

房肖¹ 马旭² 付俊杰¹ 刘照辉¹ 王晓玲³

具有非合作连边的一般线性多智能体系统包含控制研究

摘要

本文研究了通信拓扑中具有非合作连边的一般线性多智能体系统的包含控制问题.系统中允许多个领导者的存在,这些领导者的状态可以通过它们与邻居领导者进行交互而动态地变化.采用最近邻居规则设计分布式控制协议,利用线性矩阵不等式技术和线性系统控制理论证明了跟随者的状态轨迹最终收敛到由领导者的状态轨迹及领导者相反轨迹生成的凸包中,成功解决了符号图上线性多智能体系统的包含控制问题.仿真结果验证了结论的正确性.

关键词

多智能体系统;非合作连边;有向通信拓扑;包含控制

中图分类号 O231;TP13

文献标志码 A

收稿日期 2018-05-24

资助项目 国家自然科学基金(61703094)

作者简介

房肖,女,硕士生,研究方向为复杂系统与复杂网络.fx_ysu@163.com

付俊杰(通信作者),男,博士,副研究员,研究方向为多智能体协同控制.fujunjie89@gmail.com

0 引言

多智能体系统协同控制因其在航天器编队飞行、传感器网络、智能电网调度与控制、协同监视等方面的潜在应用^[1-3],受到了各界的广泛关注.直观来讲,多智能体系统由一定数量的自主个体组成,通过某种信息传递的方式在环境中进行交互,在集体层面上呈现出有序的协同运动和行为.这些行为可以使群体系统实现一定的复杂功能,表现出明确的集体“意向”或“目的”.在多智能体系统协同控制领域,一致性问题是一个重要的基本问题.所谓一致性指的是通过设计分布式控制器使多个智能体就某种状态达成一致.针对多智能体系统的协调一致性,已有文献根据最近邻居规则设计了许多分布式控制算法.在分布式控制器的控制下,当多智能体系统中只存在合作的交互时,所有的智能体达成传统的一致;当多智能体系统中合作交互和非合作交互共存时,系统达成二分一致^[4-6].

当系统中存在多个领导者智能体时,就出现了所谓的包含控制.包含控制是指系统中的所有跟随者能够进入并保持由所有领导者所组成的闭包内.包含控制有许多潜在的应用,例如,一组自主车辆(指定为领导者)配备必要的传感器来检测障碍物,可用于安全地操纵另一组自主车辆(命名为跟随者)从一个目标运动到另一个目标,以确保跟随者都包含在由领导者形成的安全移动区域内.现有的研究表明:当智能体间只存在合作的交互时,跟随者的状态最终收敛到由领导者状态形成的凸包中^[7-9].而在实际生活中,还可能非合作的交互,比如在社会网络中,人与人之间存在信任或不信任、友好或不友好的关系;在基因或蛋白质的调控系统中,基因与基因之间、蛋白质与蛋白质之间,可能是激活的关系,也可能是抑制的关系.这里提到的社交网络中人与人之间的不信任、不友好,基因或蛋白质调控网络中的抑制作用,都是非合作的交互.符号图正是用来表征这种既存在合作交互,又存在非合作交互的系统中的信息交互关系的特殊的图.

因此,有学者研究了符号图上的二分包含追踪问题^[10],并对传统领导者的概念进行了扩展.其中,领导者与其他邻居领导者可以进行信息交互进而动态地变化,这里智能体的动力学是单积分器型的.但

1 东南大学 数学学院,南京,210096

2 燕山大学 理学院,秦皇岛,066004

3 南京邮电大学 自动化学院,南京,210023

有时智能体动态可能为高阶,比如车辆有速度、方向等状态,这时就需要考虑具有一般线性动力学的多智能体系统.近年来,一般线性多智能体系统的协同控制问题受到人们的广泛关注^[11-12].

在此基础上,本文研究了符号图上具有一般线性动力学的多智能体系统,通过设计分布式控制器使跟随者的状态轨迹收敛到由领导者状态轨迹及其相反轨迹生成的凸包中.

1 预备知识

多智能体系统的通信网络可以用有向图或无向图来建模,其中每个智能体用一个节点表示,智能体间的交互用边表示.定义图 $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E})$, 其中节点集 $\mathcal{V} = \{v_1, v_2, \dots, v_N\}$, 边集 $\mathcal{E} \subset \mathcal{V} \times \mathcal{V}$, $\mathbf{A} = [a_{ij}] \in \mathbf{R}^{N \times N}$ 是相应的邻接矩阵, a_{ij} 是矩阵 \mathbf{A} 的 (i, j) 项, $a_{ij} \neq 0$ 当且仅当 $(v_j, v_i) \in \mathcal{E}$, 表示节点 v_i 可以收到来自 v_j 的信息, 也称 v_j 是 v_i 的一个邻居. 集合 N_{v_i} 表示节点 v_i 的邻居节点, 即 $N_{v_i} = \{v_j \mid (v_j, v_i) \in \mathcal{E}\}$. 集合 N_i 用来表示 v_i 的所有邻居智能体的索引, 即 $N_i = \{j \mid (v_j, v_i) \in \mathcal{E}\}$. 我们假设图中没有自环, 也就是说, $(v_i, v_i) \notin \mathcal{E}$, $\forall i = 1, 2, \dots, N$. 如果 $a_{ji} = a_{ij} \forall i$, 即节点间的交互是相互的, 则称该图为无向图, 否则它是有向图. 定义 $\mathcal{G}(\mathbf{A})$ 是一个邻接矩阵为 \mathbf{A} 的图. 如果 $a_{ij} \geq 0 \forall i, j$, 则 $\mathcal{G}(\mathbf{A})$ 称为非负图, 否则, $\mathcal{G}(\mathbf{A})$ 称为符号图. 有向图 $\mathcal{G}(\mathbf{A})$ 是强连通的, 如果对于任意有序节点对 $v_i, v_j \in \mathcal{V}$, 都存在有向路径使 v_i 和 v_j 是连通的, 即 $(v_i, v_{i_1}), (v_{i_1}, v_{i_2}), \dots, (v_{i_{k-1}}, v_j) \in \mathcal{E}$. 对于两个有向图, $\mathcal{G}_1 = (\mathcal{V}_1, \mathcal{E}_1)$ 和 $\mathcal{G}_2 = (\mathcal{V}_2, \mathcal{E}_2)$, \mathcal{G}_1 称为 \mathcal{G}_2 的子图, 如果 $\mathcal{V}_1 \subseteq \mathcal{V}_2$ 和 $\mathcal{E}_1 \subseteq \mathcal{E}_2$. 考虑图 \mathcal{G} 的任意子图 $\mathcal{G}_s = (\mathcal{V}_s, \mathcal{E}_s)$, 我们扩展 \mathcal{G} 的节点 v_i 的邻居集合 N_{v_i} 的概念, 定义子图 \mathcal{G}_s 的邻居集合 $N_{\mathcal{G}_s}$:

$$N_{\mathcal{G}_s} = \{v_j \mid (v_j, v_i) \in \mathcal{E}, \forall v_i \in \mathcal{V}_s, \forall v_j \in \mathcal{V} \setminus \mathcal{V}_s\},$$

这里 $\mathcal{V} \setminus \mathcal{V}_s = \{v_j \mid v_j \in \mathcal{V}, v_j \notin \mathcal{V}_s\}$.

定义符号图的拉普拉斯矩阵 $\mathbf{L}_s = [l_{ij}] \in \mathbf{R}^{N \times N}$, 满足 $L_{ii} = \sum_{j \neq i} |a_{ij}|$, $l_{ij} = -a_{ij}$, $\forall i \neq j$. 根据 Gerschgorin 圆盘定理, \mathbf{L}_s 的所有非零特征值都有正实部.

定义 1 一个符号有向图称为是结构平衡的, 如果该图的节点集可以划分成两个相连的子集 \mathcal{V}_1 和 \mathcal{V}_2 , 满足 $\mathcal{V}_1 \cup \mathcal{V}_2 = \mathcal{V}$ 和 $\mathcal{V}_1 \cap \mathcal{V}_2 = \emptyset$, 使得对于在同一个子集中的任意两个节点 v_i, v_j 有 $a_{ij} \geq 0$; 对于存在于不同子集的两个节点 v_i, v_j , 有 $a_{ij} \leq 0$. 如果一个图不是结构平衡的, 则称它是结构不平衡的.

定义 2 对于符号有向图 \mathcal{G} , 节点 v_i 称为领导

者, 如果它被包含在 \mathcal{G} 的某些没有邻居的强连通子图 \mathcal{G}_s 中, 即 $N_{\mathcal{G}_s} = \emptyset$; 否则, 节点 v_i 称为跟随者.

2 模型描述

对于由 N 个智能体组成的一般连续时间线性多智能体系统:

$$\dot{x}_i = Ax_i + Bu_i, \quad i = 1, \dots, N, \quad (1)$$

考虑系统中具有多个领导者的情况, 并且智能体间的通信网络对应于符号有向图 $\mathcal{G}(\mathbf{A})$. 假设有 $M (M < N)$ 个领导者, $N - M$ 个跟随者. 不失一般性, 设领导者的索引为 $1, 2, \dots, M$, 跟随者的索引为 $M + 1, \dots, N$. 分别用 $L = \{1, \dots, M\}$ 和 $F = \{M + 1, \dots, N\}$ 表示领导者索引集和跟随者索引集. 领导者只能收到来自其邻居领导者的信息, 而不能收到来自跟随者的信息; 跟随者既可以收到来自领导者的信息, 也可以收到来自其他跟随者的信息.

假设 1 假设对于每个跟随者, 存在至少一个领导者, 使得该领导者有到此跟随者的有向路径.

假设领导者所在的强连通子图的个数为 k , 因为领导者收不到来自跟随者的信息, 所以拉普拉斯矩阵 \mathbf{L}_s 写成分块矩阵的形式为

$$\mathbf{L}_s = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_1 & \mathbf{0}_{M \times (N-M)} \\ \mathbf{L}_2 & \mathbf{L}_3 \end{bmatrix},$$

其中 $\mathbf{L}_1 = \text{diag}(\mathbf{L}_{11}, \mathbf{L}_{12}, \dots, \mathbf{L}_{1k}) \in \mathbf{R}^{M \times M}$, $\mathbf{L}_{1i} (i = 1, \dots, k)$ 是领导者所在的第 i 个强连通子图的拉普拉斯矩阵, $\mathbf{L}_2 = [\mathbf{L}_{21}, \mathbf{L}_{22}, \dots, \mathbf{L}_{2k}] \in \mathbf{R}^{(N-M) \times M}$, $\mathbf{L}_3 \in \mathbf{R}^{(N-M) \times (N-M)}$. 则在假设 1 下, 根据 Gerschgorin 圆盘定理有 \mathbf{L}_3 的所有特征值都有正的实部. 因此 \mathbf{L}_3 是可逆矩阵.

引理 1 在假设 1 下, $-\mathbf{L}_3^{-1}\mathbf{L}_2$ 的每行元素的绝对值之和都小于等于 1.

证明 根据 [10, Lemma 6] 我们知道, 在假设 1 下, 令 $\boldsymbol{\zeta}_i = [\zeta_{i,1}, \zeta_{i,2}, \dots, \zeta_{i,N-M}]^T$ 定义为 $\boldsymbol{\zeta}_i = -\mathbf{L}_3^{-1}\mathbf{L}_{2i}\mathbf{D}_i\mathbf{1}_{m_i}$, $1 \leq i \leq k$, 其中 $\mathbf{D}_i \in \mathbf{R}^{m_i \times m_i}$ 是对角元素属于 $\{\pm 1\}$ 的对角矩阵, 则对所有的 $j (1 \leq j \leq N - M)$ 都有 $\sum_{i=1}^k |\zeta_{i,j}| \leq 1$.

以 $-\mathbf{L}_3^{-1}\mathbf{L}_2$ 的第一行为例, 我们证明 $-\mathbf{L}_3^{-1}\mathbf{L}_2$ 的第一行元素的绝对值之和小于等于 1.

令 $\mathbf{Q} = [\mathbf{Q}_1 \quad \mathbf{Q}_2 \quad \dots \quad \mathbf{Q}_k] = -\mathbf{L}_3^{-1}\mathbf{L}_2$, 其中 $\mathbf{Q}_i = [q_{ij}] = -\mathbf{L}_3^{-1}\mathbf{L}_{2i}$, $i = 1, \dots, k$, 令 $\bar{\mathbf{Q}}_i = [\bar{q}_{ij}] = -\mathbf{L}_3^{-1}\mathbf{L}_{2i}\mathbf{D}_i$, $\boldsymbol{\zeta}_i = -\mathbf{L}_3^{-1}\mathbf{L}_{2i}\mathbf{D}_i\mathbf{1}_{m_i}$, $1 \leq i \leq k$, 其中 $\mathbf{D}_i \in \mathbf{R}^{m_i \times m_i}$ 是对角元素属于 $\{\pm 1\}$ 的对角矩阵, 使得 $\bar{q}_{ij} =$

$|q_{ij}|, j=1, \dots, m_i$, 则有 $\sum_{i=1}^k |\zeta_{i,1}| \leq 1$, 其中 $|\zeta_{i,1}| = \sum_{j=1}^{m_i} |q_{ij}|$, 即 $Q = -L_3^{-1}L_2$ 的第一行元素的绝对值之和小于等于 1. 同理, 可以证明, $-L_3^{-1}L_2$ 的每行元素的绝对值之和都小于等于 1.

证毕.

特别地, 当 $\mathcal{G}(A)$ 为非负图时, $-L_3^{-1}L_2$ 是非负矩阵, 且每行元素之和都等于 1.

3 分布式控制协议下的包含控制

考虑具有非合作连边的线性多智能体系统(1), 根据最近邻居规则, 即每个智能体只与其邻居智能体进行信息交互, 设计如下分布式控制协议:

$$u_i = cK \sum_{j \in N_i} (|a_{ij}| x_i - a_{ij} x_j), \quad i \in 1, \dots, N, \quad (2)$$

其中

1) $c > 0$ 是一个标量控制增益, 满足:

$$c \geq \frac{1}{\min_{i \in I} \{\operatorname{Re}(\lambda_i)\}}, \quad (3)$$

这里 $\operatorname{Re}(\lambda_i)$ 表示符号有向图 $\mathcal{G}(A)$ 的拉普拉斯矩阵 L_s 的第 i 个特征值的实部, 其中 $I = \{i | \operatorname{Re}(\lambda_i) > 0, i \in \{1, \dots, N\}\}$. 注意, L_s 的所有非零特征值都有正实部.

2) K 是矩阵控制增益, 选择

$$K = -B^T P^{-1}, \quad (4)$$

其中 P 是线性矩阵不等式(LMI)

$$AP + PA^T - 2BB^T < 0 \quad (5)$$

的对称正定解.

引理 2 考虑符号有向图 $\mathcal{G}(A)$ 上的线性多智能体系统(1), 在分布式控制协议(2)–(4)的控制下, 强连通子图中的领导者满足下列的结论:

1) 如果领导者所在强连通子图是结构平衡的, 则子图中的领导者达成二分一致, 即 $\lim_{t \rightarrow \infty} x_i(t) = x^*(t), i \in p, \lim_{t \rightarrow \infty} x_i(t) = -x^*(t), \forall i \in q$, 其中 $p \cup q$ 是该强连通子图中所有领导者的索引集合, 且 $p \cap q = \emptyset$.

2) 如果领导者所在的强连通子图是结构不平衡的, 则子图中的领导者达成平凡一致, 即 $\lim_{t \rightarrow \infty} x_i(t) = 0, i$ 是该子图中任意领导者的索引.

证明过程见参考文献[4-5].

根据引理 2 的结论很容易得到以下推论:

推论 1 如果符号有向图 \mathcal{G} 是强连通的, 那么不

论它是结构平衡的还是结构不平衡的, 系统(1)都有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (|a_{ij}| x_i(t) - a_{ij} x_j(t)) = 0, \quad \forall i, j$$

和

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (L_s \otimes I_n) x(t) = 0,$$

其中 L_s 是 \mathcal{G} 的拉普拉斯矩阵.

定理 1 考虑符号有向图 $\mathcal{G}(A)$ 上的线性多智能体系统(1), 在假设 1 下, 通过设计分布式控制协议(2)–(4), 能够得到跟随者与领导者的关系式, 满足:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x_f = (-L_3^{-1}L_2 \otimes I_n) x_l,$$

其中 $x_l = [x_1^T, \dots, x_M^T]^T$ 表示领导者, $x_f = [x_{M+1}^T, \dots, x_N^T]^T$ 表示跟随者, 并且可以证明跟随者的状态轨迹最终收敛到由领导者轨迹和领导者相反轨迹形成的凸包中.

证明 多智能体系统写成矩阵的形式为

$$\dot{x}_l = (I_M \otimes A + cL_1 \otimes BK) x_l,$$

$$\dot{x}_f = (I_{N-M} \otimes A + cL_3 \otimes BK) x_f + (cL_2 \otimes BK) x_l, \quad (6)$$

其中 $x_l = [x_1^T, \dots, x_M^T]^T, x_f = [x_{M+1}^T, \dots, x_N^T]^T$.

令 $\xi_i = \sum_{j \in F \cup L} (|a_{ij}| x_i - a_{ij} x_j), i \in F$, 且 $\xi = [\xi_1^T, \dots, \xi_{N-M}^T]^T$. 则有

$$\xi = (L_2 \otimes I_n) x_l + (L_3 \otimes I_n) x_f. \quad (7)$$

结合式(6), 对 ξ 求导数, 有

$$\begin{aligned} \dot{\xi} &= (L_2 \otimes I_n) \dot{x}_l + (L_3 \otimes I_n) \dot{x}_f = \\ &= (L_2 \otimes I_n) (I_M \otimes A + cL_1 \otimes BK) x_l + (L_3 \otimes I_n) \cdot \\ &= (I_{N-M} \otimes A + cL_3 \otimes BK) x_f + (L_3 \otimes I_n) (cL_2 \otimes BK) x_l = \\ &= (L_3 \otimes A + cL_3^2 \otimes BK) x_f + \\ &= (L_2 \otimes A + cL_2 L_1 \otimes BK + cL_3 L_2 \otimes BK) x_l. \end{aligned} \quad (8)$$

由于 L_3 的所有特征值都有正实部, 所以 L_3 是可逆矩阵, 因此由式(7)可推出

$$x_f = (L_3^{-1} \otimes I_n) \xi - (L_3^{-1} L_2 \otimes I_n) x_l. \quad (9)$$

将式(9)代入式(8)得

$$\begin{aligned} \dot{\xi} &= (L_3 \otimes A + cL_3^2 \otimes BK) [(L_3^{-1} \otimes I_n) \xi - (L_3^{-1} L_2 \otimes I_n) x_l] + \\ &= (L_2 \otimes A + cL_2 L_1 \otimes BK + cL_3 L_2 \otimes BK) x_l = \\ &= (I_{N-M} \otimes A + cL_3 \otimes BK) \xi + (cL_2 L_1 \otimes BK) x_l. \end{aligned} \quad (10)$$

下面证明矩阵 $I_{N-M} \otimes A + cL_3 \otimes BK$ 是 Hurwitz 稳定的.

存在酉矩阵 $U \in \mathbf{C}^{(N-M) \times (N-M)}$ 使得

$$(U^H \otimes I_n) (I_{N-M} \otimes A + cL_3 \otimes BK) (U \otimes I_n) = I_{N-M} \otimes A + cA \otimes BK$$

是对角元素为 $A + c\lambda_i BK$ 的分块上三角矩阵. 其中 A

是上三角矩阵,对角元素 $\lambda_i (i = 1, \dots, N - M)$ 是矩阵 L_3 的所有特征值.

存在对称正定矩阵 P 满足:

$$\begin{aligned} (A + c\lambda_i BK)P + P(A + c\lambda_i BK)^H = \\ AP + PA^T - 2c\text{Re}(\lambda_i)BB^T \leq \\ AP + PA^T - 2BB^T < 0, \end{aligned} \quad (11)$$

所以 $A + c\lambda_i BK (i = 1, \dots, N - M)$ 是 Hurwitz 稳定的. 故 $I_{N-M} \otimes A + cL_3 \otimes BK$ 是 Hurwitz 稳定的.

根据推论 1 可知:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (L_1 \otimes I_n) \mathbf{x}_t = \lim_{t \rightarrow \infty} \text{diag}(L_{11}, L_{12}, \dots, L_{1k}) \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{11} \\ \mathbf{x}_{12} \\ \vdots \\ \mathbf{x}_{1k} \end{bmatrix} =$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^k L_{1i} \mathbf{x}_{1i} = 0,$$

因此

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (cL_2 L_1 \otimes BK) \mathbf{x}_t = (cL_2 \otimes BK) (L_1 \otimes I_n) \mathbf{x}_t = 0.$$

又因为 $I_{N-M} \otimes A + cL_3 \otimes BK$ 是 Hurwitz 稳定的, 所以 $\lim_{t \rightarrow \infty} \xi = 0$, 即:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{x}_f = (-L_3^{-1} L_2 \otimes I_n) \mathbf{x}_t. \quad (12)$$

根据引理 1, 我们知道 $-L_3^{-1} L_2$ 的每行元素的绝对值之和小于等于 1, 所以跟随者的状态轨迹收敛到由领导者的状态轨迹及其领导者相反状态轨迹生成的凸包中.

证毕.

4 仿真与分析

考虑如图 1 所示的符号有向图 $\mathcal{G}(A)$, 智能体间合作的交互用正的加权边表示, 非合作的交互用负的加权边表示. 其中节点 $v_i (i = 1, \dots, 7)$ 是领导者, 这里存在三个领导者组: $\{v_1\}$, $\{v_2, v_3, v_4\}$ 和 $\{v_5, v_6,$

$v_7\}$, 它们分别对应一个没有邻居的强连通分支. 根据结构平衡的定义可知, $\{v_2, v_3, v_4\}$ 对应的强连通分支是结构平衡的, $\{v_5, v_6, v_7\}$ 是结构不平衡的.

选取系统矩阵 A 和 B 分别为

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -4 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & -3 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

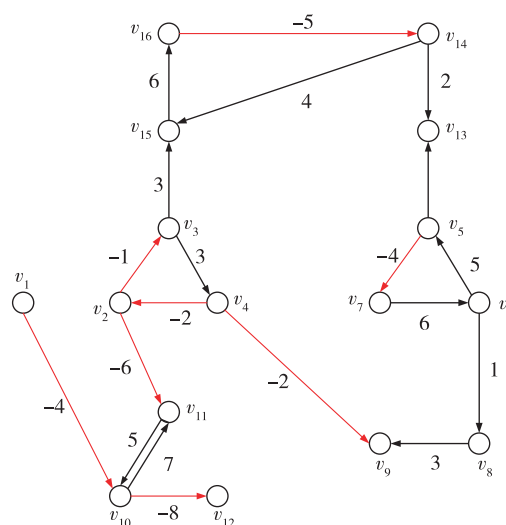


图 1 通信拓扑网络的符号有向图
Fig. 1 The signed directed graph of communication topology network

仿真结果如图 2 所示. 从图 2c 可以看出, 随着时间的增大, 跟随者的状态分量的绝对值小于领导者的对应状态分量的绝对值的最大值.

5 结束语

本文针对具有非合作连边和多个领导者的一般

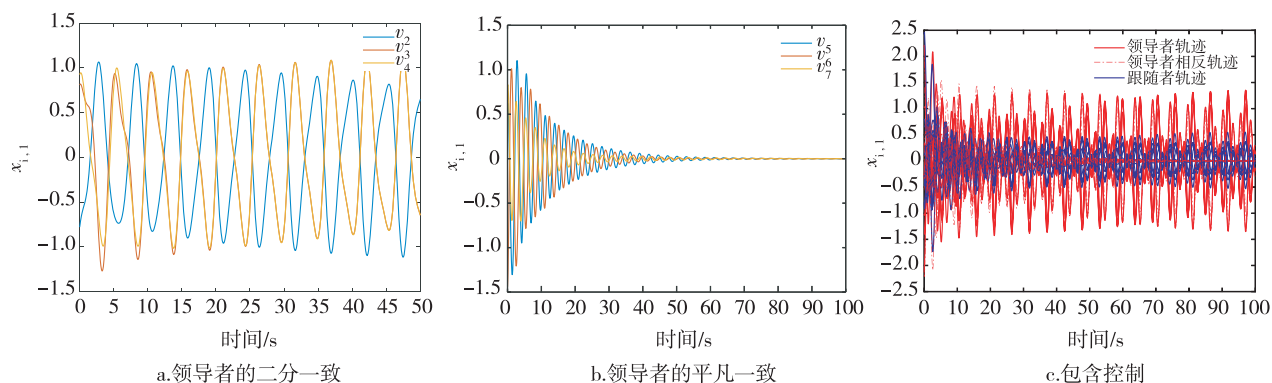


图 2 仿真结果

Fig. 2 Simulation result

线性多智能体系统,研究了其包含控制问题.通过设计分布式控制协议,分别得到了跟随者与领导者的动力学演化方程.利用线性矩阵不等式方式证明了跟随者的状态轨迹最终收敛到由领导者的状态轨迹和领导者相反轨迹生成的凸包中.由于本文中每一个智能体均假设具有精确的标准模型,未来会考虑将本文结果推广到具有非合作连边和不确定性的一般线性多智能体系统的包含控制中,并考虑其工程应用.

参考文献

References

- [1] Olfati-Saber R, Fax J A, Murray R M. Consensus and cooperation in networked multi-agent systems [J]. Proceedings of the IEEE, 2007, 95(1) : 215-233
- [2] Ren W, Beard R W, Atkins E M. Information consensus in multivehicle cooperative control [J]. IEEE Control Systems, 2007, 27(2) : 71-82
- [3] Wen G H, Hu G Q, Hu J Q, et al. Frequency regulation of source-grid-load systems: a compound control strategy [J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2016, 12(1) : 69-78
- [4] Zhang H W, Chen J. Bipartite consensus of multi-agent systems over signed graphs: state feedback and output feedback control approaches [J]. International Journal of Robust & Nonlinear Control, 2017, 27(1) : 3-14
- [5] Zhang H W, Chen J. Bipartite consensus of general linear multi-agent systems [C] // IEEE American Control Conference, 2014: 808-812
- [6] Wen G H, Wang H, Yu X H, et al. Bipartite tracking consensus of linear multi-agent systems with a dynamic leader [J]. IEEE Transactions on Circuits & Systems II: Express Briefs, 2017, 99: 1-1
- [7] Li Z K, Ren W, Liu X D, et al. Distributed containment control of multi-agent systems with general linear dynamics in the presence of multiple leaders [J]. International Journal of Robust & Nonlinear Control, 2013, 23(5) : 534-547
- [8] Li Z K, Duan Z S, Ren W, et al. Containment control of linear multi-agent systems with multiple leaders of bounded inputs using distributed continuous controllers [J]. International Journal of Robust & Nonlinear Control, 2013, 25(13) : 2101-2121
- [9] Liu H Y, Xie G M, Wang L. Containment of linear multi-agent systems under general interaction topologies [J]. Systems & Control Letters, 2012, 61(4) : 528-534
- [10] Meng D Y. Bipartite containment tracking of signed networks [J]. Automatica, 2017, 79: 282-289
- [11] Li Z, Liu X, Lin P, et al. Consensus of linear multi-agent systems with reduced-order observer-based protocols [J]. Systems & Control Letters, 2011, 60(7) : 510-516
- [12] Wen G H, Zhang H T, Yu W W, et al. Coordination tracking of multi-agent dynamical systems with general linear node dynamics [J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2017, 27(9) : 1526-1546

Containment control of general linear multi-agent systems with non-cooperative edges

FANG Xiao¹ MA Xu² FU Junjie¹ LIU Zhaohui¹ WANG Xiaoling³

1 School of Mathematics, Southeast University, Nanjing 210096

2 School of Science, Yanshan University, Qinhuangdao 066004

3 School of Automation, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210023

Abstract This paper considers the containment control problem for general linear multi-agent systems which have communication topologies with non-cooperative edges. It admits multiple leaders which are dynamically changing via interactions between themselves and the neighboring leaders. A distributed control protocol is designed with the nearest neighbor rule. By using the linear matrix inequality technique and the linear system control theory, it is shown that the followers' state trajectories can converge to the convex hull formed by each leader's trajectory as well as its symmetric trajectory, and the containment control problem for linear multi-agent system over signed graph can be achieved. Simulation results are performed to verify the correctness of the conclusion.

Key words multi-agent system; non-cooperative edge; directed communication topology; containment control