



基于采样分布式估计器的多无人艇轨迹跟踪控制

摘要

提出了一种级联控制算法解决多无人艇(USVs)系统的分布式轨迹跟踪问题.这种控制算法可以分为两层:第一层是基于采样信息的分布式估计器,主要用于估计领航者的期望轨迹;第二层是每个无人艇的本地控制器,主要是结合滑模控制与神经网络径向基函数,在系统具有欠驱动、参数不确定性和扰动等因素的情况下,使其状态跟踪期望轨迹的本地估计值.为了求解上述跟踪控制问题,基于李雅普诺夫理论与级联系统理论,推导得到了所有无人艇位置状态收敛到期望轨迹的充分条件,并通过仿真结果验证了所提出控制方法的有效性与正确性.

关键词

无人艇;滑模控制;径向基函数;欠驱动;一致性

中图分类号 TP273;TP24

文献标志码 A

收稿日期 2018-05-08

资助项目 国家自然科学基金(61673303,61703374)

作者简介

刘智伟(通信作者),男,博士,副教授,研究方向为多智能体系统.zwliu@sina.com

¹ 华中科技大学 自动化学院,武汉,430074

² 中国地质大学 机械与电子信息学院,武汉,430074

0 引言

近年来,随着海洋资源的勘探与开发,海洋资源的合理利用与保护日益受到人们的关注.由于无人艇在海洋科学研究和海洋保护等方面的巨大潜力,对无人艇的研究已经成为学术界与工业界广泛关注的热点.然而由于无人艇的欠驱动特性,其控制问题非常复杂,难以采用传统的针对全驱动系统的控制方法.针对单个欠驱动无人艇的控制设计问题,过去几十年科技工作者给出了很多不同的控制方法,比如反步控制^[1-3]、动态面控制^[4]、行为控制^[5]、模型预测控制^[6]、滑模控制^[7-8]、李雅普诺夫直接法^[9]等.

然而在现实生活应用中,复杂的任务通常是由多个机器人协作完成的,比如京东货物搬运机器人、交通灯、多指灵巧手等.其主要原因是,多个机器人协同作业能够显著提升工作效率和复杂任务的作业能力.本文研究的多无人艇巡逻控制问题,对海洋资源监测和环境保护有着重要作用.在上述问题中,无人艇的协同工作通常包含一个通信网络,使其可以进行信息交互,进而在此基础上进行巡逻控制.

具体来讲,本文考虑多无人艇协同巡逻的任务特征和实际应用需求,将其抽象为多无人艇协同一致跟踪控制这一理论问题,并提出级联的分层控制设计方法(包括协调层和控制层).在协调层中,设计了一种新的分布式控制估计器来估计领航者的位置和速度信息,然后根据估计信息,得到每个无人艇的期望参考轨迹.协调层的目的是使用分布式算法来使每个无人艇获取所需的参考位置,这可以减少通信负载,提高多无人艇系统的鲁棒性.在控制层中,考虑了无人艇内部参数不确定性和环境扰动,利用滑模控制和径向基函数相结合的方法设计控制输入,基于李亚普诺夫理论,保证了系统的稳定性.最后,通过将两层一起分析,证明了多无人艇分布式级联系统可以按照理想的形状运动.

1 问题方程和预备知识

1.1 无人艇动力学模型

具有三个自由度、两个控制输入的欠驱动无人艇的模型如下:

$$\begin{aligned} \dot{\eta}_i &= J(\psi_i) v_i, \\ M_i \dot{v}_i + C_i(v_i) v_i + D_i(v_i) v_i &= \tau_i + \tau_{\omega i}. \end{aligned} \quad (1)$$

其中:

$$\mathbf{J}(\psi_i) = \begin{bmatrix} \cos(\psi_i) & -\sin(\psi_i) & 0 \\ \sin(\psi_i) & \cos(\psi_i) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{M}_i = \text{diag}\{m_{1i}, m_{2i}, m_{3i}\},$$

$$\mathbf{C}(\mathbf{v}_i) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -m_{2i}v_i \\ 0 & 0 & m_{1i}u_i \\ m_{2i}v_i & -m_{1i}u_i & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{D}_i(\mathbf{v}_i) = \text{diag}\{d_{1i}, d_{2i}, d_{3i}\},$$

$\boldsymbol{\eta}_i = [x_i, y_i, \psi_i]^T$ 表示第 i ($i = 1, 2, 3, \dots, n$) 个无人艇在大地坐标系中的位置和航向角, $\mathbf{v}_i = [u_i, v_i, r_i]$ 分别表示第 i 个无人艇在大地坐标系中的纵向速度、横向速度和角速度, $\mathbf{J}(\psi_i)$ 是坐标系转换矩阵, \mathbf{M}_i 是系统内部矩阵, $\mathbf{C}(\mathbf{v}_i)$ 是 Centripetal-Coriolis 矩阵, $\mathbf{D}_i(\mathbf{v}_i)$ 是阻尼矩阵. $\boldsymbol{\tau}_i = [\tau_{ui}, 0, \tau_{ri}]$ 是第 i 个无人艇的控制输入, $\boldsymbol{\tau}_{wi} = [\tau_{wui}, \tau_{wvi}, \tau_{wri}]$ 为来自环境和无人艇内部的干扰.

1.2 代数图论的概念

用有向图 $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E}, \mathcal{A})$ 来描述多无人艇网络的通信系统, 其中 $\mathcal{V} = \{1, 2, \dots, n\}$ 表示节点集合, $\mathcal{E} \subseteq \mathcal{V} \times \mathcal{V}$ 表示边集合, $\mathcal{A} = [a_{ij}]_{n \times n}$ 表示加权邻接矩阵, 图 \mathcal{G} 中的边由 $\{j, i\} \in \mathcal{E}$ 表示, 这意味着第 i 个无人艇能够直接获得第 j 个无人艇的信息. $\forall i, j \in \mathcal{V}$, 如果 $\{j, i\} \in \mathcal{E}$, 那么 $a_{ij} > 0$, 否则 $a_{ij} = 0$. 有向图 \mathcal{G} 具有有向生成树, 是指有向图中存在一个根节点 (领航者), 除它以外的节点有且只有一个父节点, 且该节点到其他节点都有且只有一条从它出发的有向路径, 领航者与有向图 \mathcal{G} 构成的增补加权邻接矩阵为 $\hat{\mathbf{A}} = [w_{ij}]_{(n+1) \times (n+1)}$, 令 $\tilde{\omega}_i = \sum_{i \in \mathcal{V}} w_{ij}$, $\mathbf{B} = \text{diag}[\tilde{\omega}_1, \dots, \tilde{\omega}_n]$, $\mathbf{D} = \mathbf{B}^{-1}\hat{\mathbf{A}}$.

1.3 控制目的

本文考虑多个无人艇的轨迹跟踪问题, 用有向图 $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E}, \mathcal{W})$ 来描述多无人艇网络的通信, 控制目的是给任意第 i ($i \in \mathcal{V}$) 个无人艇设计控制输入 $\boldsymbol{\tau}_i$ 以及在分布式估计器中选择合适的参数, 确保所有的无人艇都能跟上期望轨迹完成编队. 具体来说就是:

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} x_i(t) &\in W(x_{id}; \rho_1), \lim_{t \rightarrow \infty} y_i(t) \in W(y_{id}; \rho_1), \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \psi_i(t) &\in W(\psi_{id}; \rho_1), \end{aligned} \quad (2)$$

其中: $W(x_{id}; \rho_1)$, $W(y_{id}; \rho_1)$, $W(\psi_{id}; \rho_1)$ 分别表示以期望位置 $x_{id}, y_{id}, \psi_{id}$ 为中心, ρ_1 为半径的平面区域. 可以通过在估计器中参数的选择将 ρ_1 控制得足

胡金波, 等. 基于采样分布式估计器的多无人艇轨迹跟踪控制.

够小从而使跟踪误差足够小.

多无人艇系统中领航者的运动学在大地坐标系中可以描述为

$$\dot{\boldsymbol{\eta}}_0(t) = \mathbf{v}_0(t), \quad \dot{\mathbf{v}}_0(t) = \mathbf{a}_0(t), \quad (3)$$

其中 $\boldsymbol{\eta}_0, \mathbf{v}_0, \mathbf{a}_0 \in \mathbf{R}^3$ 分别表示大地坐标系中领航者的位置、速度和加速度. 为方便叙述, 做出下列合理的假设:

假设 1 领航者的速度和加速度是有界的, 即:

$$\|\mathbf{v}_0(t)\|_{\infty} < \gamma_1, \quad \|\mathbf{a}_0(t)\|_{\infty} < \gamma_2.$$

假设 2 内结构干扰和外部环境干扰是有界的, 即: $\|\boldsymbol{\tau}_{\omega i}\|_{\infty} < \|\boldsymbol{\tau}_{\omega i \max}\|_{\infty}$.

2 路径跟踪和控制器的设计

2.1 基于估计参考位置的路径跟踪

为方便叙述, 先进行一些变换, 无人艇模型式

(1) 可以变换成:

$$\begin{cases} \dot{x}_i = u_i \cos \psi_i - v_i \sin \psi_i, \\ \dot{y}_i = u_i \sin \psi_i + v_i \cos \psi_i, \\ \dot{\psi}_i = r_i, \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} \dot{u}_i = f_u + \frac{\tau_{ui}}{m_{11}} + \frac{\tau_{cui}}{m_{11}}, \\ \dot{v}_i = f_v + \frac{\tau_{cvi}}{m_{22}}, \\ \dot{r}_i = f_r + \frac{\tau_{ri} + \tau_{cri}}{m_{33}}, \end{cases} \quad (5)$$

$$\text{其中: } f_u = \frac{m_{22}}{m_{11}} v_i r_i - \frac{d_{11}}{m_{11}} u_i,$$

$$f_v = -\frac{m_{11}}{m_{22}} u_i r_i - \frac{d_{22}}{m_{22}} v_i,$$

$$f_r = \frac{(m_{11} - m_{22}) u_i v_i}{m_{33}} - \frac{d_{33} r_i}{m_{33}}.$$

为了设计控制器, 首先定义第 i 个无人艇在大地坐标系中期望参考位置 $x_{ir}, y_{ir}, \psi_{ir}$ 和实际位置 x_i, y_i, ψ_i 的跟踪误差, 分别为 $(x_i - x_{ir}), (y_i - y_{ir}), (\psi_i - \psi_{ir})$. 因此误差方程如下:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{ei} \\ \dot{y}_{ei} \\ \dot{\psi}_{ei} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\psi_i) & \sin(\psi_i) & 0 \\ -\sin(\psi_i) & \cos(\psi_i) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_i - x_{ir} \\ y_i - y_{ir} \\ \psi_i - \psi_{ir} \end{bmatrix}, \quad (6)$$

其中 $\boldsymbol{\eta}_{ri} = [x_{ir}, y_{ir}, \psi_{ir}]^T$ 由分布式二阶估计器给出, 该估计器给定为

$$\dot{\boldsymbol{\eta}}_{ri} = \mathbf{v}_{ri}, \quad \dot{\mathbf{v}}_{ri} = \mathbf{0}, \quad (t_{k-1}, t_k],$$

$$\begin{aligned} \Delta \boldsymbol{\eta}_{ri} &= \alpha \sum_{j \in V} \frac{w_{ij}}{\tilde{\omega}_i} (\boldsymbol{\eta}_{rj} - \boldsymbol{\eta}_{ri}), \quad t = t_k, \\ \Delta \mathbf{v}_{ri} &= \beta \sum_{j \in V} \frac{w_{ij}}{\tilde{\omega}_i} (\mathbf{v}_{rj} - \mathbf{v}_{ri}), \quad t = t_k, \end{aligned} \quad (7)$$

其中 $\alpha, \beta > 0, w_{ij}, \tilde{\omega}_i$ 的定义已在预备知识图论中给出。

2.2 控制器设计

由于无人艇欠驱动的特性,控制器的设计包含两步,第一步是稳定跟踪误差 x_{ei} ,第二步稳定跟踪误差 y_{ei}, ψ_{ei} .因此控制器的设计问题转化成为子系统的稳定问题。

第一步.为了稳定跟踪误差 x_{ei} ,定义一个一阶滑模面如下:

$$S_1 = c_1 x_{ei} + \dot{x}_{ei}, \quad (8)$$

c_1 是正常数,对式(8)求导得:

$$\begin{aligned} \dot{S}_1 &= c_1 \dot{x}_{ei} + \ddot{x}_{ei} = c_1 (u_i - u_{ir} \cos \psi_{ei} - v_{ir} \sin \psi_{ei} + \\ & r_i y_{ei}) + (\dot{u}_i - \dot{u}_{ir} \cos \psi_{ei} + u_{ir} \sin \psi_{ei} r_{ei} - \dot{v}_{ir} \sin \psi_{ei} - \\ & v_{ir} \cos \psi_{ei} r_{ei} + \dot{r}_i y_{ei} + r_i \dot{y}_{ei}) = c_1 (u_i - u_{ir} \cos \psi_{ei} - \\ & v_{ir} \sin \psi_{ei} + r_i y_{ei}) + \left(f_u + \frac{1}{m_{11}} \tau_{ui} + \tau_{cui} - \dot{u}_{ir} \cos \psi_{ei} + \right. \\ & \left. u_{ir} \sin \psi_{ei} r_{ei} - \dot{v}_{ir} \sin \psi_{ei} - v_{ir} \cos \psi_{ei} r_{ei} + \right. \\ & \left. \left(f_r + \frac{1}{m_{33}} \tau_{ri} + \tau_{cri} \right) + r_i \dot{y}_{ei} \right). \end{aligned}$$

式(5)中的非线性不确定项可以用神经网络来进行估计,即:

$$\hat{f}_u = \hat{\mathbf{W}}_1^T \hat{\mathbf{H}}_1(Z),$$

其中 \hat{f}_u 表示 f_u 的估计值, $\hat{\mathbf{W}}_1^T$ 是 \mathbf{W}_1^{*T} 的估计值, $\mathbf{W}_1^* \in \mathbf{R}^n$ 为期望权向量, $\hat{\mathbf{H}}_1(Z)$ 为由高斯方程组成的向量的估计值。

令 $\dot{S}_1 = 0$ 可以得到等效控制率:

$$\begin{aligned} \tau_{ui_eq1} &= m_{11} \left((-u_i + u_{ir} \cos \psi_{ei} + v_{ir} \sin \psi_{ei} - r_i y_{ei}) c_1 - \right. \\ & \hat{f}_u - \tau_{cui} - \dot{u}_{ir} \cos \psi_{ei} - u_{ir} \sin \psi_{ei} r_{ei} + \dot{v}_{ir} \sin \psi_{ei} + \\ & \left. v_{ir} \cos \psi_{ei} r_{ei} - y_{ei} \left(\hat{f}_r + \frac{1}{m_{33}} \tau_{ri} + \tau_{cri} \right) + r_i \dot{y}_{ei} \right). \end{aligned}$$

因此切换控制率可以选择为

$$\tau_{ui_sw} = m_{11} (-\eta_1 \operatorname{sgn}(S_1) - k_1 S_1),$$

其中 η_1, k_1 是正数,在后文进行设计.因此,考虑环境干扰和参数不确定性,纵向运动的控制器可以设计为

$$\tau_{ui} = \tau_{ui_eq} + \tau_{ui_sw}. \quad (9)$$

定义一个李雅普诺夫函数:

$$V_1 = \frac{1}{2} S_1^2 + \frac{1}{2\lambda_1} \tilde{\mathbf{W}}_1^T \tilde{\mathbf{W}}_1, \quad (10)$$

其中 $\tilde{\mathbf{W}}_1 = \mathbf{W}_1^* - \hat{\mathbf{W}}_1, \lambda_1$ 为正常数.对式(10)求导得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= S_1 \dot{S}_1 - \frac{1}{\lambda_1} \tilde{\mathbf{W}}_1^T \dot{\hat{\mathbf{W}}}_1 = \\ & S_1 (\hat{f}_u + y_{ei} \hat{f}_r) - \eta_1 |S_1| - k_1 S_1^2 - \frac{1}{\lambda_1} \tilde{\mathbf{W}}_1^T \dot{\hat{\mathbf{W}}}_1 = \\ & S_1 y_{ei} \hat{f}_r + S_1 (\tilde{\mathbf{W}}_1^T \mathbf{H}_1 + \boldsymbol{\varepsilon}_1 + \tau_{cui}) - \\ & \eta_1 |S_1| - k_1 S_1^2 - \frac{1}{\lambda_1} \tilde{\mathbf{W}}_1^T \dot{\hat{\mathbf{W}}}_1. \end{aligned} \quad (11)$$

令 $\dot{\hat{\mathbf{W}}}_1 = \lambda_1 S_1 \mathbf{H}(Z)$, 则有:

$$\dot{V}_1 \leq -\eta_1 |S_1| - k_1 S_1^2 + (E_1 + \boldsymbol{\varepsilon}_1) S_1 + S_1 y_{ei} \hat{f}_r,$$

其中 E_1 表示为纵向误差的上界。

第二步.由于欠驱动的特性,在横荡方向没有控制输入,因此设计一个包含两个子滑模面的滑模面.定义一阶子滑模面:

$$S_{2_1} = c_2 y_{ei} + \dot{y}_{ei}. \quad (12)$$

对一阶子滑模面式(12)求导得:

$$\begin{aligned} \dot{S}_{2_1} &= c_2 \dot{y}_{ei} + \ddot{y}_{ei} = c_2 (v_i - v_{ir} \cos \psi_{ei} - u_{ir} \sin \psi_{ei} - r_i x_{ei}) + \\ & (\dot{v}_i - \dot{v}_{ir} \cos \psi_{ei} + v_{ir} \sin \psi_{ei} r_{ei} - \dot{u}_{ir} \sin \psi_{ei} - \\ & u_{ir} \cos \psi_{ei} r_{ei} - r_i \dot{x}_{ei} - r_i \dot{x}_{ei}). \end{aligned} \quad (13)$$

用神经网络来估计式(5)中的 f_v, f_r 如下:

$$\hat{f}_v = \hat{\mathbf{W}}_2^T \mathbf{H}_2(Z), \quad \hat{f}_r = \hat{\mathbf{W}}_3^T \mathbf{H}_3(Z). \quad (14)$$

令 $\dot{S}_{2_1} = 0$, 得到等效控制率为

$$\begin{aligned} \tau_{ri_eq1} &= \frac{m_{33}}{x_{ei}} (c_2 (v_i - v_{ir} \cos \psi_{ei} - u_{ir} \sin \psi_{ei} - r_i x_{ei})) + \\ & (\hat{f}_v + \tau_{cvi} - \dot{v}_{ir} \cos \psi_{ei} + v_{ir} \sin \psi_{ei} r_{ei} - \dot{u}_{ir} \sin \psi_{ei} - \\ & r_i \dot{x}_{ei} - x_{ei} \hat{f}_r - x_{ei} \tau_{cri}). \end{aligned}$$

定义第二个子滑模面:

$$S_{2_2} = c_3 \psi_{ei} + \dot{\psi}_{ei}, \quad (15)$$

对式(15)求导得:

$$\dot{S}_{2_2} = c_3 (r_i - r_{ir}) + \hat{f}_r + \frac{1}{m_{33}} \tau_{ri} + \tau_{cri} - \dot{r}_{ir}. \quad (16)$$

令 $\dot{S}_{2_2} = 0$, 得到如下等效控制率:

$$\tau_{ri_eq2} = m_{33} (-c_3 (r_i - r_{ir}) - \hat{f}_r + \dot{r}_{ir} - \tau_{cri}).$$

可选择如下切换控制率:

$$\tau_{ri_sw} =$$

$$\begin{aligned} & -\eta_2 \operatorname{sgn}(S_2) - k_1 S_2 + a \frac{x_{ei}}{m_{33}} \tau_{ri_eq2} - b \frac{1}{m_{33}} \tau_{ri_eq1} \\ & \frac{b \frac{1}{m_{33}} - a \frac{x_{ei}}{m_{33}}}{m_{33}}. \end{aligned}$$

因此设计转向角速度的总控制率为

$$\tau_{ri} = \tau_{ri_eq1} + \tau_{ri_eq2} + \tau_{ri_sw}. \quad (17)$$

定义二阶滑模面:

$$S_2 = aS_{2-1} + bS_{2-2}, \quad (18)$$

定义第二个李雅普诺夫函数:

$$V_2 = \frac{1}{2}S_2^2 + \frac{1}{2\lambda_2}\tilde{\mathbf{W}}_2^T\tilde{\mathbf{W}}_2, \quad (19)$$

对式(19)求导得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= S_2\dot{S}_2 + \frac{1}{\lambda_2}\tilde{\mathbf{W}}_2^T\dot{\hat{\mathbf{W}}}_2 = \\ &S_2(a\dot{S}_{2-1} + b\dot{S}_{2-2}) + \frac{1}{\lambda_2}\tilde{\mathbf{W}}_2^T\dot{\hat{\mathbf{W}}}_2 = \\ &S_2\left(a\left(\tilde{f}_v - x_{ei}\tilde{f}_r - \frac{x_{ei}}{m_{33}}\tau_{ri_eq2} - \frac{x_{ei}}{m_{33}}\tau_{ri_sw}\right) + \right. \\ &\left. b\left(\tilde{f}_r + \frac{1}{m_{33}}\tau_{ri_eq1} + \frac{1}{m_{33}}\tau_{ri_sw}\right)\right) - \frac{1}{\lambda_2}\tilde{\mathbf{W}}_2^T\dot{\hat{\mathbf{W}}}_2 = \\ &S_2(-ax_{ei}\tilde{f}_r + b\tilde{f}_r) + S_2a(\tilde{\mathbf{W}}_2^T(\mathbf{H}_2(z) + \varepsilon_2)) - \\ &\eta_2 | S_2 | - k_2 S_2^2 - \frac{1}{\lambda_2}\tilde{\mathbf{W}}_2^T\dot{\hat{\mathbf{W}}}_2. \end{aligned}$$

令 $\dot{\hat{\mathbf{W}}}_2 = a\lambda_2 S_2 \mathbf{H}_2(z)$, 可得:

$$\dot{V}_2 = S_2(-ax_{ei}\tilde{f}_r + b\tilde{f}_r) - \eta_2 | S_2 | - k_2 S_2^2 + a\varepsilon_2 S_2. \quad (20)$$

定义如下李雅普诺夫函数:

$$V = V_1 + V_2 + \frac{1}{2\lambda_3}\tilde{\mathbf{W}}_3^T\tilde{\mathbf{W}}_3, \quad (21)$$

令 $\dot{\hat{\mathbf{W}}}_3 = \lambda_3(-aS_2x_{ei} + bS_2)$, 则有:

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -k_1 S_1^2 - \eta_1 | S_1 | + (\varepsilon_1 + E_1 + E_2)S_1 + \\ &S_2(-af_r x_{ei} + b\tilde{f}_r) - k_2 S_2^2 - \eta_2 | S_2 | + \\ &(\varepsilon_2 + aE_2 + bE_3)S_2 + \frac{1}{2\lambda_3}\tilde{\mathbf{W}}_3^T\dot{\hat{\mathbf{W}}}_3 \leq \\ &-k_1 S_1^2 - \eta_1 | S_1 | + (E_1 + E_2 + E_3)S_1 + \\ &S_2(a\varepsilon_2 + aE_2 + bE_3) - \eta_2 | S_2 |, \end{aligned}$$

其中 E_2, E_3 分别为横荡误差和转向角误差上界.

令 $\eta_1 > (\varepsilon_1 + E_1 + E_2), \eta_2 > (a\varepsilon_2 + aE_2 + bE_3)$, 则有:

$$\dot{V} \leq -k_1 S_1^2 - \eta_1 | S_1 | - k_2 S_2^2 - \eta_2 | S_2 | < 0.$$

3 级联系统的收敛性分析

定理 1 对于多无人艇系统(1), 在满足假设 1 和 2, 控制输入为式(9)和(17)的条件下, 如果参数 α 和 β 满足

$$0 < \alpha, \beta < \min(2(1 - 2\text{Re}(s_i)) / |1 - s_i|^2), \quad (22)$$

则能完成(2)中的控制目标.

式(2)中 $\rho_1 = hb_2 \max(2\gamma_1; \gamma_2)(1 - \|\mathbf{A}\|_\infty)^{-1}$, h 是估计器的采样区间, $b_2 > 1$ 是一个正常数.

证明 证明分为两部分. 首先选择合适的参数

胡金波, 等. 基于采样分布式估计器的多无人艇轨迹跟踪控制.

使得估计参考位置与领航者之间的误差能够收敛, 然后证明在控制器(9)和(17)下, 整个级联系统的误差能够收敛.

在分布式算法(7)中定义:

$$\begin{cases} \Delta \boldsymbol{\eta}_i(t_k) = \boldsymbol{\eta}_i(t_k^+) - \boldsymbol{\eta}_i(t_k), \\ \boldsymbol{\eta}_i(t_k^+) = \lim_{\sigma \rightarrow 0^+} \boldsymbol{\eta}_i(t_k + \sigma), \\ \Delta \mathbf{v}_i(t_k) = \mathbf{v}_i(t_k^+) - \mathbf{v}_i(t_k), \\ \mathbf{v}_i(t_k^+) = \lim_{\sigma \rightarrow 0^+} \mathbf{v}_i(t_k + \sigma). \end{cases} \quad (23)$$

因此式(23)中的分布式算法可以转换为

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\eta}_i(t_{k+1}) &= \boldsymbol{\eta}_i(t_k) + \alpha \sum_{j \in V} \frac{w_{ij}}{\tilde{\omega}_i} (\boldsymbol{\eta}_j(t_k) - \boldsymbol{\eta}_i(t_k)) + \\ &h \mathbf{v}_i(t_k) + h\beta \sum_{j \in V} \frac{w_{ij}}{\tilde{\omega}_i} (\mathbf{v}_j(t_k) - \mathbf{v}_i(t_k)), \\ \mathbf{v}_i(t_{k+1}) &= \mathbf{v}_i(t_k) + \beta \sum_{j \in V} \frac{w_{ij}}{\tilde{\omega}_i} (\mathbf{v}_j(t_k) - \mathbf{v}_i(t_k)), \end{aligned} \quad (24)$$

令 $\bar{\boldsymbol{\eta}}_i = \boldsymbol{\eta}_i - \boldsymbol{\eta}_0, \bar{\mathbf{v}}_i = \mathbf{v}_i - \mathbf{v}_0$. 因此式(24)可以转换为

$$\begin{aligned} \bar{\boldsymbol{\eta}}_i(t_{k+1}) &= \bar{\boldsymbol{\eta}}_i(t_k) + \alpha \sum_{j \in V} \frac{w_{ij}}{\tilde{\omega}_i} (\bar{\boldsymbol{\eta}}_j(t_k) - \bar{\boldsymbol{\eta}}_i(t_k)) + \\ &h \bar{\mathbf{v}}_i(t_k) + h\beta \sum_{j \in V} \frac{w_{ij}}{\tilde{\omega}_i} (\bar{\mathbf{v}}_j(t_k) - \bar{\mathbf{v}}_i(t_k)) + \\ &\boldsymbol{\eta}_0(t_k) - \boldsymbol{\eta}_0(t_{k+1}) + h \mathbf{v}_0(t_{k+1}), \\ \bar{\mathbf{v}}_i(t_{k+1}) &= \bar{\mathbf{v}}_i(t_k) + \beta \sum_{j \in V} \frac{w_{ij}}{\tilde{\omega}_i} (\bar{\mathbf{v}}_j(t_k) - \bar{\mathbf{v}}_i(t_k)) + \\ &\mathbf{v}_0(t_k) - \mathbf{v}_0(t_{k+1}), \end{aligned} \quad (25)$$

令 $\bar{\boldsymbol{\eta}} = (\bar{\boldsymbol{\eta}}_1, \dots, \bar{\boldsymbol{\eta}}_n)^T, \bar{\mathbf{v}} = (\bar{\mathbf{v}}_1, \dots, \bar{\mathbf{v}}_n)^T, \mathbf{x} = (\bar{\boldsymbol{\eta}}, \bar{\mathbf{v}})^T$, 因此:

$$\mathbf{x}(t_{k+1}) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t_k) + \mathbf{\Delta}(k), \quad (26)$$

其中

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix} \otimes \mathbf{I}_3,$$

$$\mathbf{A}_{11} = (1 - \alpha)\mathbf{I}_n + \alpha\mathbf{D},$$

$$\mathbf{A}_{12} = h[(1 - \beta)\mathbf{I}_n + \beta\mathbf{D}],$$

$$\mathbf{A}_{21} = 0,$$

$$\mathbf{A}_{22} = (1 - \beta)\mathbf{I}_n + \beta\mathbf{D},$$

$$\begin{aligned} \|\mathbf{\Delta}_1(k)\|_\infty &= \|\boldsymbol{\eta}_0(t_k) - \boldsymbol{\eta}_0(t_{k+1}) + h\mathbf{v}_0(t_k)\|_\infty \leq \\ &\|\boldsymbol{\eta}_0(t_k) - \boldsymbol{\eta}_0(t_{k+1})\|_\infty + h\|\mathbf{v}_0(t_k)\|_\infty \leq \\ &(t_{k+1} - t_k) \|\max_{t \in [t_k, t_{k+1}]} \mathbf{v}_0(t)\|_\infty + h\gamma_1 \leq 2h\gamma_1, \end{aligned}$$

$$\|\mathbf{\Delta}_2(k)\|_\infty = \|\mathbf{v}_0(t_k) - \mathbf{v}_0(t_{k+1})\|_\infty =$$

$$\left\| \int_{t_{k+1}}^{t_k} \mathbf{a}_0(\tau) d\tau \right\|_\infty \leq$$

$$(t_{k+1} - t_k) \|\max_{t \in [t_k, t_{k+1}]} \mathbf{a}_0(t)\|_\infty \leq h\gamma_2.$$

如果选择合适的参数 α 和 β 满足文献[10]中的

要求,即:

$$0 < \alpha, \beta < \min(2(1 - 2\text{Re}(s_i))/|1 - s_i|^2), \quad (27)$$

其中 s_i 是 D 的第 i 个特征根,

$$\rho_1 = hb_2 \max(2\gamma_1; \gamma_2) (1 - \|A\|_\infty)^{-1}.$$

因此

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (x_r - x_0) \leq \rho_1, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} (y_r - y_0) \leq \rho_1.$$

从第二节中知道两个滑模面渐稳定,因此有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (x_i - x_r) = 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} (y_i - y_r) = 0.$$

令 $x_i - x_0 = x_i - x_r + x_r - x_0, y_i - y_0 = y_i - y_r + y_r - y_0,$

则有

$$\begin{aligned} \|x_i - x_0\|_2 &= \|x_i - x_r + x_r - x_0\|_2 \leq \\ &\|x_i - x_r\|_2 + \|x_r - x_0\|_2 \leq \rho_1, \\ \|y_i - y_0\|_2 &= \|y_i - y_r + y_r - y_0\|_2 \leq \\ &\|y_i - y_r\|_2 + \|y_r - y_0\|_2 \leq \rho_1. \end{aligned}$$

这也就说明了跟随无人艇和领航者的跟踪误差收敛到(2)中定义的 $\lim_{t \rightarrow \infty} x_i(t) \in W(x_{id}; \rho_1), \lim_{t \rightarrow \infty} y_i(t) \in W(y_{id}; \rho_1), \lim_{t \rightarrow \infty} \psi_i(t) \in W(\psi_{id}; \rho_1),$ 证毕.

4 仿真结果

仿真中用4艘跟随无人艇跟踪一个领航无人艇的系统来进行实验.即节点集为 $\mathcal{V} = 1, 2, 3, 4,$ 选择权重向量为 $p = [0, 0, 1, 0],$ 加权邻接矩阵为 $\mathcal{A} = [0 \ 1 \ 0 \ 1; 1 \ 0 \ 0 \ 0; 0 \ 0 \ 0 \ 0; 0 \ 0 \ 1 \ 0]^T \in \mathbf{R}^{4 \times 4},$ 估计器的参数选择为 $\alpha, \beta = 0.2,$ 无人艇动力学参数与文献[8]中相同.干扰假设为:

$$\begin{aligned} \tau_{uu} = \tau_{uv} &= 3 \times (\sin(0.25t) + \cos(0.2t + \pi/4)), \\ \tau_{ur} &= 3 \times (\sin(0.25t) + \cos(0.25t + \pi/4)). \end{aligned}$$

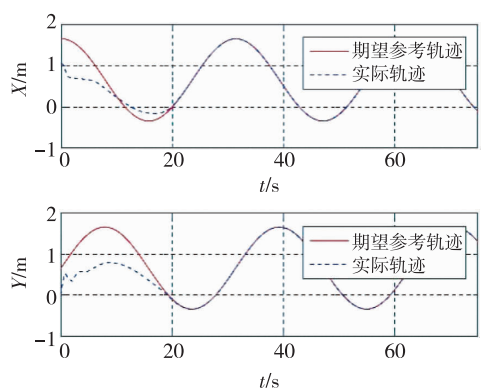
滑模面中的参数 $\lambda_1 = \lambda_2 = 1,$ 4个无人艇的初始位置速度给定为 -1 到 1 之间的随机值,期望 $x_d(t) = \cos(0.2t) + 0.659, y_d(t) = \sin(0.2t) + 0.659.$ 仿真效果如图1和图2所示.

图1为滑模控制方法下单个无人艇对于目标轨迹跟踪的曲线,图1a为无人艇在 X, Y 方向分别对目标位置的跟踪曲线,图1b是在大地坐标系中无人艇对期望轨迹的跟踪曲线.

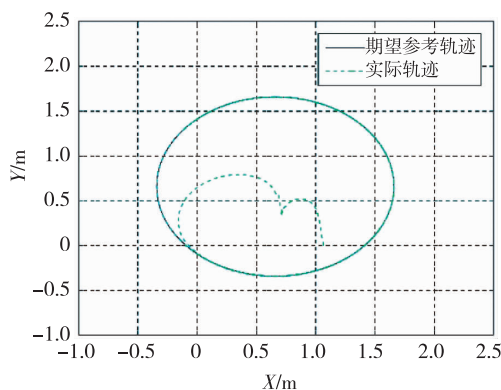
图2给出了在二阶分布式估计器下,4个无人艇对领航者无人艇的轨迹跟踪的曲线,这表明本文提出的基于采样信息的分布式估计器作用下的滑模控制方法对于多个无人艇的轨迹跟踪收敛有较好的效果.

5 总结

本文提出了一种基于领航跟随的多无人艇轨迹



a. 无人艇在 X, Y 方向的跟踪曲线



b. 无人艇跟踪期望轨迹

图1 基于滑模控制方法下单个无人艇跟踪曲线
Fig. 1 Tracking curves of single USV based on sliding mode control, (a) tracking curves in X, Y direction, and (b) the desired trajectory tracking

跟踪的级联控制方法.该方法分为两层,上层是一个基于采样信息的估计器,用于估计领航者的位置和速度信息,下层是基于滑模控制的本地控制器,其中无人艇的不确定性因素用神经网络来估计,最后将两层结构串起来得到多个无人艇跟踪领航者的级联控制算法.基于图论和李雅普诺夫方法得到了系统收敛的条件,并用仿真证明了结果的正确性.

参考文献

References

- [1] Ghommam J, Mnif F, Benali A, et al. Asymptotic backstepping stabilization of an underactuated surface vessel [J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2006, 14(6): 1150-1157
- [2] Ghommam J, Mnif F. Coordinated path-following control for a group of underactuated surface vessels [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2009, 56(10): 3951-3963
- [3] Mazenc F, Pettersen K, Nijmeijer H. Global uniform as-

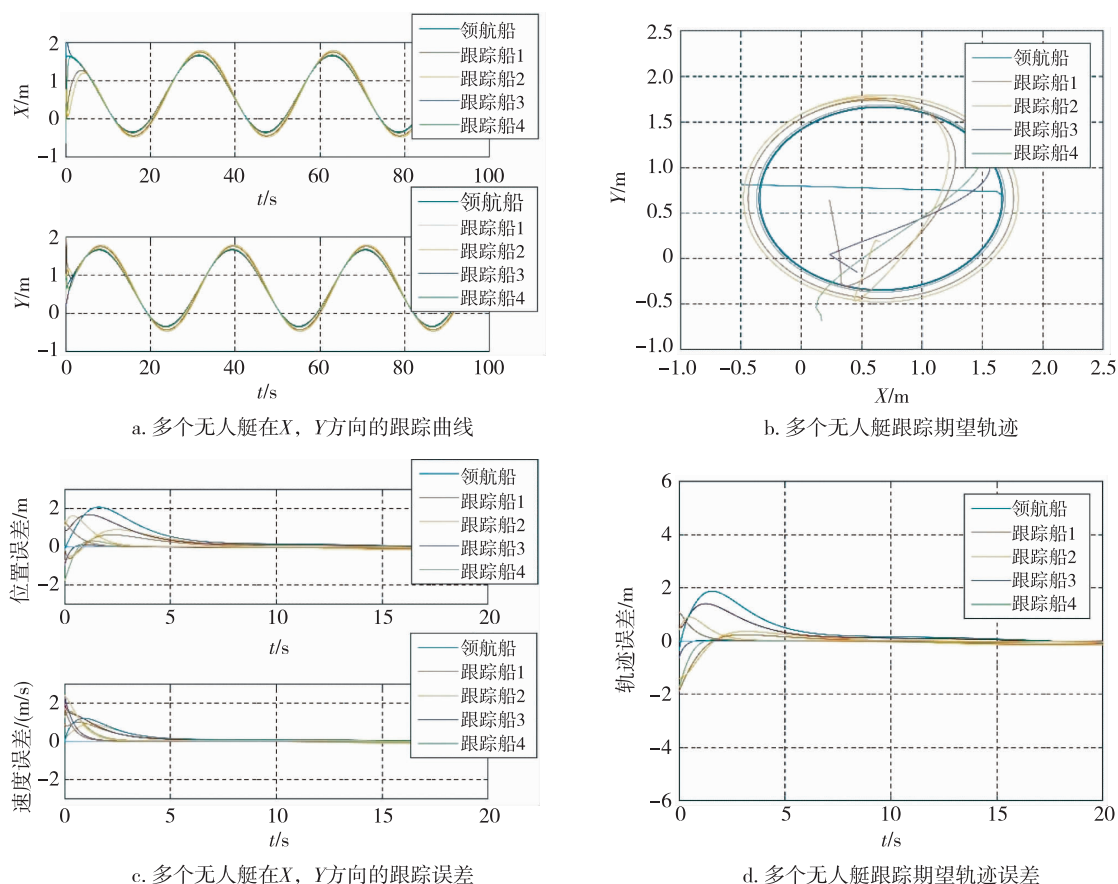


图2 基于采样信息滑模控制方法下多个无人艇跟踪曲线

Fig. 2 Tracking curves of multi-USVs based on sampled interaction and sliding mode control, (a) tracking curves in X and Y direction, (b) the desired trajectory tracking, (c) tracking error in X and Y direction, and (d) error of the desired trajectory tracking

- ymptotic stabilization of an underactuated surface vessel [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2002, 47 (10): 1759-1762
- [4] Chwa D. Global tracking control of underactuated ships with input and velocity constraints using dynamic surface control method [J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2011, 19 (6): 1357-1370
- [5] Arrichiello F, Chiaverini S, Fossen T I. Formation control of underactuated surface vessels using the null-space-based behavioral control [C] // IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2006, 336: 5942-5947
- [6] Oh S R, Sun J. Path following of underactuated marine surface vessels using line-of-sight based model predictive control [J]. Ocean Engineering, 2010, 37 (2): 289-295
- [7] Xu J, Wang M, Qiao L. Dynamical sliding mode control for the trajectory tracking of underactuated unmanned underwater vehicles [J]. Ocean Engineering, 2015, 105 (1): 54-63
- [8] Ashrafioun H, Muske K R, Meninch L C, et al. Sliding-mode tracking control of surface vessels [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2008, 55 (11): 4004-4012
- [9] Jiang Z P. Global tracking control of underactuated ships by Lyapunov's direct method [J]. Automatica, 2002, 38 (2): 301-309
- [10] Ge M F, Guan Z H, Hu B, et al. Distributed controller-estimator for target tracking of networked robotic systems under sampled interaction [J]. Automatica, 2016, 69: 410-417

Consensus tracking control of multi-USV system based on distributed estimator under sampled interactions

HU Jinbo¹ LIU Zhiwei¹ GE Mingfeng²

1 School of Automation, Huazhong University of Science & Technology, Wuhan 430074

2 School of Mechanical Engineering and Electronic Information, China University of Geosciences, Wuhan 430074

Abstract This paper proposes a cascade-based control algorithm for distributed consensus tracking of multi-underactuated surface vessels (USVs) system. The presented control algorithm can be divided into two parts. The first part is a distributed control estimator under sampled interactions, which is used to estimate the leader's trajectory. The second part is the local control law, driving each USV to track the obtained estimated trajectory by invoking sliding mode control combined with the radical basis function neural network in terms of the underactuated feature, environmental disturbance and model uncertainties. Besides, in order to solve the presented tracking problem, several sufficient conditions are obtained via Lyapunov theory and cascade system theory to ensure that the position states of all USVs converge to the desired position. The simulation results show the correctness and effectiveness of the proposed theorem.

Key words USVs; sliding mode control; radical basis function; underactuated; consensus