



纳秒级脉冲信号的波形预测与重构

摘要

带宽不够、波形易失真是纳秒级脉冲信号测量中存在的主要问题。以测量系统的方波标定数据为标准建立测量系统的差分方程和卷积两种模型,并分别运用于实际试验的双指数脉冲信号的波形预测和重构中,对比两种模型的处理结果发现,卷积模型比差分方程模型更适用于纳秒级脉冲信号的波形预测和重构。

关键词

脉冲; 信号处理; 差分方程法; 卷积法

中图分类号 TP216

文献标志码 A

0 引言

脉冲功率技术研究的对象具有电压高、电流大、功率高以及脉冲强的特点^[1],这些特点给脉冲信号的测量增加了难度。目前,纳秒级脉冲信号测量系统中存在的难点包括响应速度慢、外界干扰、内部误差、频带窄等,其中,响应速度、干扰、内部误差可以通过测量系统的不断升级以及信号去噪处理等方法得到改善。针对测量系统频带窄造成输出波形失真^[2]的问题,有学者提出引入一个转移函数的方法^[3]和距离迁移校正的方法^[4],但它们计算过程复杂,不如差分方程法和卷积法直观。在波形重构方面,压缩感知法^[5]越来越受到重视,但不适用于脉冲信号领域。本文分别采用差分方程法和卷积法建立测量系统的模型,并对比这两种方法在脉冲波形预测和重构中的效果。

1 波形补偿方法

纳秒级脉冲信号的上升时间 t_r 决定了测量系统的带宽^[6]:

$$W_B = \frac{0.35}{t_r} \quad (1)$$

对于一个上升沿为 1 ns 的信号,若采用常用的 RG 系列聚乙烯射频同轴电缆(频带为 200 MHz 左右)测量,频谱范围可达 350 MHz。在脉冲信号测量过程中,在相当宽的频带内很难实现信号的不失真传输,要想得到不失真的信号可以通过硬件优化和软件补偿的方法。目前大多数的脉冲信号测量方法都偏重于物理装置的优化改进,时域测量技术和数字信号处理技术的发展为复原测量系统的真实输入提供了新的途径。

1.1 差分方程法

设测量系统的输入序列为 $u(k)$, 输出序列为 $y(k)$, 则离散模型为

$$y(k) + a_1 y(k-1) + a_2 y(k-2) \cdots + a_n y(k-n) = b_0 u(k) + b_1 u(k-1) \cdots + b_m u(k-m), \quad (2)$$

其中, $a_1, \dots, a_n, b_1, \dots, b_m$ 是差分方程的系数。式(2)也可以写为

$$y(k) = \sum_{i=0}^m b_i u(k-i) - \sum_{j=1}^n a_j y(k-j). \quad (3)$$

由于在实际测量中还需要考虑误差,所以式(3)应该写为

收稿日期 2017-06-01

资助项目 江苏省产学研联合创新资金(BY2013007-05)

作者简介

胡景森,男,硕士,高级工程师,研究方向为电磁兼容性测试技术.hujs@cesi.cn

黄锋(通信作者),女,硕士生,主要研究脉冲信号的测量.Hfeng_0203@163.com

1 中国电子技术标准化研究院,北京,100007

2 南京信息工程大学 信息与控制学院,南京,210044

$$y(k) = \sum_{i=0}^m b_i u(k-i) - \sum_{j=1}^n a_j y(k-j) + v(k), \quad (4)$$

其中,

$$\begin{cases} y(1) = \sum_{i=0}^m b_i u(1-i) - \sum_{j=1}^n a_j y(1-j), \\ y(2) = \sum_{i=0}^m b_i u(2-i) - \sum_{j=1}^n a_j y(2-j), \\ \dots \\ y(N) = \sum_{i=0}^m b_i u(N-i) - \sum_{j=1}^n a_j y(N-j). \end{cases} \quad (5)$$

若记

$$\mathbf{Y} = [y(1) \quad y(2) \quad \dots \quad y(N)]^T, \quad (6)$$

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} u(1) & \dots & u(1-m) & y(0) & \dots & y(1-n) \\ u(2) & \dots & u(2-m) & y(1) & \dots & y(2-n) \\ \dots & & & & & \\ u(N) & \dots & u(N-m) & y(N-1) & \dots & y(N-n) \end{bmatrix}, \quad (7)$$

$$\mathbf{A} = [b_0 \quad b_1 \quad \dots \quad b_m \quad -a_1 \quad -a_2 \quad \dots \quad -a_n], \quad (8)$$

则有如下矩阵方程:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\mathbf{A} + \mathbf{V}. \quad (9)$$

式(9)中 \mathbf{Y} 和 \mathbf{X} 分别为已知的输出和输入序列, \mathbf{V} 为误差, \mathbf{A} 即为待估计的参数, 求该系统离散模型的解等价于求满足式(9)的解 \mathbf{A} . 由于数据长度 N 远远大于待测序列 \mathbf{A} 的个数, 式(9)为矛盾方程组, 所以可以通过最小二乘法求取参数 \mathbf{A} .

构造误差准则函数:

$$J = \sum_{k=1}^N v^2(k), \quad (10)$$

求出使目标函数 J 取得极小值时 \mathbf{A} 的值, 就可以确定差分方程的模型. 由式(3)可知, 根据已知的输入信号 $u(k)$, 可依次推导出输出信号的序列, 实现输出波形的预测, 同理若将式(3)改写为

$$u(k) = \frac{1}{b_0} \left[\sum_{i=0}^n a_i y(k-i) - \sum_{j=1}^m b_j u(k-j) \right], \quad (11)$$

也可以根据输出信号的数据逆推求出输入信号序列, 从而实现波形重构.

1.2 卷积法

在初始状态为零时, 系统输入单位冲击函数 $\delta(t)$ 时的输出为单位冲击响应, 记作 $h(t)$, 那么, 系统对任意输入信号 $u(t)$ 的响应就可以看作是 $u(t)$ 与系统的单位脉冲响应信号 $h(t)$ 的卷积, 记作

$$y(t) = \int_0^t u(\tau) h(t-\tau) dt = u(t) * h(t). \quad (12)$$

从式(12)可以看出只要知道一个系统的单位脉

冲响应, 就可以通过卷积运算计算出任意一个输入信号通过该系统的输出信号, 式(12)的离散形式为^[7]

$$y(n) = \sum_{k=0}^n u(k) h(n-k). \quad (13)$$

2 信号处理

2.1 基于差分方程的波形预测与重构

根据时间采样序列得到线性递推方程:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\mathbf{A} + \mathbf{V}. \quad (14)$$

定义误差准则函数:

$$J(\mathbf{A}) = \sum_{k=1}^N V^2(k) = \sum_{k=1}^N [\mathbf{Y} - \mathbf{X}\mathbf{A}]^2, \quad (15)$$

该误差函数的二次型为

$$J(\mathbf{A}) = (\mathbf{Y} - \mathbf{X}\mathbf{A})^T (\mathbf{Y} - \mathbf{X}\mathbf{A}). \quad (16)$$

准则函数对 \mathbf{A} 求导, 令 $\frac{\partial J(\mathbf{A})}{\partial \mathbf{A}} = 0$,

$$\frac{\partial J(\mathbf{A})}{\partial \mathbf{A}} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{A}} [(\mathbf{Y} - \mathbf{X}\mathbf{A})^T (\mathbf{Y} - \mathbf{X}\mathbf{A})] = 0, \quad (17)$$

则

$$\mathbf{X}^T \mathbf{Y} = \mathbf{X}^T \mathbf{X} \mathbf{A}. \quad (18)$$

因为 $\mathbf{X}^T \mathbf{X}$ 是一个方阵, 一般是非奇异的, 所以可得唯一解:

$$\hat{\mathbf{A}} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{Y}. \quad (19)$$

另外

$$\frac{\partial^2 J(\mathbf{A})}{\partial \mathbf{A}^2} = 2\mathbf{X}^T \mathbf{X} > 0, \quad (20)$$

所以当 $\mathbf{A} = \hat{\mathbf{A}}$ 时, $J(\mathbf{A})$ 取得最小值.

基于差分方程法的波形预测与重构的步骤如下:

- 1) 测量标准的方波信号, 得到测量系统的一至六阶特征参数 \mathbf{A} ;
- 2) 使用同一测量系统测量双指数脉冲信号, 得到实际输入序列 $u(k)$ 和实际输出 $y(k)$;
- 3) 根据式(3), 由实际输入序列 $u(k)$ 得到预测的输出序列 $y_1(k)$;
- 4) 根据式(11), 由实际输出序列 $y(k)$ 得到重构的输入序列 $u_1(k)$.

图1为对测量系统标定时得到的方波输入及输出波形, 实际双指数脉冲测量结果如图2所示, 系数辨识结果如表1所示. 不同阶数的差分方程的预测与重构的结果如图3—5所示. 分析各阶差分方程的预测和重构结果发现, 阶数越高, 预测的波形与实际输出波形越接近, 五阶的预测结果出现了发散; 分析

表 1 差分方程特征参数辨识

Table 1 Identification of characteristic parameters for difference equations

系数	阶次					
	1	2	3	4	5	6
a_1	-0.986 7	-1.800 3	-1.596 6	-1.584 5	1.587 2	1.565 5
a_2		0.804 5	0.355 5	0.373 5	0.361 1	0.311 3
a_3			0.245 2	0.168 6	0.142 8	0.094 6
a_4				0.046 7	0.154 7	0.033 6
a_5					-0.067 2	0.450 4
a_6						-0.320 3
b_0	-0.000 574 46	0.000 105 73	0.000 195 64	0.000 188 918	0.000 147 51	0.000 026 830
b_1	0.000 763 03	-0.000 475 50	-0.000 523 05	-0.000 440 54	-0.000 383 77	-0.000 277 26
b_2		0.000 424 64	0.000 217 67	0.000 312 56	0.000 340 05	0.000 416 41
b_3			0.000 162 43	-0.000 303 73	-0.000 188 50	-0.000 282 94
b_4				0.000 297 19	-0.000 764 47	0.000 057 025
b_5					0.000 216 46	0.000 096 669
b_6						0.000 018 503

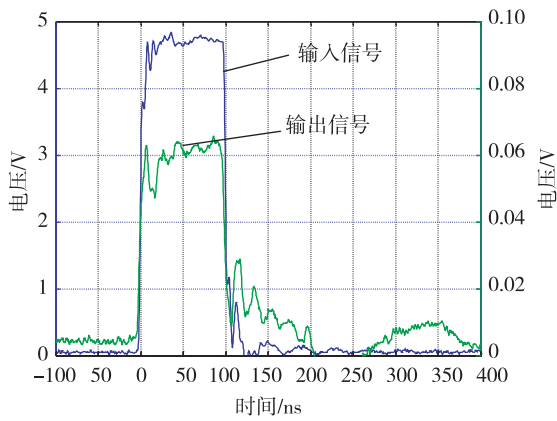


图 1 测量系统标定波形

Fig. 1 Calibration waveform of the measurement system

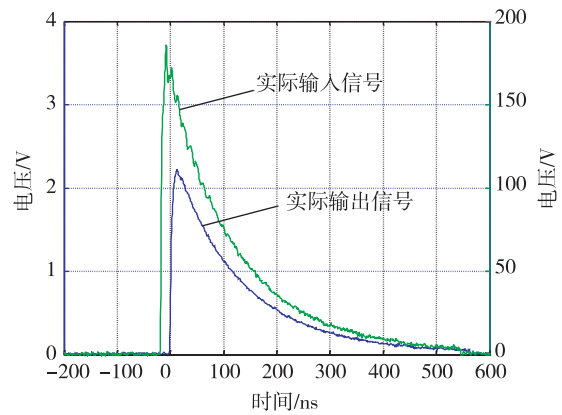


图 2 测量系统实际采集波形

Fig. 2 Actual acquisition waveform of the measurement system

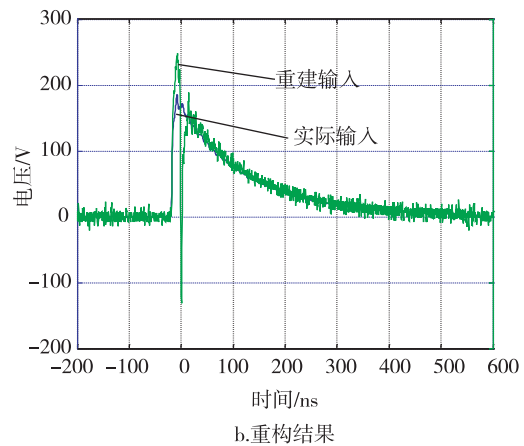
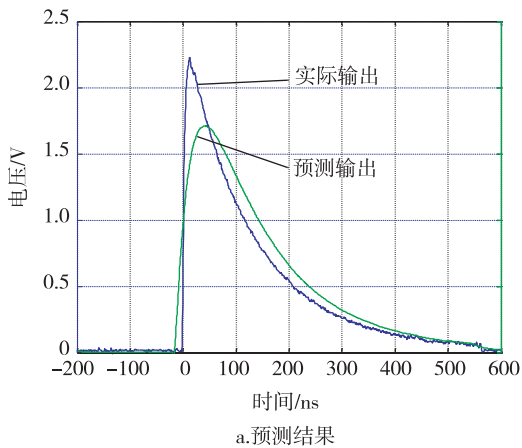


图 3 一阶差分方程预测与重构结果

Fig. 3 First-order difference equation prediction (a) and reconstruction (b) results

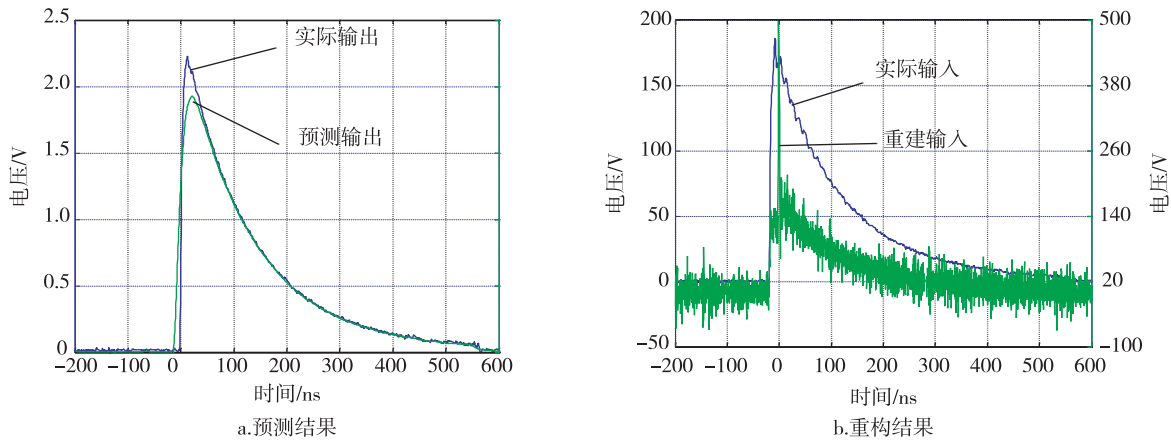


图4 三阶差分方程的预测与重构结果

Fig. 4 Third-order difference equation prediction (a) and reconstruction (b) results

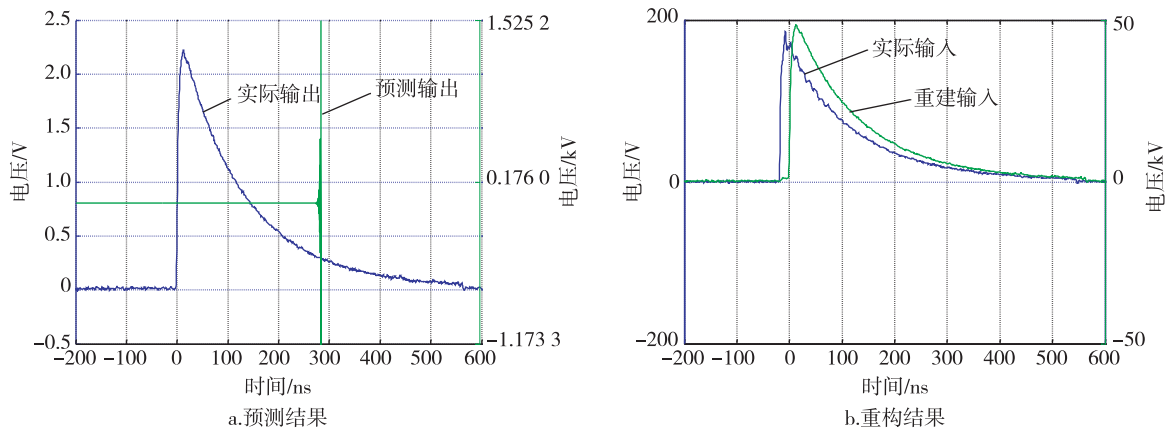


图5 五阶差分方程的预测与重建结果

Fig. 5 Fifth-order difference equation prediction (a) and reconstruction (b) results

各图可以发现重构波形与实际输入波形的吻合度较低,波形普遍出现失真或发散的情况,这是因为在重构信号时 b_0 位于分母上,而各阶差分方程的 b_0 值都很小,导致测量过程中微小的误差都被放大,在递推过程中逐渐形成一个病态问题.各阶差分方程的误差如表2所示.分析发现,随着阶数的递增,误差 $J(A)$ 不断减小,但是它总存在一个相对于前一个阶次误差下降很大,相对于后面的阶次误差变化较小的情况,那么该阶次即为系统的最佳阶次.分析图6中不同阶数的误差曲线发现,该测量系统最合适的阶次是三阶.

表2 各阶差分方程模型的误差

Table 2 Error of the difference equation models

误差	阶数					
	1	2	3	4	5	6
$J(A)$	0.281 9	0.093 7	0.087 9	0.087 6	0.087 1	0.078 0

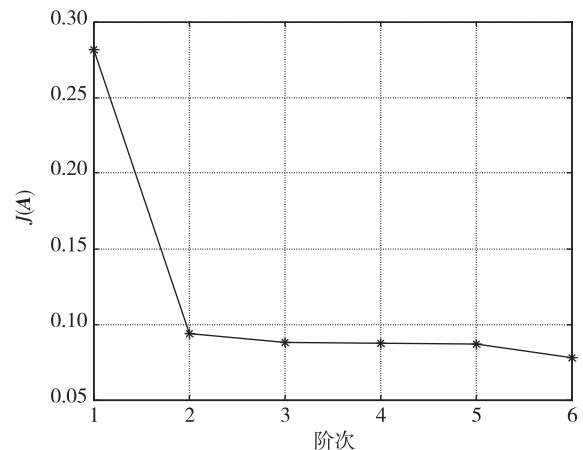


图6 各阶差分方程的误差曲线

Fig. 6 Error curve of difference equations for each order

2.2 基于卷积法的波形预测与重构

根据离散系统的卷积模型,可以得到系统的傅

里叶变换:

$$Y(\omega) = U(\omega)H(\omega). \quad (21)$$

通过式(21)的变换求取输入信号和输出信号的频域形式 $U(\omega)$ 和 $Y(\omega)$, 再对 $U(\omega)$ 和 $Y(\omega)$ 进行傅里叶反变换即可对波形进行预测和重构, 所以采用卷积法对信号进行预测和重构的关键是求出测量系统的冲击响应. 基于卷积法^[8]的波形预测和重构步骤如下:

1) 测量标准的方波信号, 得到方波输入 $l(k)$ 和响应 $g(k)$, 并分别作 FFT 变换, 得到 $l(\omega)$ 和 $G(\omega)$;

2) 根据 $G(\omega) = H(\omega)l(\omega)$ 得到测量系统的传递函数 $H(\omega)$;

3) 使用同一测量系统测量双指数脉冲信号, 得到实际输入序列 $u(k)$ 和实际输出 $y(k)$, 并作 FFT 变换得到 $U(\omega)$ 和 $Y(\omega)$;

4) 根据式(3), 由 $U(\omega)$ 得到预测输出信号的频域形式 $Y_1(\omega)$, 作 FFT 反变换, 得到预测输出信号的时域序列 $y_1(k)$;

5) 由 $Y(\omega)$ 得到预测输出信号的频域形式 $U_1(\omega)$, 作 FFT 反变换, 得到预测输出信号的时域序列 $u_1(k)$.

测量系统的传递函数如图 7 所示, 从该曲线上可以看出信号在某些频率处发生了反射, 这主要是由于测量系统内部的电感以及分布电容所引起的. 卷积法预测与重构信号的结果如图 8 所示, 观察图 8 发现, 卷积法预测和重构结果和实际波形很接近, 基本能重合.

2.3 预测与重构效果对比

差分方程法建立了整个测量系统的等效模型,

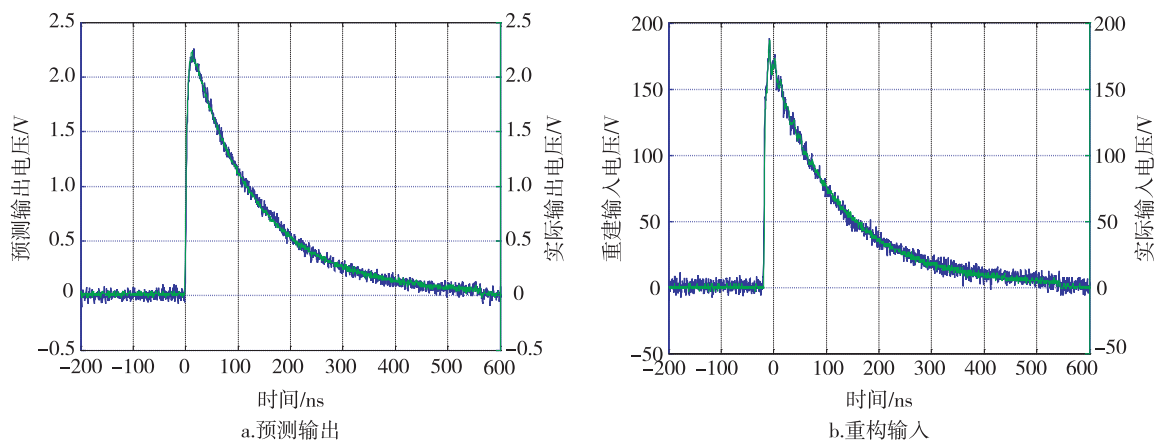


图 8 卷积法预测与重构结果

Fig. 8 Convolution prediction (a) and reconstruction (b) results

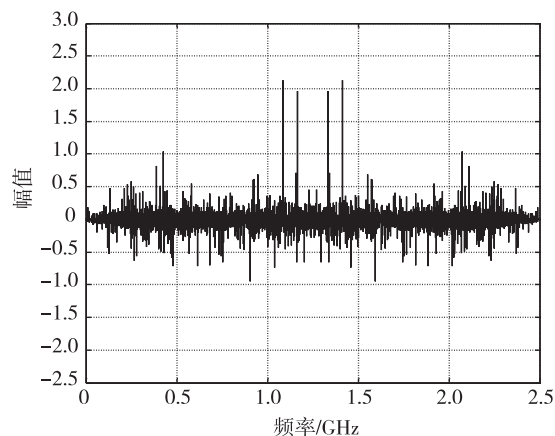


图 7 测量系统的传递函数频域

Fig. 7 Transfer function frequency domain of the measurement system

但是这个模型只考虑了外部特性, 而忽略了测量系统内部结构和干扰等因素带来的影响, 不能反映测量系统的内部特性, 所以这只是一比较理想的建模方法. 相比于差分方程模型, 卷积模型有很多优点^[9]: 首先, 在确定系统冲击响应时, 对系统所需要的先验知识比参数模型要少, 例如不存在系统阶次的确定问题; 其次, 这个模型可以在噪声存在下被很好地辨识出来.

分别对比差分方程法和卷积法的波形预测与重构效果. 图 9 和图 10 分别为两种方法的误差曲线, 纵坐标表示实际信号与处理信号的差值. 表 3 为两种方法的最大误差以及均方差数据结果. 分析表 3 可以发现, 对于纳秒级脉冲信号, 卷积法的波形预测和重构效果优于差分方程法.

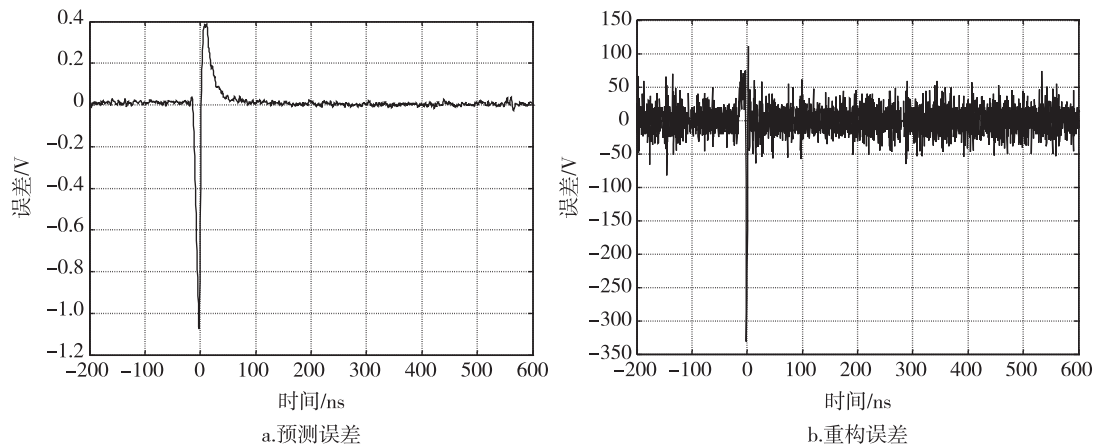


图9 三阶差分方程预测与重构结果的误差曲线

Fig. 9 Error curve of third-order difference equation prediction (a) and reconstruction (b) result

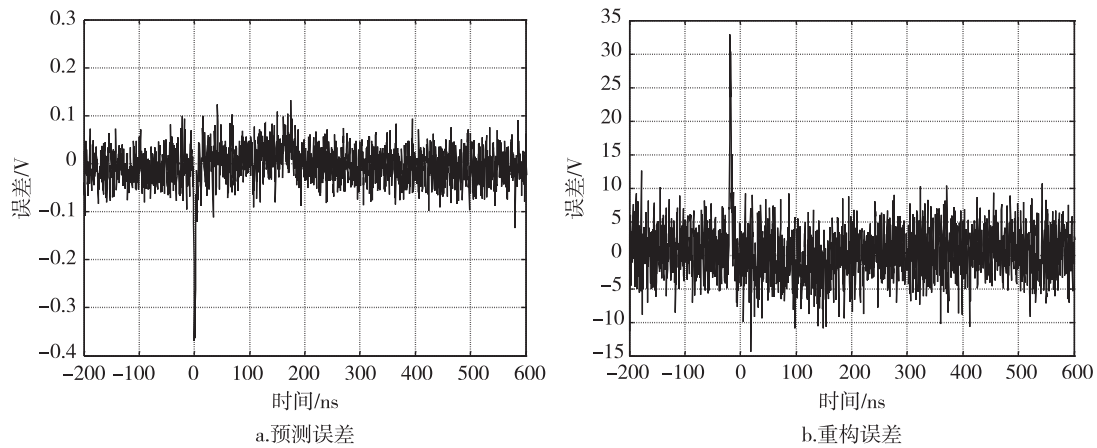


图10 卷积法预测与重构的误差曲线

Fig. 10 Error curve of convolution prediction (a) and reconstruction (b) results

表3 两种方法的预测与重构效果

Table 3 Error and mean square deviation of prediction and reconstruction results

	差分方程法	卷积法
最大预测误差	1.074 2	0.369 7
最大重构误差	331.501 8	32.918 9
预测均方差	0.068 1	0.036 2
重构均方差	22.587 1	3.541 5

3 结论

针对纳秒级脉冲信号测量中信号易失真的问题,本文分别通过差分方程法和卷积法对波形作预测与重构.差分方程法需要先对脉冲测量系统做特征参数辨识,再运用辨识的参数对信号做波形处理.分析不同阶数下的误差曲线发现,该测量系统的最佳阶数为三阶,卷积法比差分方程法更能反映测量系统的内部特征,而且不需要考虑阶次的问题.对比两种方法的波形处理结果发现,卷积模型比差分方程模型更适用于纳秒级脉冲信号的波形预测和重构.

佳阶数为三阶,卷积法比差分方程法更能反映测量系统的内部特征,而且不需要考虑阶次的问题.对比两种方法的波形处理结果发现,卷积模型比差分方程模型更适用于纳秒级脉冲信号的波形预测和重构.

参考文献

References

- [1] 韩旻,邹晓兵,张贵新.脉冲功率技术基础[M].北京:清华大学出版社,2010:147-176
HAN Min, ZOU Xiaobing, ZHANG Guixin. Pulse power technology foundation [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2010:147-176
- [2] El-Deeb W S, Hashmi M S, Boulejfen N, et al. Small-signal, complex distortion and waveform measurement system for multiport microwave devices[J]. IEEE Instrumentation & Measurement Magazine, 2011, 14(3):28-33

- [3] 黄立胜,王贞松,徐永建.用 SAR 原始数据对雷达脉冲信号失真的校正[J].电子与信息学报,2002,24(11):1641-1647
HUANG Lisheng, WANG Zhensong, XU Yongxin. The correction of chirp radar signals based on SAR raw data [J]. Journal of Electronics and Information Technology, 2002, 24(11):1641-1647
- [4] 邱景辉,高先周,索莹.电磁脉冲测量技术分析[J].电子测量技术,2009,32(2):156-158
QIU Jinghui, GAO Xianzhou, SUO Ying. Analysis of electromagnetic impulse measurement technology [J]. Electronic Measurement Technology, 2009, 32(2):156-158
- [5] 戴琼海,付长军,季向阳.压缩感知研究[J].计算机学报,2011,34(3):425-434
DAI Qionghai, FU Changjun, JI Xiangyang. Research on compressed sensing [J]. Chinese Journal of Computers, 2011, 34(3):425-434
- [6] 康华光,陈大钦.电子技术基础模拟部分[M].北京:高等教育出版社,1998:136-139
KANG Huaguang, CHEN Daqin. Fundamental simulation of electronic technology [M]. Beijing: Higher Education Press, 1998:136-139
- [7] 胡广书.数字信号处理[M].北京:清华大学出版社,1997:18-20
HU Guangshu. Digital signal processing [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1997:18-20
- [8] Ghamisi P, Chen Y, Zhu X X. A Self-improving convolution neural network for the classification of hyperspectral data [J]. IEEE Geoscience & Remote Sensing Letters, 2016, 13(10):1537-1541
- [9] 夏天长,熊光楞,李芳芸.系统辨识最小二乘法[M].北京:清华大学出版社,1983:42-49
XIA Tianchang, XIONG Guangleng, LI Fangyun. System identification least squares method [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1983:42-49

Waveform prediction and reconstruction of nanosecond pulse signal

HU Jingsen¹ CHEN Weifeng² HUANG Feng²

¹ China Electronics Standardization Institute, Beijing 100007

² School of Information & Control, Nanjing University of Information Science & Technology, Nanjing 210044

Abstract The main problem in nanosecond pulse signal measurement is narrow bandwidth and distorted waveform. Based on the square wave calibration data of the measurement system, a difference equation model and a convolution model of the measurement system are established, which are used in the actual test of the double exponential pulse waveform prediction and reconstruction for signal processing. Model results show that the convolution model is more suitable than differential equation model in the nanosecond pulse waveform prediction and reconstruction.

Key words pulse; signal processing; differential equation; convolution