = \frac{\rho}{EI} f_i^2$ ,  $f_i$  为频率.

**性质 1**<sup>[30-31]</sup> 对于两个正实函数  $\psi_1(s, t), \psi_2(s, t)$ , 其中  $(s, t) \in [0, L] \times [0, \infty)$ , 满足:

$$\psi_1 \psi_2 \leq |\psi_1 \psi_2| \leq \frac{1}{2} [\psi_1]^2 + [\psi_2]^2,$$

$$\psi_1 \psi_2 \leq \left| (\sqrt{\zeta} \psi_1) \left( \frac{1}{\sqrt{\zeta}} \psi_2 \right) \right| \leq \frac{\zeta}{2} [\psi_1]^2 + \frac{1}{2\zeta} [\psi_2]^2,$$

其中,  $\zeta$  是一个正常数.

## 2 有输出约束的单连杆柔性臂的控制设计与稳定性分析

由于状态空间分析中采用的模型为状态空间模型, 其状态变量可完全描述系统内部动态特性, 因此取柔性机械臂系统的状态变量来构成反馈律. 在本节中, 考虑状态信息已知的情况. 采用全状态反馈的自适应神经网络控制, 可以得到有效的系统状态向量  $Q$  的跟踪性能. 考虑动力学方程, 令  $x_1 = Q, x_2 = \dot{Q}$ , 可得:

$$\dot{x}_1 = x_2, \quad (9)$$

$$\dot{x}_2 = M^{-1}[\tau - Cx_1]. \quad (10)$$

引入步进修正变量  $\alpha(t)$ , 定义两个误差变量:

$$z_1(t) = x_1(t) - x_d(t), \quad (11)$$

$$z_2(t) = x_2(t) - \dot{\alpha}(t). \quad (12)$$

为了实现输出约束, 考虑虚拟控制器设计如下:

$$\alpha = -K_1 \begin{bmatrix} \frac{k_a^2}{z_{11} \pi} \sin\left(\frac{\pi z_{11}^2}{2k_a^2}\right) \cos\left(\frac{\pi z_{11}^2}{2k_a^2}\right) \\ \vdots \\ \frac{k_a^2}{z_{1n} \pi} \sin\left(\frac{\pi z_{1n}^2}{2k_a^2}\right) \cos\left(\frac{\pi z_{1n}^2}{2k_a^2}\right) \end{bmatrix}, \quad (13)$$

其中, 增益矩阵  $K_1 = K_1^T > 0$ .

对  $z_1(t), z_2(t)$  求导:

$$\dot{z}_1(t) = \dot{x}_1(t) - \dot{x}_d(t) = z_2 + \alpha - \dot{x}_d = z_2 - K_1 z_1, \quad (14)$$

$$\dot{z}_2(t) = \dot{x}_2(t) - \ddot{\alpha}(t) = M^{-1}[\tau - Cx_1] - \ddot{\alpha}. \quad (15)$$

由洛必达法则得:  $\lim_{z_1 \rightarrow 0} \frac{1}{z_1} \sin\left(\frac{\pi z_1^2}{2k_a^2}\right) \cos\left(\frac{\pi z_1^2}{2k_a^2}\right)$  趋近于 0. 由式(14)可得:

$$\dot{z}_1 = -K_1 \begin{bmatrix} \frac{k_a^2}{z_{11} \pi} \sin\left(\frac{\pi z_{11}^2}{2k_a^2}\right) \cos\left(\frac{\pi z_{11}^2}{2k_a^2}\right) \\ \vdots \\ \frac{k_a^2}{z_{1n} \pi} \sin\left(\frac{\pi z_{1n}^2}{2k_a^2}\right) \cos\left(\frac{\pi z_{1n}^2}{2k_a^2}\right) \end{bmatrix} + z_2, \quad (16)$$

$$\dot{z}_2 = M^{-1} \begin{bmatrix} z_{11} \\ \cos^2\left(\frac{\pi z_{11}^2}{2k_a^2}\right) \\ \vdots \\ z_{1n} \\ \cos^2\left(\frac{\pi z_{1n}^2}{2k_a^2}\right) \end{bmatrix} - K_2 z_2. \quad (17)$$

由洛必达法则得:  $\lim_{z_1 \rightarrow 0} \frac{k_b^2}{\pi} \tan\left(\frac{\pi z_1^2}{2k_a^2}\right)$  趋近于  $\frac{1}{2}z_1^2$ . 易得, 位置跟踪误差  $z_1$  被约束在了在一定范围内. 假设模型中的参数均已知或可测, 可设计控制器如下:

$$\tau_1 = - \begin{bmatrix} z_{11} \\ \cos^2\left(\frac{\pi z_{11}^2}{2k_a^2}\right) \\ \vdots \\ z_{1n} \\ \cos^2\left(\frac{\pi z_{1n}^2}{2k_a^2}\right) \end{bmatrix} - K_2 z_2 + M\dot{\alpha}. \quad (18)$$

为了保证带有输出约束的柔性臂的稳定性, 采用正切形式的障碍李雅普诺夫函数来进行分析, 考虑如下李雅普诺夫函数:

$$V_1 = \sum_{i=1}^n \frac{k_a^2}{\pi} \tan\left(\frac{\pi z_{1i}^2}{2k_a^2}\right) + \frac{1}{2} z_2^T M z_2, \quad (19)$$

$$\dot{V}_1 = \sum_{i=1}^n K_1 \tan\left(\frac{\pi z_{1i}^2}{2k_a^2}\right) - z_2^T K_2 z_2 \leq -h_1 V_2, \quad (20)$$

其中,  $h_1 = \min\left(\lambda_{\min}(K_1), \frac{2\lambda_{\min}(K_2)}{\lambda_{\max}(M)}\right)$ . 为了保证闭环系统稳定性, 增益需满足  $K_1^T = K_1, K_2^T = K_2$ , 但是, 在实际情况中, 单连杆柔性臂的运动较为复杂, 其运动模型的参数具有不确定性, 因此提出基于全状态反馈的控制器如下:

$$\tau_2 = - \begin{bmatrix} z_{11} \\ \cos^2\left(\frac{\pi z_{11}^2}{2k_a^2}\right) \\ \vdots \\ z_{1n} \\ \cos^2\left(\frac{\pi z_{1n}^2}{2k_a^2}\right) \end{bmatrix} - K_2 z_2 + \hat{W}^T S(Z), \quad (21)$$

其中,  $\hat{W}$  是权重  $W^*$  的估计向量,  $S(Z)$  是基础函数. 神经网络函数  $\hat{W}^T S(Z)$  的逼近  $W^{*T} S(Z)$  定义如下:  $W^{*T} S(Z) = \hat{W}^T S(Z) - \varepsilon(Z) = Cx_1 + M\dot{\alpha} - \varepsilon(Z)$ , (22)

其中,  $Z = [x_1^T, x_2^T, \alpha^T, \dot{\alpha}^T]$  为自适应神经网络的输入变量,  $\varepsilon(Z) \in \mathbf{R}^n$  是逼近误差. 设计自适应律:

$$\dot{\hat{W}}_i = -\Gamma_i [S_i(Z) z_{2i} + \sigma_i \hat{W}_i], \quad (23)$$

其中,  $\Gamma_i$  是常数增益矩阵,  $\sigma_i > 0 (i = 1, 2, \dots, n)$  是一个用来提高鲁棒性的小的正常数. 考虑李雅普诺夫函数如下:

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \tilde{W}_i^T \Gamma_i^{-1} \tilde{W}_i, \quad (24)$$

$$\dot{V}_2 = \dot{V}_1 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \tilde{W}_i^T \Gamma_i^{-1} \dot{\tilde{W}}_i,$$

结合式(20)和(21)得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 \leq & - \sum_{i=1}^n K_1 \frac{k_a^2}{\pi} \tan\left(\frac{\pi z_{1i}^2}{2k_a^2}\right) + \sum_{i=1}^n \frac{z_{1i} z_{2i}}{\cos^2\left(\frac{\pi z_{1i}^2}{2k_a^2}\right)} + \\ & \sum_{i=1}^n \tilde{W}_i^T \Gamma_i^{-1} \dot{\tilde{W}}_i + z_2^T \left( - \sum_{i=1}^n \frac{z_{1i}}{\cos^2\left(\frac{\pi z_{1i}^2}{2k_a^2}\right)} - \right. \\ & \left. K_2 z_2 + \hat{W}^T S(Z) - W^{*T} S(Z) - \varepsilon(Z) \right). \quad (25) \end{aligned}$$

将式(23)代入式(25)中,得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 \leq & - \sum_{i=1}^n K_1 \frac{k_a^2}{\pi} \tan\left(\frac{\pi z_{1i}^2}{2k_a^2}\right) - z_2^T \left( K_2 - \frac{I}{2} \right) z_2 + \\ & \frac{1}{2} | \varepsilon(Z) |^2 + z_2^T (\hat{W}^T S(Z) - W^{*T} S(Z)) - \\ & \sum_{i=1}^n \tilde{W}_i^T (S(Z) z_{2i} + \sigma_i \hat{W}_i). \quad (26) \end{aligned}$$

又因为  $\tilde{W}_i = \hat{W}_i - W_i^*$  ( $\tilde{W}_i$  是权重向量的估计误差), 可推得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 \leq & - \sum_{i=1}^n K_1 \frac{k_a^2}{\pi} \tan\left(\frac{\pi z_{1i}^2}{2k_a^2}\right) - z_2^T \left( K_2 - \frac{I}{2} \right) z_2 - \\ & \sum_{i=1}^n \sigma_i \tilde{W}_i^T \hat{W}_i + \frac{1}{2} \| \bar{\varepsilon}(Z) \|^2. \quad (27) \end{aligned}$$

由于  $-\tilde{W}^T \hat{W} = -\tilde{W}^T (W^* + \tilde{W}) = -\tilde{W}^T \tilde{W} - \tilde{W}^T W^*$ , 且  $-\tilde{W}^T W^* \leq \frac{1}{2} (-\tilde{W}^T \tilde{W} + W^{*T} W^*)$ , 故:  $-\tilde{W}^T \hat{W} \leq \frac{1}{2} (-\tilde{W}^T \tilde{W} + W^{*T} W^*)$ , 所以有

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 \leq & - \sum_{i=1}^n K_1 \frac{k_a^2}{\pi} \tan\left(\frac{\pi z_{1i}^2}{2k_a^2}\right) - z_2^T \left( K_2 - \frac{I}{2} \right) z_2 - \\ & \sum_{i=1}^n \frac{\sigma_i}{2} \| \tilde{W} \|^2 + \sum_{i=1}^n \frac{\sigma_i}{2} \| W_i^* \|^2 + \\ & \frac{1}{2} \| \bar{\varepsilon}(Z) \|^2 \leq -h_2 V_2 + D, \quad (28) \end{aligned}$$

其中,  $D = \sum_{i=1}^n \frac{\sigma_i}{2} \|W_i^*\|^2 + \frac{1}{2} \|\bar{\varepsilon}(Z)\|^2, h_2 = \min\left(\lambda_{\min}(K_1), \frac{2\lambda_{\min}(K_2 - \frac{I}{2})}{\lambda_{\max}(M)}, \min\left(\frac{\sigma_i}{\lambda_{\max}(\Gamma_i^{-1})}\right)\right),$   
 $\lambda_{\min}(A)$  与  $\lambda_{\max}(A)$  分别是矩阵  $A$  的最小和最大特征值. 为了保证  $h_2 > 0$ , 还需要满足:  $\lambda_{\min}(K_1) > 0,$   
 $\lambda_{\min}(K_2 - \frac{I}{2}) > 0.$

**定理 1** 基于单连杆柔性臂的动力学模型, 在系统参数未知的情况下, 我们提出了全状态反馈控制器和自适应率. 假设系统的初始值是有界的, 可以得出该闭环系统的全部状态信号量均为半全局一致有界, 同时对柔性臂的期望轨迹进行跟踪, 最后实现了闭环系统的误差量  $z_1, z_2$  和  $\tilde{W}$  分别收敛于集合  $\Omega_{z_1}, \Omega_{z_2}, \Omega_W$ :

$$\begin{aligned} \Omega_{z_1} &:= z_1 \in \mathbf{R}^n \mid \|z_1\| \leq \sqrt{B}, \\ \Omega_{z_2} &:= z_2 \in \mathbf{R}^n \mid \|z_2\| \leq \sqrt{\frac{B}{\lambda_{\min}(M)}}, \\ \Omega_W &:= \tilde{W} \in \mathbf{R}^{l \times n} \mid \|\tilde{W}\| \leq \sqrt{\frac{B}{\lambda_{\min}(\Gamma^{-1})}}, \end{aligned} \quad (29)$$

其中,  $B = 2\left(V_2(0) + \frac{D}{h_2}\right), D, h_2$  为两个正常数.

**注 1** 存在有界扰动时, 为提高闭环系统的鲁棒性, 引入修正项  $\sigma$ . 若没有此修正项,  $\hat{W}^T S(Z)$  可能漂移到一个非常大的值, 需采用高增益控制方案.

**注 2** 本文考虑了一个更具挑战性的问题, 即  $M, C$  的值完全未知. 若个别项确定, 可将其移除, 并重写控制律作为自适应神经控制的一部分.

**注 3** 稳定性的结果是全局意义上的, 如果神经网络节点数足够大, 近似认为在  $\Omega_{z_1}, \Omega_{z_2}, \Omega_W$ , 初始状态和神经网络权值有界, 闭环系统的稳定性可以保证.  $\Omega_{z_1}, \Omega_{z_2}, \Omega_W$  的实际信息不可用, 它们依赖于未知参数  $W_i^*, \varepsilon$ .

**注 4** 控制增益  $K_1, K_2$  与自适应增益  $\Gamma_i$  能增强控制效果, 因此可得出结论: 通过选择合适的参数可以使跟踪误差最终收敛到零的一个小邻域内.

### 3 数字仿真

为了证明所设计控制器的可行性, 在本节中基于 Matlab 仿真平台分别针对单连杆柔性机械臂在以下三种情况中进行了数值仿真与分析: 1) 不施加任何控制; 2) 施加没有输出约束的神经网络控制; 3) 施加带有输出约束的神经网络控制. 后两种控制器均采用了全状态反馈. 在本文的仿真中, 所采用的单连杆柔性机械臂的动力学模型均为式(8), 且机械臂的系统参数均一致, 如表 1 所示.

表 1 单连杆柔性机械臂系统的参数(仿真)

Table 1 Parameters of the SLFM system(simulation)

参数	参数值	参数	参数值
$L/m$	1	$I_h/(kg/m^2)$	0.6
$EI/(N \cdot m^2)$	$3 \times 10^4$	$N/\text{个}$	10
$\rho/(kg/m)$	0.1		

#### 3.1 开环系统

在初始时刻对柔性连杆施以微小的干扰, 并不对其施加任何控制, 柔性连杆会产生非常明显的振动, 仿真结果如图 2 所示. 柔性连杆的末端位置与总位移在开环状态下均不稳定且伴有连续振荡, 振荡

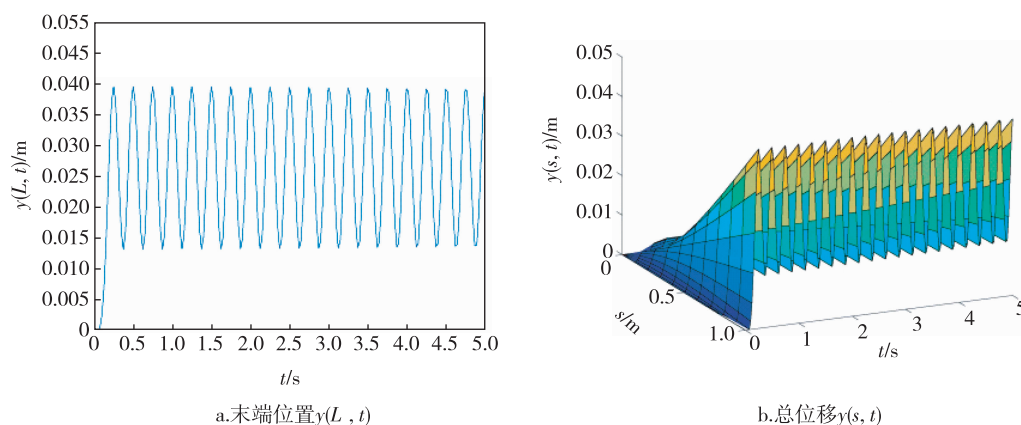


图 2 开环状态的单连杆柔性机械臂的振动情况  
 Fig. 2 Vibration of a SLFM in opening loop state

幅度达到了 4 cm.

### 3.2 无输出约束的单连杆柔性臂

设置柔性连杆偏转角的期望轨迹为正弦函数  $\theta = \sin(t)$ , 选择参数  $K_1 = 0.5, K_2 = 5$  进行仿真, 仿真结果如图 3 所示. 从图 3c、3d 可知, 大约在  $t = 1.2$  s 时, 柔性连杆开始实现理想轨迹跟踪, 并在控制器的控制下保持稳定; 由图 3a 可知, 柔性连杆稳定后, 其偏转角误差峰值接近  $0.101$  rad ( $5.787^\circ$ ); 由图 3b 可知, 柔性连杆稳定后, 其末端振动误差峰值接近  $1.63 \times 10^{-3}$  rad ( $0.093^\circ$ ). 在下一小节中, 将通过第 2 节中设计的控制器对偏转角误差进行约束.

### 3.3 有输出约束的单连杆柔性臂

设置柔性连杆偏转角的期望轨迹为正弦函数  $\theta = \sin(t)$ , 选择参数  $K_1 = 23, K_2 = 11$  进行仿真, 令输出约束  $k_a = 0.05$ , 可观察到, 相比于无输出约束控制下的系统, 性能有所改善, 仿真结果如图 4 所示. 从图 4c、4d 可知, 约在  $t = 0.8$  s 时, 柔性连杆开始实现理想轨迹跟踪, 并在控制器的控制下保持稳定. 由图 4a 可知, 相比上一节中的仿真结果, 柔性连杆稳定后, 其偏转角误差峰值明显减小, 其最大值接近  $0.008$  rad ( $0.458^\circ$ ), 误差减小了约 92%, 约束效果非常明显; 由图 4b 可知, 柔性连杆稳定后, 其末端振动

的误差峰值接近  $1.545 \times 10^{-3}$  rad ( $0.088^\circ$ ), 误差减小了约 5%. 因此, 第 2 节中所设计的控制器能对单连杆柔性机械臂实现明显的输出约束控制与振动抑制, 且效果良好.

## 4 实验

为进一步验证控制器的可行性, 本文基于 Quanser 单连杆柔性机械臂实验平台进行了实验, 该平台是一种将 FLEXGAGE 模块与物理模型联通的实验设备, 能对实验过程进行实时监测.

### 4.1 实验平台简介

如图 5 所示, 该平台由电脑、柔性尺、SRV02 伺服装置、数据采集卡、功率放大器以及急停按钮等组成, 在电脑上利用 Matlab 中的 Simulink 模块设计控制算法后可通过数据采集卡和功率放大器来与 SRV02 伺服装置进行联通, 因此可得到单连杆柔性机械臂实验平台的工作框图如图 6 所示. Quanser 柔性臂系统如图 7 所示, 其组成结构包含一个轻质的不锈钢连杆, 杆的一端装有一个应变片用来测量连杆末端的偏转角度  $\theta$ , 柔性连杆在水平面上进行转动的动作是由 SRV02 旋转伺服电机(直流电机)来驱动的, 在该伺服电机上安装着一个光电编码器(分辨率

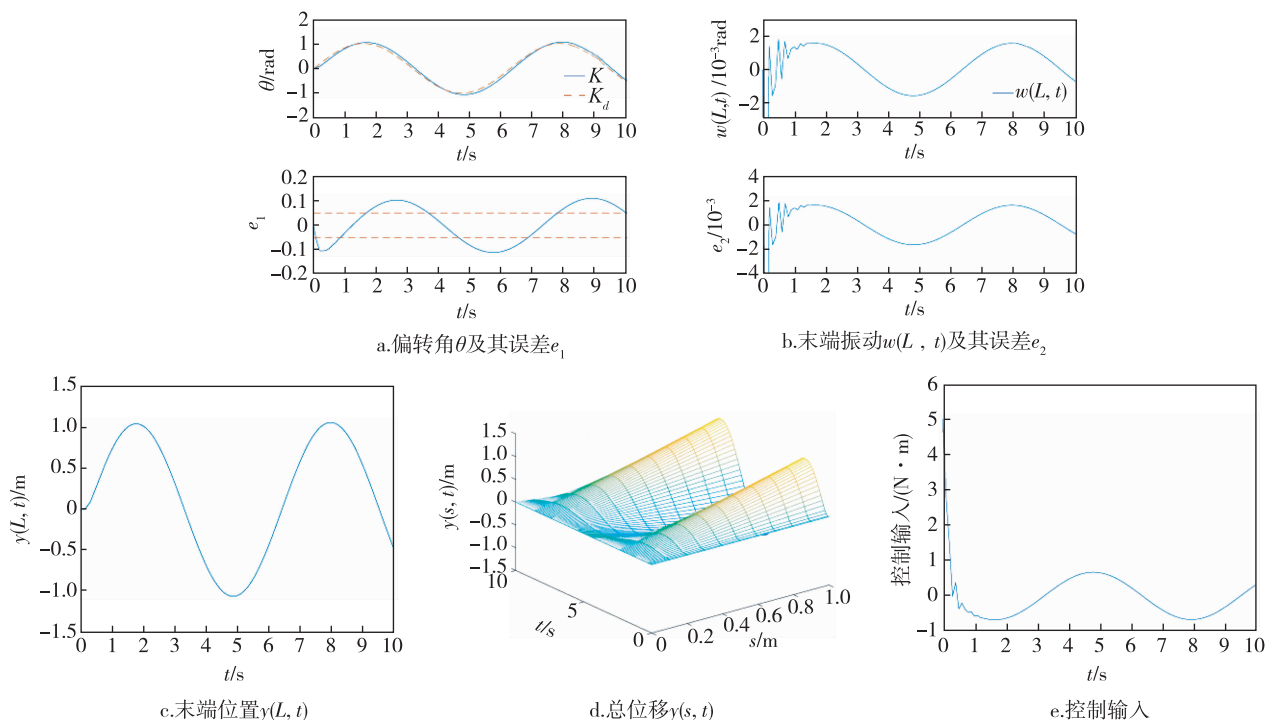


图 3 无输出约束的单连杆柔性机械臂的振动情况

Fig. 3 Vibration of a SLFM without output constraints

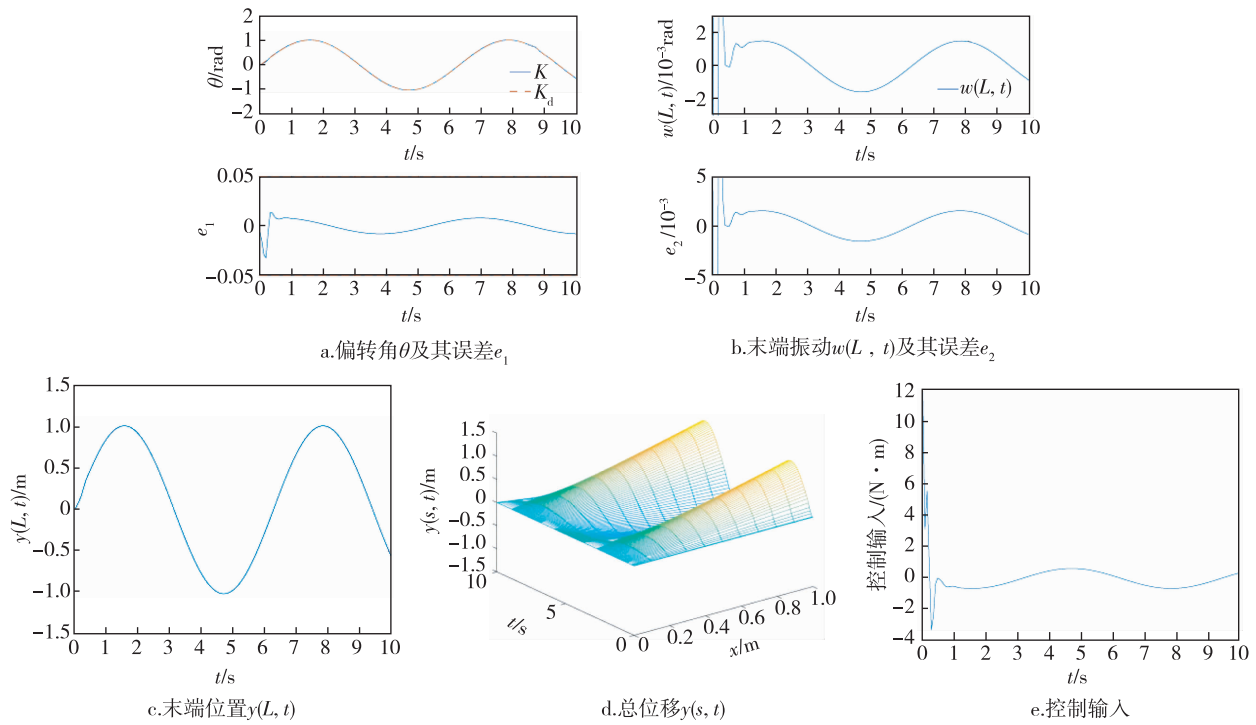


图4 有输出约束的单连杆柔性机械臂的振动情况

Fig. 4 Vibration of a SLFM with output constraints



图5 实验平台

Fig. 5 Experimental platform

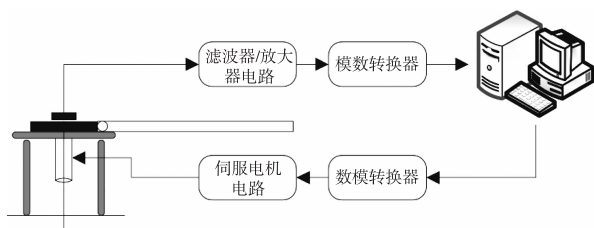


图6 实验平台工作框图

Fig. 6 Block diagram of the experiment platform

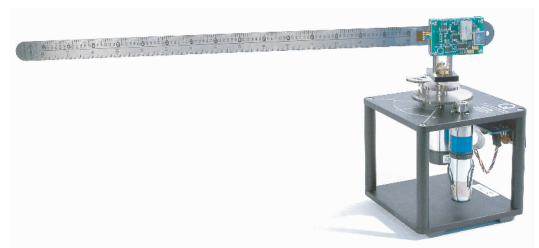


图7 Quanser 柔性臂系统

Fig. 7 Quanser flexible manipulator system

为在正交模式下每转计数 4 096 次)用来测量所产生的角度信号值. Quanser 柔性臂系统的参数在表 2 中列出.

表 2 单连杆柔性机械臂系统的参数(实验)  
 Table 2 Parameters of the SLFM system(experiment)

符号	名称	参数	单位
$L$	柔性杆的长度(从应变片到顶端)	41.9	cm
$m$	柔性杆的质量	0.065	kg
$J$	柔性杆的惯性矩	0.003 8	kg·m <sup>2</sup>
—	应变片偏置电压	±12	V
—	应变片测量范围	±5	V
—	应变片校准增益	1/16.5	rad/V

为了对无输出约束的控制器和带有输出约束的控制器控制效果进行观察,用 Simulink 模块为它们设计了带有输出约束的控制框图(图 8).实验过程中,反馈信号为测得的柔性机械臂的偏转角度的模

拟信号,该模拟信号通过功率放大器被传输到数据采集卡上进行模数转换,转换得到的数字信号会被送到电脑上的控制器中,控制器会根据接收到的反馈信号进行调整,而后再将调整后的控制信号经数据采集板进行数模转换后传输到伺服装置中,这样就能够实现对单连杆柔性机械臂系统的闭环控制.

在以下两小节中,将对无输出约束的控制器和带有输出约束的控制器单连杆柔性机械臂进行对比实验.实验时间均设置为 5 s,信号设置为幅值为 1 的正弦函数,信号在 0.1 s 时给出,在进行弧度-角度转换前被放大 45 倍,因此,跟踪轨迹的最大幅度应趋于 45°.期望结果用紫色线条表示,实际结果用蓝色线条表示.如图 9a 所示,可根据实验设备上的标识线判断柔性尺的大致位置,图 9b、9c、9d 分别为柔性尺的初始位置与两个最大偏转角.但是由于在针对约束问题设计控制器的过程中,式(13)存在偏转角的偏差  $z_1$  初始状态等于 0 的情况,在进行实验时,即

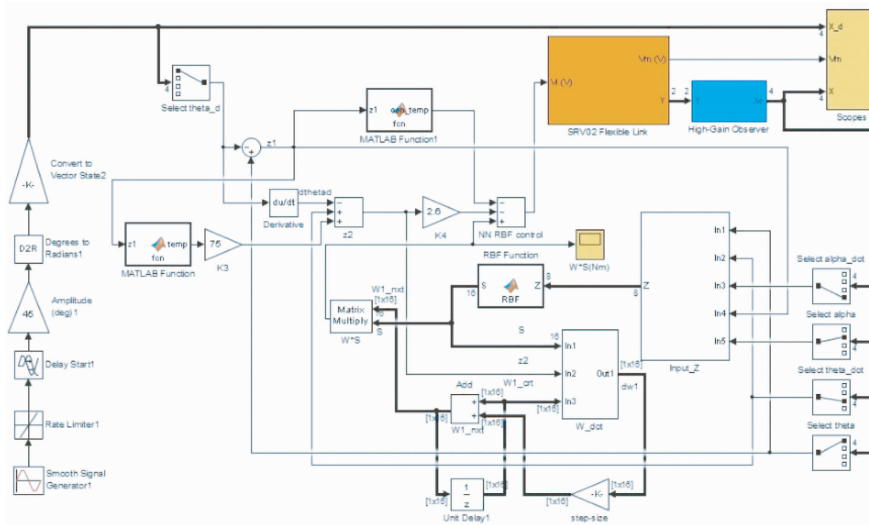


图 8 带有输出约束的单连杆柔性臂的控制框图

Fig. 8 Control block diagram of a SLFM with output constraints

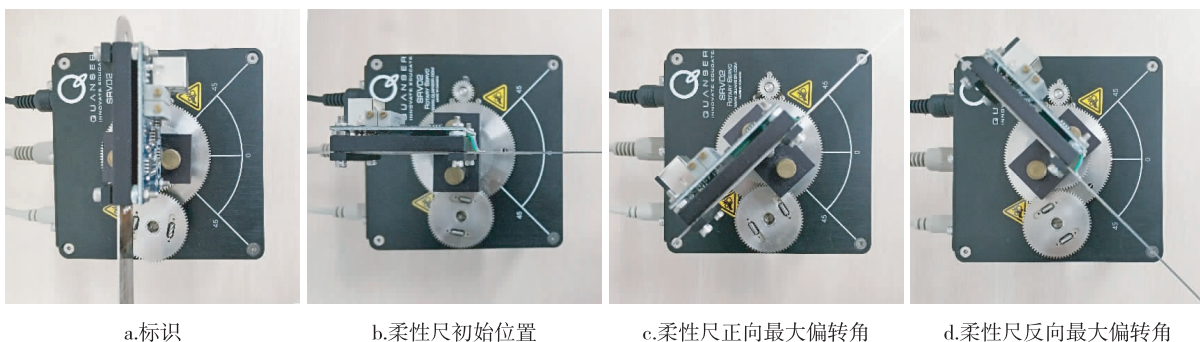


图 9 装置标识及柔性尺偏转角度

Fig. 9 Mark of the device and the deflection angle of flexible ruler

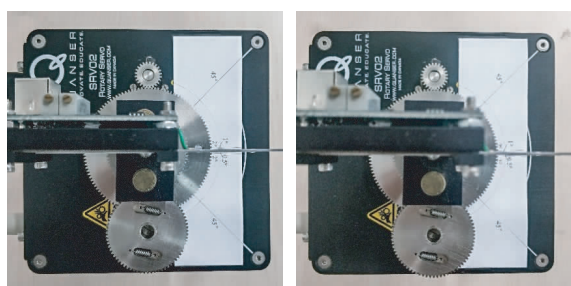


使将理想轨迹的初始值设为非零数,  $z_1$  在实验的初始时刻仍然为 0, 导致实验无法进行, 因此, 需要在初始时刻手动制造误差, 采取措施如下:

1) 由于初始误差也需要在约束范围内, 所以将初始误差的值设置为  $0.5^\circ$ ;

2) 根据实验对照原则, 在无输出约束的实验中, 也应制造相同大小的误差, 因此根据需求画出草图, 并将其贴在实验平台上作为参照线;

3) 实验时先将柔性尺位置调整至复位状态(图 10a), 载入程序并连接设备后, 将柔性尺位置调整至误差为  $0.5^\circ$  的状态(图 10b), 然后运行并观察生成的曲线.



a. 柔性尺在复位状态      b. 柔性尺偏转角初始误差为  $0.5^\circ$

图 10 制造偏转角初始误差

Fig. 10 Mark of the device and the deflection angle of flexible ruler

#### 4.2 无输出约束的单连杆柔性臂

将参数设置为  $K_1 = 35, K_2 = 2.5$ , 实验结果如图 11—13 所示. 观察可知, 控制器的控制效果与跟踪效果都比较好, 无输出约束的单连杆柔性臂的偏转角度误差峰值稳定后约为  $1.1^\circ$ , 末端振动约在  $1.7\text{ s}$  时稳定.

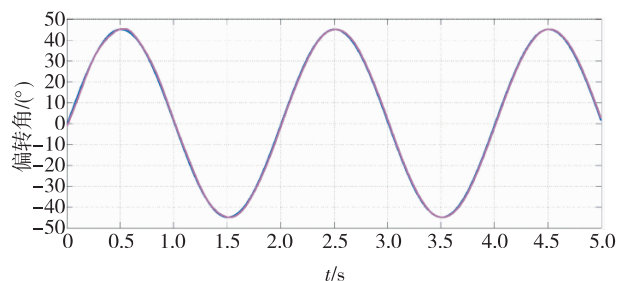


图 11 无输出约束的单连杆柔性臂偏转角  $\theta$

Fig. 11 Deflection angle of the SLFM without output constraint

#### 4.3 有输出约束的单连杆柔性臂

将参数设置为  $K_1 = 75, K_2 = 3.5$ , 实验结果如图

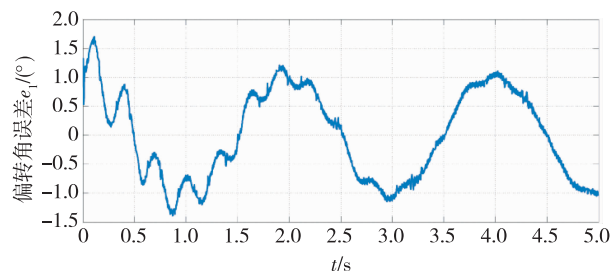


图 12 无输出约束的单连杆柔性臂偏转角误差  $e_1$

Fig. 12 Deflection angle error of the SLFM without output constraint

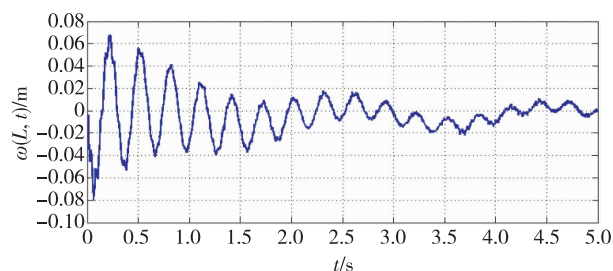


图 13 无输出约束的单连杆柔性臂末端振动  $\omega(L, t)$

Fig. 13 Terminal vibration of a SLFM without output constraint

14—16 所示. 观察可知, 控制器的控制效果也比较好, 有输出约束的单连杆柔性臂的偏转角度误差峰值稳定后约为  $0.8^\circ$ , 小于  $1^\circ$ , 证明有约束效果, 末端振动约在  $1.7\text{ s}$  时稳定, 其幅度相对于图 13 有所减小.

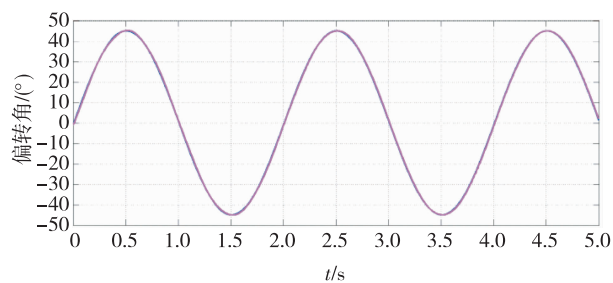


图 14 有输出约束的单连杆柔性臂偏转角  $\theta$

Fig. 14 Deflection angle of the SLFM with output constraint

### 5 结论

本文利用假设模态法对单连杆柔性机械臂的动力学模型进行了离散, 设计了全状态反馈的 RBF 神经网络控制器来实现对柔性连杆的轨迹跟踪与振动抑制, 并且利用障碍李雅普诺夫函数实现了对柔性连杆偏转角度误差的约束, 通过李雅普诺夫直接法

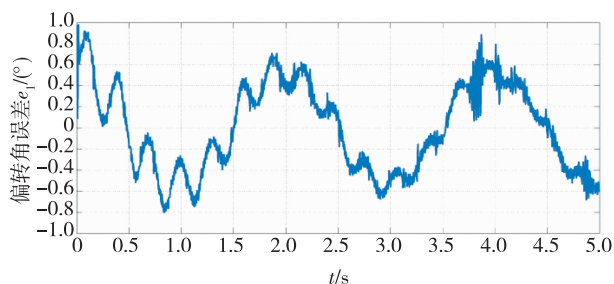
图 15 有输出约束的单连杆柔性臂偏转角误差  $e_1$ 

Fig. 15 Deflection angle error of the SLFM with output constraint

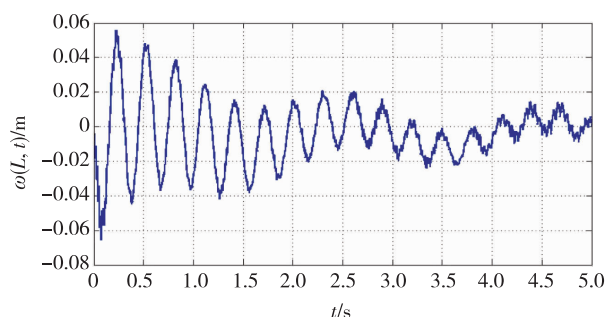
图 16 有输出约束的单连杆柔性臂末端振动  $\omega(L, t)$ 

Fig. 16 Terminal vibration of a SLFM with output constraint

实现了闭环系统的一致最终有界性.在此理论基础上,基于 Matlab 进行了数字仿真,并基于 Quanser 实验平台进行了大量实验,验证了文中神经网络控制器的可行性与有效性.

## 参考文献

### References

- [ 1 ] Ge S S, Zhang S, He W. Modeling and control of an Euler-Bernoulli beam under unknown spatiotemporally varying disturbance [ C ] // American Control Conference. IEEE, 2011; 2988-2993
- [ 2 ] Zhao Y, Qiu Z, Xie T, et al. Intelligent tea service robot, has taking manipulator whose end is clamped between paper cup column and bayonet, where lower end of bayonet is formed as plane-shaped structure and upper end of bayonet is formed as arrow-head structure; Chinese, CN205905034-U [ P ]. 2017-01-25
- [ 3 ] Fahham H R, Farid M, Khooran M. Time optimal trajectory tracking of redundant planar cable-suspended robots considering both tension and velocity constraints [ J ]. Journal of Dynamic Systems Measurement and Control, 2011, 133( 1 ) : 011004
- [ 4 ] Tounsi N, Bailey T E, Elbestawi M A. Minimum time trajectory planning along specified tool path with consideration of cutting force constraint and feed drive dynamics [ C ] // ASME 2002 International Mechanical Engineering Congress and Exposition, 2002; 159-169
- [ 5 ] Zebin T, Alam M S. Modeling and control of a two-link flexible manipulator using fuzzy logic and genetic optimization techniques [ J ]. Journal of Computers, 2012, 7( 3 ) : 578-585
- [ 6 ] Sun C, Xia Y. An analysis of a neural dynamical approach to solving optimization problems [ J ]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2009, 54( 8 ) : 1972-1977
- [ 7 ] He W, Ge S S. Vibration control of a flexible beam with output constraint [ J ]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2015, 62( 8 ) : 5023-5030
- [ 8 ] Chang T K, Spowage A, Chan K Y. Review of control and sensor system of flexible manipulator [ J ]. Journal of Intelligent & Robotic Systems, 2015, 77( 1 ) : 187-213
- [ 9 ] Khorrami F, Jain S. Nonlinear control with end-point acceleration feedback for a two-link flexible manipulator: experimental results [ J ]. Journal of Robotic Systems, 1993, 10( 4 ) : 505-530
- [ 10 ] Rossi M, Zuo K, Miang D. Issues in the design of passive controllers for flexible link robots [ C ] // IEEE International Conference on Robotics and Automation. Proceedings, IEEE Xplore, 1994, 1 : 321-326
- [ 11 ] Xia J Z, Menq C H. Real time estimation of elastic deformation for end-point tracking control of flexible two-link manipulators [ J ]. Journal of Dynamic Systems Measurement & Control, 1993, 115( 3 ) : 418-422
- [ 12 ] Ingole A R, Bandyopadhyay B, Gorez R. Variable structure control application for flexible manipulators [ C ] // Proceedings of the Third IEEE Conference on Control Applications, 1994, 2 : 1311-1316
- [ 13 ] Jiang T, Liu J, He W. Boundary control for a flexible manipulator based on infinite dimensional disturbance observer [ J ]. Journal of Sound & Vibration, 2015, 348 : 1-14
- [ 14 ] Fateh M M. Robust control of flexible-joint robots using voltage control strategy [ J ]. Arabian Journal for Science & Engineering, 2014, 39( 4 ) : 3111-3121
- [ 15 ] Li H, Gao Y, Shi P, et al. Observer-based fault detection for nonlinear systems with sensor fault and limited communication capacity [ J ]. IEEE Transactions on Automatic Control, DOI: 10. 1109/TAC.2015. 2503566
- [ 16 ] Zhou Q, Li H, Wang L, et al. Prescribed performance observer-based adaptive fuzzy control for nonstrict-feedback stochastic nonlinear systems [ J ]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, DOI: 10. 1109/TSMC.2017. 2738155
- [ 17 ] Dinh H T, Kamalapurkar R, Bhasin S, et al. Dynamic neural network-based robust observers for uncertain nonlinear systems. [ J ]. Neural Networks, 2014, 60 : 44-52
- [ 18 ] Ge S S, Wang C. Direct adaptive NN control of a class of nonlinear systems [ J ]. IEEE Transaction on Neural Networks, 2002, 13( 1 ) : 214-221
- [ 19 ] Narendra K S, Parthasarathy K. Identification and control of dynamical systems using neural networks [ J ]. IEEE Transactions on Neural Networks, 1990, 1( 1 ) : 4-27
- [ 20 ] Gao H, He W, Zhou C, et al. Neural network control of a two-link flexible robotic manipulator using assumed mode method [ J ]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2018, DOI: 10. 1109/TII.2018. 2818120
- [ 21 ] Nguyen D H, Widrow B. Neural networks for self-learning

- control systems [J]. IEEE Control Systems Magazine, 2002, 10(3):18-23
- [22] Chow T W S, Fang Y. A recurrent neural-network-based real-time learning control strategy applying to nonlinear systems with unknown dynamics [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 1998, 45(1):151-161
- [23] Xing X, Liu J. Switching fault-tolerant control of a moving vehicle-mounted flexible manipulator system with state constraints [J]. Journal of the Franklin Institute, 2018, 355(6):3050-3078
- [24] Cho B H, Choi B S, Lee J M. Time-optimal trajectory planning for a robot system under torque and impulse constraints [C] // Conference of IEEE Industrial Electronics Society, 2004. IECON 2004, 2004, 2:1058-1063
- [25] Tang Z L. Tangent barrier Lyapunov functions for the control of output-constrained nonlinear systems [C] // ACM Conference on Computer Supported Cooperative Work, CSCW 2006, Banff, Alberta, Canada, November. DBLP, 2006:99-108
- [26] Tee K P, Ge S S, Li H, et al. Control of nonlinear systems with time-varying output constraints [J]. Automatica, 2011, 47(11):2511-2516
- [27] Ngo K B, Mahony R, Jiang Z P. Integrator backstepping using barrier functions for systems with multiple state constraints [C] // Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control, 2005, DOI: 10.1109/CDC.2005.1583507
- [28] Li H, Bai L, Wang L, et al. Adaptive neural control of uncertain nonstrict-feedback stochastic nonlinear systems with output constraint & unknown dead zone [J]. IEEE Transactions on Systems Man and Cybernetics Systems, 2017, 47(8):2048-2059
- [29] Sun C, Gao H, He W, et al. Fuzzy neural network control of a flexible robotic Manipulator using assumed mode method [J]. IEEE Transactions on Neural Networks & Learning Systems, 2018, 29(11):5214-5227
- [30] Rahn C D. Mechatronic control of distributed noise and vibration [M]. New York, USA: Springer-Verlag, 2001
- [31] Hardy G H, Littlewood J E, Polya G. Inequalities [M]. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1959

## Neural network control of a single-link flexible manipulator with output constraints based on Quanser platform

HOU Jiayi<sup>1,2</sup> GAO Hejia<sup>1,2</sup> HE Wei<sup>1,2</sup> SUN Changyin<sup>3</sup>

1 School of Automation and Electrical Engineering, University of Science & Technology Beijing, Beijing 100083

2 Key Laboratory of Knowledge Automation for Industrial Processes, Ministry of Education, University of Science & Technology Beijing, Beijing 100083

3 School of Automation, Southeast University, Nanjing 210096

**Abstract** Owing to their rapidly increasing applications in aerospace, service, and other fields, manipulators are an area of active in-depth research. In comparison with the rigid manipulator, the flexible manipulator is light, flexible, and highly efficient. It also consumes less energy. The advantages of the flexible manipulator have made it a subject of in-depth study and further research. However, because of the particularity of the structure and build material, the operation of the flexible manipulator produces elastic deformation and vibration, which make the positioning and tracking of the manipulator difficult. Thus, it is important to study vibration suppression. In this paper, the assumed mode method is used to model the single-link flexible manipulator system and the Lyapunov direct method is used to realize the stability of the closed-loop system. Given the particular constrained targets in practical use, the tangent-function form of the Lyapunov strategy is utilized to deal with the output constraints. The neural network control method is used to approach the uncertainty of the system, and the stability of the closed-loop system is analyzed by the Lyapunov method. The control performance of the controller is verified through simulations in MATLAB and experiments using the Quanser platform.

**Key words** flexible manipulator; output constraints; neural network control; Quanser platform; assumed mode method