



# 带有 Le'vy 噪声的中立型神经网络的反馈控制

## 摘要

针对延迟中立型神经网络系统,研究了反馈控制问题.考虑了带有 Le'vy 噪声的中立型神经网络,建立了一个适当的 Lyapunov 函数.通过 Lyapunov 分析方法并使用一般性 Itô 公式和 LMI 技术,得到了闭环系统的均方稳定性准则.最后,通过数值例子证实本文方法的有效性.

## 关键词

中立型神经网络; Le'vy 噪声; Lyapunov 分析方法; 均方稳定性

中图分类号 O429

文献标志码 A

## 0 引言

近来,中立型神经网络得到了广泛的研究<sup>[1-2]</sup>.中立型神经网络是可以被中立型泛函微分方程描述的一类神经网络.由于系统模型涉及到当前的状态导数和过去的状态导数,所以这类系统更适合描述神经反应过程和神经细胞特性的动力学<sup>[3]</sup>.在探索随机中立型神经网络的同步和稳定性问题中,一般性的中立型模型得到了广泛的关注.

需要注意的是,很多工作主要集中在由高斯白噪声驱动的中立型神经网络中的随机同步<sup>[4-5]</sup>,当随机脉冲输入量大、振幅小的时候,可以认为是合理的近似.然而,对于真实的生物逻辑神经元是不合理的.例如,突触后神经元的触发区附近突触的输入减少,在真实神经系统的噪声振幅中产生较大的脉冲<sup>[6]</sup>,因此,在这种情况下,Le'vy 噪声比布朗运动更合适.实际上,与纯扩散布朗运动相比,跳跃扩散的 Le'vy 过程不仅允许个体的数量在大部分时间内持续变化,而且还允许在任意时刻任意大小的随机跳跃是不连续的.这些证据表明,虽然随机神经网络增加了复杂的数学描述,但是随机神经网络系统的研究更有意义、更具挑战性.

本文主要分析中立型神经网络的反馈控制问题,所研究的系统包含固定常数延迟以及 Le'vy 噪声和布朗运动噪声.针对延迟中立型神经网络系统,建立了一个适当的 Lyapunov 函数.通过 Lyapunov 分析方法并使用一般性 Itô 公式和 LMI 技术,得到了闭环系统的均方稳定性准则.最后,通过数值例子证实了本文方法的有效性.

## 1 基础知识和数学模型

在本文中,定义  $(\Omega, F, \{F_t\}_{t \geq 0}, P)$  是一个完备概率空间,其中  $\{F_t\}_{t \geq 0}$  是右连续递增的且  $F_0$  包含所有概率  $P = 0$  的集合.如果  $\mathbf{A}$  是一个向量或者矩阵,则  $\mathbf{A}^T$  代表矩阵  $\mathbf{A}$  的转置.对于任意的  $t > 0, C([-t, 0]; \mathbf{R}^n)$  表示一个从  $[-t, 0]$  到  $\mathbf{R}^n$  的连续函数的族,其中,  $\|\mathbf{A}\|$  是矩阵  $\mathbf{A}$  的模长并且  $\|\mathbf{A}\| = \sup\{\|\mathbf{A}\mathbf{x}\| : \|\mathbf{x}\| = 1\}$ .  $L_{F_0}^2([-t, 0]; \mathbf{R}^n)$  是所有有界的、 $F_0$ -可测的、值为  $C([-t, 0]; \mathbf{R}^n)$  的随机变量族.  $\mathbf{R}_+^n$  为正的集合,即  $\mathbf{R}_+^n = \{\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n : x_i > 0, \forall 1 \leq i \leq n\}$ .  $N(dt, dx)$  是 Poisson 随机可测的,则  $\tilde{N}(dt, dx)$  被定义为  $N(dt, dx) - \lambda(dx)dt$  是补偿的 Poisson 随机可测的.定义  $\lambda(s) = EN(1, s)$  是跳跃测度.定义  $B_t$  是一个

收稿日期 2018-07-19

资助项目 国家自然科学基金(61673215, 61374087)

作者简介

张贺,男,博士生,研究方向为随机系统控制.freeskyvip@163.com

徐胜元(通信作者),男,博士,教授,研究方向为非线性控制.syxu@nju.edu.cn

1 南京理工大学 自动化学院,南京,210094

独立的  $n$ - 维 Brownian 运动.

本文考虑如下的  $n$ - 维中立型神经网络:

$$d[\mathbf{x}(t) - \mathbf{D}\mathbf{x}(t - \tau)] = \left[ -\mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{A}f(\mathbf{x}(t)) + \mathbf{B} \int_{t-\tau}^t f(\mathbf{x}(s)) ds + \mathbf{u}(t) \right] dt + \sigma(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{x}(t - \tau)) d\mathbf{B}(t) + \int_{\mathcal{Z}} h(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{x}(t - \tau), z) \tilde{N}(dt, dz), \quad (1)$$

其中,  $\mathbf{x}(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t))^T \in \mathbf{R}^n$  是有  $n$  个神经元的神经网络系统的状态变量,  $f(\mathbf{x}(t))$  是神经元的激活函数,  $\tau$  是时间延迟,  $\mathbf{C}$  是一个对角的正定矩阵,  $\mathbf{D}$  是中立性参数矩阵,  $\mathbf{A}$  是系统的连接权重矩阵,  $\mathbf{B}$  是系统的时间延迟连接权重矩阵,  $\mathbf{u}(t) = [u_1(t), u_2(t), \dots, u_n(t)]^T$  是控制输入向量,  $\sigma: \mathbf{R}_+ \times \mathbf{R}^n \times \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^{n \times n}$  和  $h: \mathbf{R}_+ \times \mathbf{R}^n \times \mathbf{R}^n \times \mathcal{Z} \rightarrow \mathbf{R}^n$  是 Levy 噪声的强度函数. 在本文,  $\mathbf{B}(t)$  和  $\tilde{N}(dt, dz)$  是相互独立的.

本文考虑如下反馈控制器:

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{K}\mathbf{x}(t), \quad (2)$$

从而, 闭环系统可以被描述为

$$d[\mathbf{x}(t) - \mathbf{D}\mathbf{x}(t - \tau)] = \left[ (\mathbf{K} - \mathbf{C})\mathbf{x}(t) + \mathbf{A}f(\mathbf{x}(t)) + \mathbf{B} \int_{t-\tau}^t f(\mathbf{x}(s)) ds \right] dt + \sigma(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{x}(t - \tau)) d\mathbf{B}(t) + \int_{\mathcal{Z}} h(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{x}(t - \tau), z) \tilde{N}(dt, dz). \quad (3)$$

为了得到闭环系统的稳定性准则, 我们给出下面 3 个假设:

**假设 1** 一定存在两个正定矩阵  $\mathbf{G}_1$  和  $\mathbf{G}_2$  且满足  $\mathbf{G}_1 - \mathbf{G}_2 \leq 0$  使得

$$[f(\mathbf{x}(t)) - \mathbf{G}_1\mathbf{x}(t)][f(\mathbf{x}(t)) - \mathbf{G}_2\mathbf{x}(t)] \leq 0 \text{ 成立.}$$

**假设 2** 一定存在正常数  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$  使得噪声强度函数  $\sigma$  和  $h$  满足:

$$\begin{aligned} \text{trace}[\sigma(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{x}(t - \tau))]^T [\sigma(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{x}(t - \tau))] &\leq \\ \alpha_1 \mathbf{x}(t)^T \mathbf{x}(t) + \alpha_2 \mathbf{x}(t - \tau)^T \mathbf{x}(t - \tau), & \\ \int_{\mathcal{Z}} [h(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{x}(t - \tau), z)]^T [h(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{x}(t - \tau), z)] dz &\leq \\ \alpha_3 \mathbf{x}(t)^T \mathbf{x}(t) + \alpha_4 \mathbf{x}(t - \tau)^T \mathbf{x}(t - \tau). & \end{aligned}$$

**假设 3** 中立型参数矩阵  $\mathbf{D}$  的谱半径小于 1.

**注 1** 通过上面 3 个假设和文献[7], 很容易得到系统(1) 有唯一的解. 不失一般性, 定义系统(1) 的解是  $\mathbf{x}(t, \xi_0)$ , 其中初始值  $\xi_0 \in L^2_{F_0}([-\tau, 0]; \mathbf{R}^n)$  且  $\mathbf{x}(t, 0) = 0$ .

## 2 主要结论

在本节, 在假设 1、假设 2 和假设 3 成立的前提下, 确保闭环系统均方稳定的充分条件将被给出.

**定理 1** 给定常数  $\delta > 0$ . 在假设 1—3 成立的前提下, 如果存在正定矩阵  $\mathbf{Q}_1, \mathbf{Q}_2, \mathbf{Q}_3$  使得

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{11} & \mathbf{M}_{12} & \mathbf{M}_{13} & \mathbf{M}_{14} \\ * & \mathbf{M}_{22} & \mathbf{M}_{23} & \mathbf{M}_{24} \\ * & * & \mathbf{M}_{33} & 0 \\ * & * & * & \mathbf{M}_{44} \end{bmatrix} < 0 \quad (4)$$

成立, 其中,

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{11} &= \mathbf{Q}_1(\mathbf{K} - \mathbf{C}) + (\mathbf{K} - \mathbf{C})^T \mathbf{Q}_1 + (\alpha_1 + \alpha_3) \mathbf{Q}_1 + \\ &\quad \mathbf{Q}_2 - \delta(\mathbf{G}_1^T \mathbf{G}_2 + \mathbf{G}_2^T \mathbf{G}_1), \\ \mathbf{M}_{12} &= -(\mathbf{K} - \mathbf{C})^T \mathbf{Q}_1 \mathbf{D}, \quad \mathbf{M}_{13} = \mathbf{Q}_1 \mathbf{A} + \delta(\mathbf{G}_1^T + \mathbf{G}_2^T), \\ \mathbf{M}_{14} &= \mathbf{Q}_1 \mathbf{B}, \quad \mathbf{M}_{22} = -\mathbf{Q}_2 + (\alpha_2 + \alpha_4) \mathbf{Q}_1, \\ \mathbf{M}_{23} &= -\mathbf{D}^T \mathbf{Q}_1 \mathbf{A}, \quad \mathbf{M}_{24} = -\mathbf{D}^T \mathbf{Q}_1 \mathbf{B}, \\ \mathbf{M}_{33} &= \tau \mathbf{Q}_3 - 2\delta \mathbf{I}, \quad \mathbf{M}_{44} = -\frac{1}{\tau} \mathbf{Q}_3. \end{aligned}$$

那么, 闭环系统(3) 是均方稳定的.

**证明** 首先, 创建一个适应的 Lyapunov 候选函数:

$$\begin{aligned} V(t) &= (\mathbf{x}(t) - \mathbf{D}\mathbf{x}(t - \tau))^T \mathbf{Q}_1 (\mathbf{x}(t) - \mathbf{D}\mathbf{x}(t - \tau)) + \\ &\quad \int_{t-\tau}^t \mathbf{x}(s)^T \mathbf{Q}_2 \mathbf{x}(s) ds + \int_{-\tau}^0 \int_{t-\theta}^t f(\mathbf{x}(s))^T \mathbf{Q}_3 f(\mathbf{x}(s)) ds d\theta. \end{aligned}$$

应用一般性的 Itô 公式, 得

$$\begin{aligned} dV(t) &= (\mathbf{x}(t) - \mathbf{D}\mathbf{x}(t - \tau))^T \mathbf{Q}_1 \left( (\mathbf{K} - \mathbf{C})\mathbf{x}(t) + \right. \\ &\quad \left. \mathbf{A}f(\mathbf{x}(t)) + \mathbf{B} \int_{t-\tau}^t f(\mathbf{x}(s)) ds \right) dt + \left( (\mathbf{K} - \mathbf{C})\mathbf{x}(t) + \right. \\ &\quad \left. \mathbf{A}f(\mathbf{x}(t)) + \mathbf{B} \int_{t-\tau}^t f(\mathbf{x}(s)) ds \right)^T \mathbf{Q}_1 (\mathbf{x}(t) - \\ &\quad \mathbf{D}\mathbf{x}(t - \tau)) dt + \mathbf{x}(t)^T \mathbf{Q}_2 \mathbf{x}(t) dt - \mathbf{x}(t - \tau)^T \mathbf{Q}_2 \mathbf{x}(t - \\ &\quad \tau) dt + \tau f(\mathbf{x}(t))^T \mathbf{Q}_3 f(\mathbf{x}(t)) dt - \\ &\quad \int_{t-\tau}^t f(\mathbf{x}(s))^T \mathbf{Q}_3 f(\mathbf{x}(s)) ds dt + \\ &\quad \text{trace}[\sigma(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{x}(t - \tau))]^T \mathbf{Q}_1 [\sigma(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{x}(t - \\ &\quad \tau))] dt + \int_{\mathcal{Z}} [\mathbf{x}(t) - \mathbf{D}\mathbf{x}(t - \tau) + h(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{x}(t - \\ &\quad \tau), z)]^T \mathbf{Q}_1 [\mathbf{x}(t) - \mathbf{D}\mathbf{x}(t - \tau) + h(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{x}(t - \\ &\quad \tau), z)] - [\mathbf{x}(t) - \mathbf{D}\mathbf{x}(t - \tau)]^T \mathbf{Q}_1 [\mathbf{x}(t) - \\ &\quad \mathbf{D}\mathbf{x}(t - \tau)] - 2[\mathbf{x}(t) - \mathbf{D}\mathbf{x}(t - \\ &\quad \tau)]^T \mathbf{Q}_1 [h(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{x}(t - \tau), z)] dz dt + \\ &\quad 2[h(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{x}(t - \tau), z)]^T \mathbf{Q}_1 \sigma(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{x}(t - \\ &\quad \tau)) d\mathbf{B}(t) + \int_{\mathcal{Z}} [\mathbf{x}(t) - \mathbf{D}\mathbf{x}(t - \tau) + \end{aligned}$$

$$h(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{x}(t - \tau), z)]^T \mathbf{Q}_1 [\mathbf{x}(t) - \mathbf{D}\mathbf{x}(t - \tau) + h(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{x}(t - \tau), z)] - [h(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{x}(t - \tau), z)]^T \mathbf{Q}_1 [h(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{x}(t - \tau), z)] \tilde{N}(dt, dz).$$

对上面等式两边同时在  $t \in [0, t]$  上积分,有

$$V(t) = V(0) + \int_0^t \left\{ (\mathbf{x}(t) - \mathbf{D}\mathbf{x}(t - \tau))^T \mathbf{Q}_1 \times \left( (\mathbf{K} - \mathbf{C})\mathbf{x}(t) + \mathbf{A}f(\mathbf{x}(t)) + \mathbf{B} \int_{t-\tau}^t f(\mathbf{x}(s)) ds \right) + \left( (\mathbf{K} - \mathbf{C})\mathbf{x}(t) + \mathbf{A}f(\mathbf{x}(t)) + \mathbf{B} \int_{t-\tau}^t f(\mathbf{x}(s)) ds \right)^T \mathbf{Q}_1 (\mathbf{x}(t) - \mathbf{D}\mathbf{x}(t - \tau)) + \mathbf{x}(t)^T \mathbf{Q}_2 \mathbf{x}(t) - \mathbf{x}(t - \tau)^T \mathbf{Q}_2 \mathbf{x}(t - \tau) + \tau f(\mathbf{x}(t))^T \mathbf{Q}_3 f(\mathbf{x}(t)) - \int_{t-\tau}^t f(\mathbf{x}(s))^T \mathbf{Q}_3 f(\mathbf{x}(s)) ds + \text{trace}[\sigma(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{x}(t - \tau))]^T \mathbf{Q}_1 [\sigma(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{x}(t - \tau))] \right\} dt + \int_0^t \int_Z [\mathbf{x}(t) - \mathbf{D}\mathbf{x}(t - \tau) + h(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{x}(t - \tau), z)]^T \mathbf{Q}_1 [\mathbf{x}(t) - \mathbf{D}\mathbf{x}(t - \tau) + h(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{x}(t - \tau), z)] - [\mathbf{x}(t) - \mathbf{D}\mathbf{x}(t - \tau)]^T \mathbf{Q}_1 [\mathbf{x}(t) - \mathbf{D}\mathbf{x}(t - \tau)] - 2[\mathbf{x}(t) - \mathbf{D}\mathbf{x}(t - \tau)]^T \mathbf{Q}_1 [h(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{x}(t - \tau), z)] dz dt + G_t,$$

其中,

$$G_t = \int_0^t 2[h(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{x}(t - \tau), z)]^T \mathbf{Q}_1 \sigma(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{x}(t - \tau)) dB(t) + \int_0^t \int_Z [\mathbf{x}(t) - \mathbf{D}\mathbf{x}(t - \tau) + h(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{x}(t - \tau), z)]^T \mathbf{Q}_1 [\mathbf{x}(t) - \mathbf{D}\mathbf{x}(t - \tau) + h(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{x}(t - \tau), z)] - [h(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{x}(t - \tau), z)]^T \mathbf{Q}_1 \times [h(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{x}(t - \tau), z)] \tilde{N}(dt, dz).$$

由于  $G_t$  是随机鞅,所以有  $EG_t = 0$ .

根据假设 1 可知:

$$(\mathbf{x}(t)^T, f(\mathbf{x}(t))^T)^T \begin{pmatrix} \mathbf{G}_1^T \mathbf{G}_2 + \mathbf{G}_2^T \mathbf{G}_1 & -\mathbf{G}_1^T - \mathbf{G}_2^T \\ * & 2\mathbf{I} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{x}(t) \\ f(\mathbf{x}(t)) \end{pmatrix} \leq 0.$$

根据 Jensen 不等式可知:

$$-\int_{t-\tau}^t f(\mathbf{x}(s))^T \mathbf{Q}_3 f(\mathbf{x}(s)) ds \leq -\frac{1}{\tau} \int_{t-\tau}^t f(\mathbf{x}(s))^T ds \mathbf{Q}_3 \int_{t-\tau}^t f(\mathbf{x}(s)) ds.$$

根据假设 2 可知,

$$EV(t) = EV(0) + E \int_0^t \left\{ (\mathbf{x}(t) - \mathbf{D}\mathbf{x}(t - \tau))^T \mathbf{Q}_1 ((\mathbf{K} - \mathbf{C})\mathbf{x}(t) + \mathbf{A}f(\mathbf{x}(t)) + \mathbf{B} \int_{t-\tau}^t f(\mathbf{x}(s)) ds) +$$

$$((\mathbf{K} - \mathbf{C})\mathbf{x}(t) + \mathbf{A}f(\mathbf{x}(t)) + \mathbf{B} \int_{t-\tau}^t f(\mathbf{x}(s)) ds)^T \mathbf{Q}_1 (\mathbf{x}(t) - \mathbf{D}\mathbf{x}(t - \tau)) + \mathbf{x}(t)^T \mathbf{Q}_2 \mathbf{x}(t) - \mathbf{x}(t - \tau)^T \mathbf{Q}_2 \mathbf{x}(t - \tau) + \tau f(\mathbf{x}(t))^T \mathbf{Q}_3 f(\mathbf{x}(t)) - \frac{1}{\tau} \int_{t-\tau}^t f(\mathbf{x}(s))^T ds \mathbf{Q}_3 f(\mathbf{x}(s)) ds + \text{trace}[\sigma(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{x}(t - \tau))]^T \mathbf{Q}_1 [\sigma(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{x}(t - \tau))] \right\} dt + E \int_0^t \int_Z [\mathbf{x}(t) - \mathbf{D}\mathbf{x}(t - \tau) + h(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{x}(t - \tau), z)]^T \mathbf{Q}_1 [\mathbf{x}(t) - \mathbf{D}\mathbf{x}(t - \tau) + h(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{x}(t - \tau), z)] - [\mathbf{x}(t) - \mathbf{D}\mathbf{x}(t - \tau)]^T \mathbf{Q}_1 [\mathbf{x}(t) - \mathbf{D}\mathbf{x}(t - \tau)] - 2[\mathbf{x}(t) - \mathbf{D}\mathbf{x}(t - \tau)]^T \mathbf{Q}_1 [h(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{x}(t - \tau), z)] dz dt \leq EV(0) + E(\boldsymbol{\eta}(t)^T \mathbf{M} \boldsymbol{\eta}(t)),$$

其中,

$$\boldsymbol{\eta}(t) = [\mathbf{x}(t)^T, \mathbf{x}(t - \tau)^T, f(\mathbf{x}(t))^T, \int_{t-\tau}^t f(\mathbf{x}(s))^T ds]^T.$$

根据定理 1 中的条件可知,  $EV(t) < EV(0)$ . 从而可知,闭环系统(3) 是均方稳定的.

证毕.

根据定理 1,反馈控制器设计的充分条件在下面给出.

**定理 2** 给定常数  $\delta > 0$ .在假设 1、假设 2 和假设 3 成立的前提下,如果存在正定矩阵  $\mathbf{Q}_1, \mathbf{Q}_2, \mathbf{Q}_3$  和矩阵  $\mathbf{Y}$  使得

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{M}}_{11} & \tilde{\mathbf{M}}_{12} & \mathbf{M}_{13} & \mathbf{M}_{14} \\ * & \mathbf{M}_{22} & \mathbf{M}_{23} & \mathbf{M}_{24} \\ * & * & \mathbf{M}_{33} & 0 \\ * & * & * & \mathbf{M}_{44} \end{bmatrix} < 0$$

成立,其中,

$$\tilde{\mathbf{M}}_{11} = \mathbf{X} - \mathbf{Q}_1 \mathbf{C} + \mathbf{X}^T - \mathbf{C}^T \mathbf{Q}_1 + (\alpha_1 + \alpha_3) \mathbf{Q}_1 + \mathbf{Q}_2 - \delta(\mathbf{G}_1^T \mathbf{G}_2 + \mathbf{G}_2^T \mathbf{G}_1),$$

$$\tilde{\mathbf{M}}_{12} = -\mathbf{X}^T + \mathbf{C}^T \mathbf{Q}_1 \mathbf{D}.$$

那么,闭环系统(3) 是均方稳定的.进一步,反馈控制器的增益矩阵可以被得到:

$$\mathbf{K} = \mathbf{Q}_1^{-1} \mathbf{Y}.$$

### 3 仿真结果与性能比较

本节考虑中立型神经网络(1) 带有下面的参数:

$$f(\mathbf{x}(t)) = \tanh(\mathbf{x}(t)), \quad \tau = 1.2,$$

$$\sigma(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{x}(t - \tau)) = \begin{pmatrix} -0.2\mathbf{x}(t) \\ 0.3\mathbf{x}(t - \tau) \end{pmatrix},$$

$$h(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{x}(t - \tau)) = \begin{pmatrix} -0.2\mathbf{x}(t)z \\ 0.3\mathbf{x}(t - \tau)z \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0.6 & -0.8 \\ 0.3 & 0.9 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} -0.6 & -0.3 \\ 1.3 & -0.9 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 0.08 & 0 \\ 0 & 0.09 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} -0.1 & 0.2 \\ 0.1 & -0.2 \end{pmatrix},$$

同时考虑系统初始值  $\mathbf{x}(t) = (-0.8, 1.2)^T$ . 给定  $\delta = 0.2$ , 通过使用定理 2, 可以得到下面的结果:

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} -2.5968 & 1.9405 \\ 1.7671 & -8.2331 \end{pmatrix}.$$

从仿真图 1 不难看出, 在反馈控制器(2)的作用下, 闭环系统的状态响应逐渐收敛到 0. 从而, 说明了所得结果的有效性.

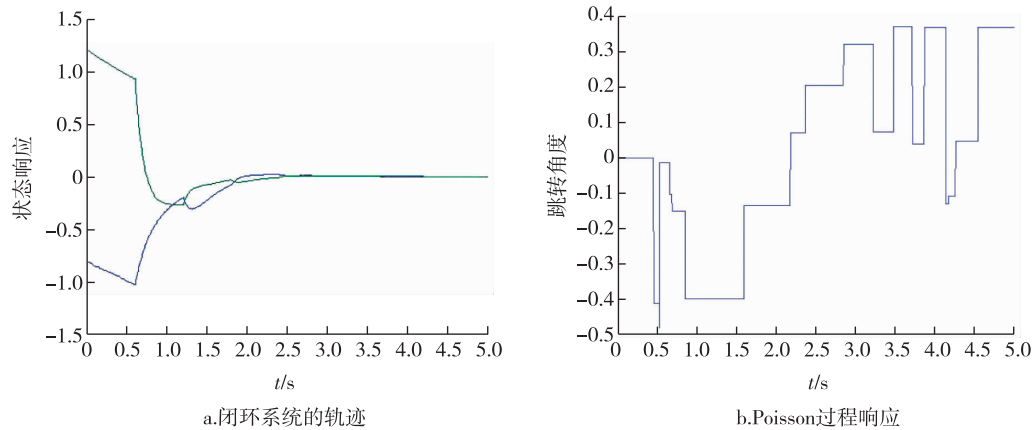


图 1 带有 Le'vy 噪声的闭环轨迹的状态响应和 Poisson 跳跃过程

Fig. 1 Trajectories of the closed-loop system with Le'vy noise; (a) Gain and phase errors; (b) Poisson jump process

#### 4 结束语

对延迟中立型神经网络系统, 均方稳定性问题被研究. 本文中的中立型神经网络被考虑带有 Le'vy 噪声. 本文考虑的控制器是一个连续模型, 这无疑对硬件的要求较高. 如何在确保系统性能可以达到的同时, 减少数据的传输量以适应有限的交流带宽是一个有趣的课题. 在未来的研究工作中, 将进一步研究带有离散输入的中立型系统.

#### 参考文献

##### References

[ 1 ] Huang H, Du Q, Kang X. Global exponential stability of neutral high-order stochastic Hopfield neural networks with Markovian jump parameters and mixed time delays [J]. ISA transactions, 2013, 52(6): 759-767

[ 2 ] Kiumarsi B, Lewis F L, Levine D S. Optimal control of nonlinear discrete time-varying systems using a new neural network approximation structure [J]. Neurocom-

puting, 2015, 156: 157-165

[ 3 ] Bai C. Existence and stability of almost periodic solutions of Hopfield neural networks with continuously distributed delays [J]. Nonlinear Analysis: Theory, Methods & Applications, 2009, 71(11): 5850-5859

[ 4 ] Park J H, Kwon O M. Synchronization of neural networks of neutral type with stochastic perturbation [J]. Modern Physics Letters B, 2009, 23(14): 1743-1751

[ 5 ] Zheng C D, Wei Z, Wang Z. Robustly adaptive synchronization for stochastic Markovian neural networks of neutral type with mixed mode-dependent delays [J]. Neurocomputing, 2016, 171: 1254-1264

[ 6 ] Patel A, Kosko B. Stochastic resonance in continuous and spiking neuron models with Le'vy noise [J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 2008, 19(12): 1993-2008

[ 7 ] Mao W, Mao X. On the approximations of solutions to neutral SDEs with Markovian switching and jumps under non-Lipschitz conditions [J]. Applied Mathematics and Computation, 2014, 230: 104-119

## Feedback control of neutral-type neural networks with Le'vy noise

ZHANG He<sup>1</sup> XU Shengyuan<sup>1</sup>

<sup>1</sup> School of Automation, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094

**Abstract** The feedback control problem in delayed neutral-type neural networks with Le'vy noise is addressed in this paper. Delay is considered as constant in this study. An appropriate Lyapunov function is used to analyze the mean square stability of the closed-loop system. Using the Lyapunov method, the general Itô formula, and the linear matrix inequality technique, the sufficient condition to guarantee stability in mean square sense for the closed-loop system is derived. Finally, a numerical example is given to illustrate the effectiveness of the obtained results.

**Key words** neutral-type neural networks; Le'vy noise; Lyapunov method; mean square stability