



李晓磊<sup>1</sup> 程致灏<sup>1</sup> 邵翔宇<sup>1</sup> 王宁<sup>1</sup> 孙光辉<sup>1</sup>

# 基于分数阶模型的磁流变阻尼器振动系统的预测控制

## 摘要

磁流变阻尼器因其可控阻尼的特性可以用于制作优质减振器,近年来,它与各种控制策略的结合设计已在工业振动控制领域得到了广泛的应用.研究表明,分数阶模型对磁流变阻尼器的拟合精度更高.本文使用分数阶模型描述磁流变阻尼器的粘弹特性,并利用 Oustaloup 近似方法得到易处理的分数阶传递函数近似值,离散化处理后选取输出跟踪输入的二次型性能指标设计了一种新的模型预测控制器.最后,通过仿真实验证明了该分数阶模型预测控制器具有良好的动态性能,验证了方案的可行性与稳定性.

## 关键词

磁流变阻尼器; 分数阶模型; Oustaloup 近似; 模型预测控制

中图分类号 TP273

文献标志码 A

收稿日期 2017-09-28

资助项目 国家自然科学基金(61673009)

作者简介

李晓磊,男,硕士生,研究方向为模型预测控制. xiaoleili@stu.hit.edu.cn

## 0 引言

磁流变液<sup>[1]</sup>(MRF)是由高导磁性微颗粒和非导磁性液体混合而成的智能可控流体,具有对外加磁场的变化十分敏感的流变特性.当外加磁场发生变化时,磁流变液体状态的粘弹性将会发生改变,且所需反应时间极短(ms级),它的这一特性被称为磁流变效应<sup>[2]</sup>.科学家们利用磁流变液的这种效应可以研制成各种响应迅速的中间传动装置,应用于调剂各类系统的性能,如磁流变阻尼器<sup>[3-5]</sup>、汽车悬架系统<sup>[6]</sup>、磁流变离合器<sup>[7]</sup>和制动器<sup>[8]</sup>等.

磁流变阻尼器是磁流变液的主要应用,因其磁流变效应而具有可控并响应迅速的阻尼,目前已在汽车座椅、悬挂系统减振、航天军工等工业振动控制领域有了成功的应用.

磁流变阻尼器的机械模型是达到设备最理想控制效果的关键方式.本文使用分数阶模型<sup>[9-13]</sup>来描述磁流变阻尼器的动力学特性.分数阶模型以非整数为阶数,可以将磁流变阻尼器的粘弹特性统一描述,相较于整数阶模型可以更加全面地描述磁流变阻尼器的力学特性.其他建模方法还包括 Bingham 模型<sup>[4]</sup>、Bouc-Wen 模型<sup>[5]</sup>等.

在工业振动控制领域,磁流变阻尼器因其可控并响应迅速的阻尼特性成为了优质减振器的良好材料,但是传统的控制策略对振动系统工作时伴随的不确定性仍然有些力不从心,尤其在控制策略的动态性能方面.模型预测控制(Model Predict Control, MPC)<sup>[14-21]</sup>作为一种新兴且高效的控制策略,以其预测控制、反馈校正和在线优化等特点可以有效应对振动系统实际运作中的不确定性,能够较大幅度地优化振动控制系统的动态性能,目前已在工业生产、航天军工和建筑等行业里得到了越来越多的应用,促进了预测控制和其他工业领域先进成果的结合,实践的同时也在工业控制领域得到了长足的发展<sup>[16]</sup>.使用模型预测控制对磁流变阻尼器振动系统实施预测控制是一次大胆的尝试和创新.

本文采用模型预测控制(MPC)策略来保证振动系统获得更好的动态性能.模型预测控制是基于有限时域开环最优控制问题的数值优化控制,可以使用系统模型预测未来的控制效果和未来的动作响应,然后以一定的时间间隔对系统性能进行优化,属于局部最优化处理决策(非全局最优).据不完全统计,模型预测控制已经在石油化工、车辆生产、航空航天、造纸制浆、建筑抗震等全世界 4 600 多个工业装备

<sup>1</sup> 哈尔滨工业大学 航天学院,哈尔滨,150001

和工程控制中得到应用<sup>[16]</sup>.

本文的结构安排如下:在第1节中,为磁流变阻尼器振动系统建立分数阶模型,并对分数阶传递函数使用 Oustaloup 方法<sup>[13]</sup>近似,得出其整数阶高阶近似;第2节中,对磁流变阻尼器振动系统实施模型预测控制,通过预测方程、滚动优化和反馈校正3个步骤实现预测控制,使用实例做 Oustaloup 方法不同分数阶次的振动系统预测控制仿真实验,得出最佳分数阶次的控制输入、预测输出及误差曲线,验证磁流变阻尼器振动系统的良好动态性能及模型预测控制方案的可行性和稳定性.

## 1 系统的分数阶模型

### 1.1 分数阶模型分析

在模型预测控制中,系统的模型用于预测参考轨迹所需要的未来输出和控制工作,并负责提供精确的未来输入轨迹,可以说系统的模型准确性一定程度上决定了预测控制的精度和效果,所以,为磁流变阻尼器振动系统选择合适的建模方法至关重要.

本文选择分数阶建模方法<sup>[9-13]</sup>为磁流变阻尼器振动系统建立动力学模型.分数阶模型以非整数为阶数,可以将磁流变阻尼器的粘弹特性统一描述,相较于整数阶模型能够更加全面精确地描述磁流变阻尼器的力学特性.在本文中,磁流变阻尼器的粘弹特性可以通过分数阶微分方程推导建立,其中微分方程的阶数可以是任何实数或复数.

**定理1** 最常见的 Riemann-Liouville (R-L) 分数阶微积分定义由下式给出:

$${}_{a_0}D_t^n f(t) = \frac{1}{\Gamma(n-q)} \frac{d^n}{dx^n} \int_{a_0}^t (t-\xi)^{(n-q)-1} f(\xi) d\xi, \quad n-1 \leq q \leq n,$$

式中,  $\Gamma(\cdot)$  是伽马函数,  $q$  是非整数阶次,  $a_0$  为迭代初始值.

**定理2** Caputo 分数阶微积分定义也经常被用于工程应用,定义如下:

$${}_{a_0}^C D_t^q f(t) = \frac{1}{\Gamma(n-q)} \int_a^t (t-\xi)^{(n-q)-1} f^{(n)}(\xi) d\xi, \quad n-1 \leq q \leq n.$$

为了区分 Caputo 定义和 R-L 分数阶微积分定义,为微积分表达式添加额外的顶点 C. R-L 定义的拉普拉斯变换与分数阶微分和积分的初始值有关,虽然可以找到解决方案,但对这些解决方案的合理物理解释依然很难理解. Caputo 分数阶微积分定义的优点是初始值的物理意义与整数阶微积分相同,

较容易理解.因此,对于任意实数  $q$ , 分数阶微积分定义由下式给出:

$$D_t^n f(t) = \frac{d^n}{dt^n} (D_t^{q-n} f(t)), \quad 0 \leq n - q \leq 1.$$

由定义知,上式可简化为

$$D_t^q f(t) = \frac{d^q}{dt^q}, \quad 0 \leq n - q \leq 1.$$

为了进一步研究和分析磁流变阻尼器的动态性能,本文使用等效阻尼<sup>[9]</sup>来代替复杂的阻尼系统:假设  $c$  为等效粘性阻尼系数,  $k$  为等效粘性阻尼刚度,  $m$  为受力物体,施加的力  $f(t)$  与  $m$  的运动方向相反,于是磁流变阻尼器等效结构模型如图1所示.

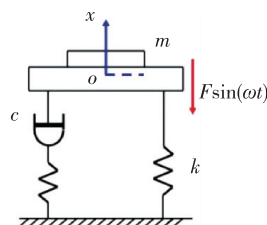


图1 磁流变阻尼器等效结构模型

Fig. 1 The equivalent structure model of the magnetorheological damper

由等效模型可以得出单一自由度动力系统二阶模型的动力学方程<sup>[11]</sup>为

$$m \ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F \sin(\omega t). \quad (1)$$

假设固有频率  $\omega_n = \sqrt{k/m}$ , 临界阻尼系数  $c_c = 2\sqrt{km}$ , 阻尼器系数  $\mu = c/c_c$ . 所以式(1)可简化为

$$\ddot{x}(t) + 2\mu\omega_n \dot{x}(t) + \omega_n^2 x(t) = \frac{F \sin(\omega t)}{m}. \quad (2)$$

因此,经典动力学二阶系统的分数阶微分方程可由下式给出:

$$D^2 x(t) + 2\mu\omega_n D^\alpha x(t) + \omega_n^2 x(t) = P(t), \quad 0 < \alpha \leq 1. \quad (3)$$

为了化简式(3), 设  $A_1 = 2\mu\omega_n$ ,  $A_2 = \omega_n^2$ , 则式(3)可以改写为

$$D^2 x(t) + A_1 D^\alpha x(t) + A_2 x(t) = P(t), \quad 0 < \alpha \leq 1. \quad (4)$$

进行拉普拉斯变换得:

$$s^2 X(s) + A_1 s^\alpha X(s) + A_2 X(s) = P(s), \quad 0 < \alpha \leq 1. \quad (5)$$

Caputo 分数阶导数运算符可以和初始值 ( $x(0^+) = c_0, \dot{x}(0^+) = c_1$ ) 一起使用, 被称为复合分数阶振动方程. 因此, 分数阶模型系统的传递函数可以

由拉普拉斯变化得出:

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + (2\mu\omega_n)^\alpha s^\alpha + \omega_n^2}, \quad 0 < \alpha \leq 1. \quad (6)$$

## 1.2 Oustaloup 近似

在实施模型预测控制之前,需要对分数阶运算符  $s^\alpha$  或  $s^{-\alpha}$  进行近似,因为分数阶微积分的积分项不能直接计算得出,所以需要得到一个对分数阶传递函数的整数阶近似值.本文采用的是 Oustaloup 递归近似<sup>[13]</sup>算法,它在指定频率范围内对分数阶传递函数的拟合精度较高,逼近效果较好.Oustaloup 近似算法定义如下:

$$s^\alpha \approx K \prod_{k=1}^N \frac{s + \omega'_k}{s + \omega_k}, \quad (7)$$

式(7)中,极点、零点和增益可以由下式计算:

$$\begin{cases} \omega'_k = \omega_b \omega_h^{(2k-1-\alpha)/N}, \\ \omega_k = \omega_b \omega_h^{(2k-1+\alpha)/N}, \\ K = \omega_h^\alpha, \\ \omega_u = \sqrt{\omega_h/\omega_b}, \end{cases} \quad (8)$$

其中,  $(\omega_b, \omega_h)$  为给定频率段.值得注意的是,  $N$  的值为算法的逼近阶次,  $N$  的值越小,近似的整数阶系统阶次越低且越简单,相应的跟踪误差也很大;当  $N$  的值变大时,近似的整数阶系统阶次越高且越复杂,虽然跟踪精度随之增大,可计算量也越来越大.因此, Oustaloup 近似算法的重点在于逼近阶次  $N$  的值的选取,实际系统中逼近阶次的选择是系统近似精度和计算实现的折中.通过不同阶次的实验仿真结果,来确定实际系统模型的最佳逼近阶次.

## 2 模型预测控制

### 2.1 预测方程的建立

磁流变阻尼器振动系统经过 Oustaloup 近似后的离散时间状态空间模型为

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + Bu(k), \\ y_c(k+1) = C_c x(k+1). \end{cases} \quad (9)$$

假设磁流变阻尼器振动系统的全部状态都是可测量的,为了引入积分以减少或消除静态误差,将离散化的系统状态模型式(9)改写为增量模型:

$$\begin{cases} \Delta x(k+1) = A\Delta x(k) + B\Delta u(k), \\ y_c(k) = C_c \Delta x(k) + y_c(k-1), \end{cases} \quad (10)$$

其中,各增量由下式定义:

$$\begin{cases} \Delta x(k) = x(k) - x(k-1), \\ \Delta u(k) = u(k) - u(k-1). \end{cases} \quad (11)$$

设定初始条件模型预测时域长度为  $p$ , 控制时域

长度为  $m$ , 在实际应用中上经常有  $m \leq p$  存在的情况,即在  $m$  时刻后系统将不能继续获得控制输入.模型预测控制策略的实施需要在整个预测时域都能得到控制输入,若上述情况发生则不能很好地预测系统的未来状态,所以需要假设控制量在  $m+1$  时刻以后保持  $m$  时刻的值不变,得到系统的预测方程为  $Y_p(k+1|k) = S_x \Delta x(k) + I y_c(k) + S_u \Delta U(k)$ . (12) 式(12)即为系统的预测方程,其中

$$\begin{aligned} S_x &= \begin{bmatrix} C_c A \\ \sum_{i=1}^2 C_c A^i \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^p C_c A^i \end{bmatrix}_{p \times 1}, \quad I = \begin{bmatrix} I_{n_c \times n_c} \\ I_{n_c \times n_c} \\ \vdots \\ I_{n_c \times n_c} \end{bmatrix}_{p \times 1}, \\ S_u &= \begin{bmatrix} C_c B & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \sum_{i=1}^2 C_c A^{i-1} B & C_c B & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \sum_{i=1}^m C_c A^{i-1} B & \sum_{i=1}^{m-1} C_c A^{i-1} B & \cdots & \cdots & C_c B \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \sum_{i=1}^p C_c A^{i-1} B & \cdots & \cdots & \cdots & \sum_{i=1}^{p-m+1} C_c A^{i-1} B \end{bmatrix}_{p \times m}, \end{aligned} \quad (13)$$

式中  $S_u$  的矩阵为下三角阵形式,这种形式反映了下一时刻控制输入不影响上一时刻预测输出的系统时间因果关系.

### 2.2 开环优化问题的描述与求解

目标函数的选取反映了对系统性能的要求,本文的优化目标是在控制动作变化不太大的前提下使被控输出接近参考输入,并且在整个预测时域中可以采用时变的加权因子(在线优化),具体形式如下:

$$J = \sum_{i=1}^p \|\Gamma_{y,i} (y_c(k+i|k) - r(k+i))\|^2 + \sum_{i=1}^m \|\Gamma_{u,i} \Delta u(k+i|k)\|^2, \quad (14)$$

式中,  $r_j(k+i)$ ,  $i=1, 2, \dots, p$  为第  $j$  个参考输入分量;  $\Gamma_{y,i}$  为控制输出分量误差的加权因子,  $\Gamma_{u,i}$  为控制增量分量的加权因子.预测输出对控制输入的逼近精度取决于两个加权因子的值,理论上希望加权因子越大越好.值得注意的是,如果加权因子  $\Gamma_{y,i}$  和  $\Gamma_{u,i}$  是时不变的,那么系统也可以离线计算预测增益  $K_{mpc}$ .

设置中间变量  $\rho$ :

$$\rho = \begin{pmatrix} \Gamma_y(Y_p(k+1|k) - R(k+1)) \\ \Gamma_y \Delta U(k) \end{pmatrix}, \quad (15)$$

则优化目标函数可以简化为

$$J(x(k), \Delta U(k), m, \rho) = \rho^T \rho. \quad (16)$$

将中间变量  $\rho$  代入系统预测方程,得  $\rho = Az - b$ , 由  $\rho^T \rho = (Az - b)^T (Az - b)$  的极值条件得:

$$\frac{d\rho^T \rho}{dz} = 2 \left( \frac{d\rho}{dz} \right)^T \rho = 2A^T (Az - b) = 0, \quad (18)$$

经过计算得到极值解:

$$z^* = (A^T A)^{-1} A^T b, \quad \frac{d^2(\rho^T \rho)}{dz^2} = 2A^T A > 0, \quad (19)$$

因此得到预测控制  $k$  时刻的最优控制序列为

$$\Delta U^*(k) = (S_u^T \Gamma_y^T \Gamma_y S_u + \Gamma_u^T \Gamma_u)^{-1} \cdot S_u^T \Gamma_y^T \Gamma_y E_p(k+1|k), \quad (20)$$

其中

$$E_p(k+1|k) = R(k+1) - S_x \Delta x(k) - \gamma y_c(k). \quad (21)$$

### 2.3 预测控制的反馈校正

模型预测控制理论上只实施最优控制序列第 1 个元素的控制作用,用以保证控制决策滚动优化过程中的准确性与实时性,基本思想可由下式表示:

$$\Delta u(k) = (I_{n_u \times n_u}, 0, \dots, 0)_{1 \times m} \Delta U^*(k). \quad (22)$$

定义预测控制增益为

$$K_{mpc} = (I_{n_u \times n_u}, 0, \dots, 0)_{1 \times m} (S_u^T \Gamma_y^T \Gamma_y S_u + \Gamma_u^T \Gamma_u)^{-1} S_u^T \Gamma_y^T \Gamma_y. \quad (23)$$

于是系统控制增量可由下式计算:

$$\Delta u(k) = K_{mpc} E_p(k+1|k). \quad (24)$$

最后,得到振动系统  $k$  时刻的预测控制作用:

$$u(k) = u(k-1) + \Delta u(k). \quad (25)$$

将控制量  $u(k)$  作用于系统,并在  $k+1$  时刻测量得到  $x(k+1)$ ,计算  $\Delta x(k+1) = x(k+1) - x(k)$  代入系统预测方程得到系统  $k+2$  时刻的输出,并得到系统  $k+1$  时刻的最优控制序列,再将第 1 个元素作用于系统,重复上述步骤,即可实现模型预测控制.

本文选取磁流变阻尼器实例参数  $A_1 (s^{-2}) = 28.625, A_2 (s^{-1}) = 28.723$ , 控制频率段为  $(0.01, 100)$ , 设置参考输入为  $r=1.8$ , 本文研究的系统属于经典 Lagrange 二阶系统,故可选取逼近阶次  $N=5$ <sup>[11]</sup>, 使用 Oustaloup 近似方法的不同分数阶次 ( $\alpha = 0.1 \sim 0.9$ ) 对分数阶 Lagrange 系统模型实现整数阶近似;预测控制方案选择预测时域为 6 ( $T=0.01$  s), 控制时域为 4, 仿真时间为 30, 实现磁流变阻尼器振动系统的模型预测控制仿真实验,得到分数阶模型

不同分数阶次的预测控制输出和控制量的曲线如图 2 所示.

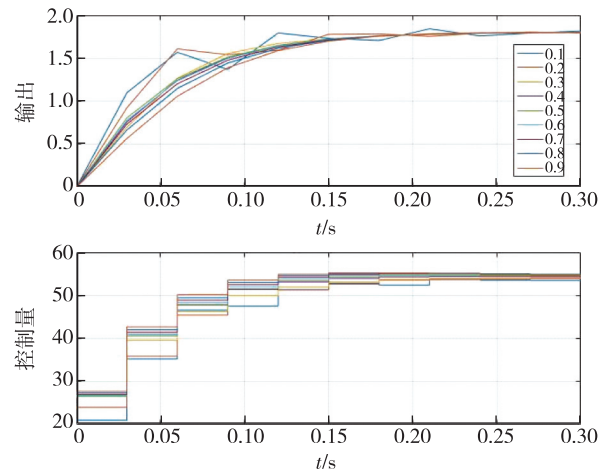


图 2 不同分数阶次的预测控制输出和控制量变化曲线  
Fig. 2 Curves of predictive control output and control quantity at different fractional orders

计算预测输出相对参考输入的误差和控制量变化量,可以得到如图 3 所示的误差曲线.

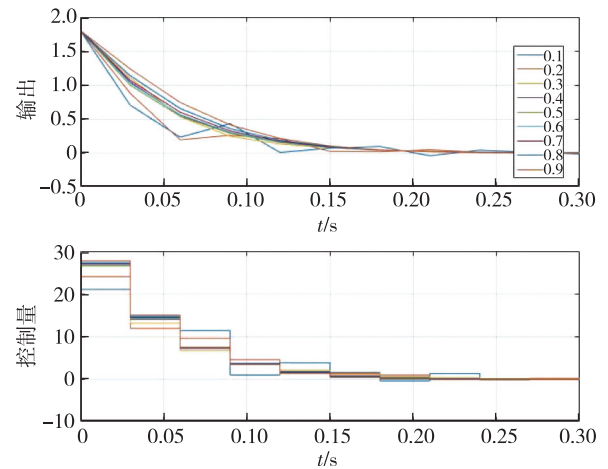


图 3 不同分数阶次的预测控制误差和控制量变化曲线  
Fig. 3 Curves of predictive control error and control variation at different fractional orders

结合不同分数阶次的预测控制输出和控制量的曲线与误差曲线(图 2 和图 3),可以看出当分数阶次为 0.6 时,系统响应速度较快,预测控制输出与参考输入误差较小,同时控制量的变化幅度较小,满足磁流变阻尼器振动系统的动态性能和控制要求.经进一步的计算与试验,发现当分数阶次取值 0.68 时,系统对磁流变阻尼器的粘弹性描述效果最好,即对振动系统的控制效果最好(图 4 和图 5).得出的模

型预测控制输出与控制量曲线如图 4 所示,模型预测控制输出误差曲线与控制量变化曲线如图 5 所示.

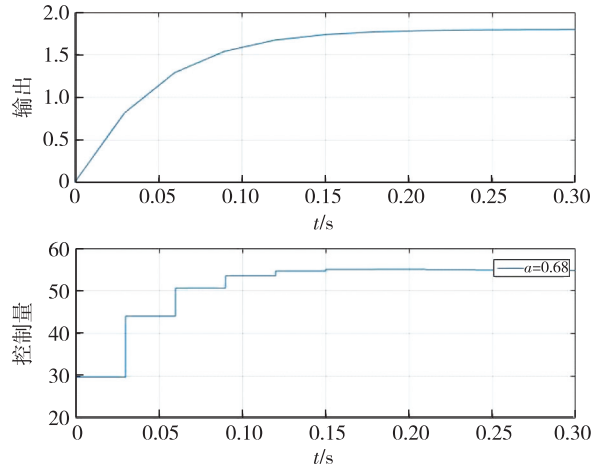


图 4 分数阶次为 0.68 时的预测控制输出和控制量变化曲线  
 Fig. 4 Curves of predictive control output and control quantity at fractional order of 0.68

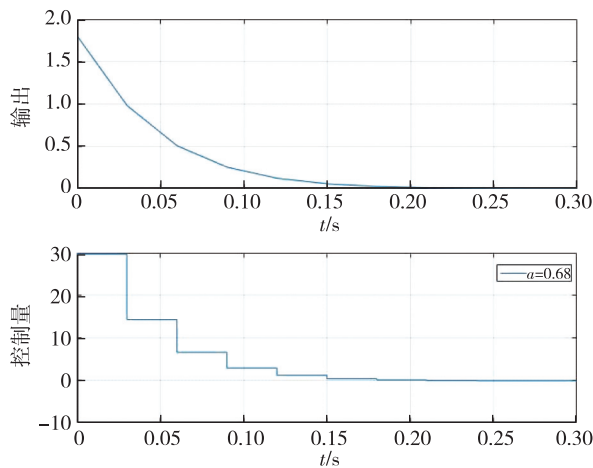


图 5 分数阶次为 0.68 时的预测控制误差和控制量变化曲线

Fig. 5 Curves of predictive control error and control variation at fractional order of 0.68

### 3 结束语

模型预测控制具有在线滚动优化的特点,即其优化目标就有时变的加权因子,可以及时弥补振动系统由于外界干扰或模型失配畸变等引起的不确定性.使用模型预测控制方法可以使磁流变阻尼器振动系统获得更好的动态控制性能,对磁流变阻尼器振动系统实施模型预测控制经过实验证明是完全可

行的,而且具有一定的稳定性,对两者结合的研究不仅对模型预测控制理论的实践应用有着重要意义,而且对磁流变阻尼器振动控制领域的创新发展也具有重要意义.

### 参考文献

#### References

- [ 1 ] Ma L, Song W L, Wang R S. Study on shear stress model of magnetorheological fluids with distance weighted factors [ J ]. *Smart Materials and Structures*, 2017, 26 ( 6 ): 065009
- [ 2 ] Yang X B, Huang Y H, Hou Y Q, et al. An experimental study of magnetorheological fluids on electrical conductivity property [ J ]. *Journal of Materials Science: Materials in Electronics*, 2017, 28 ( 11 ): 8130-8135
- [ 3 ] Spencer Jr B F, Dyke S J, Sain M K, et al. Phenomenological model of magnetorheological damper [ J ]. *Journal of Engineering Mechanics*, 1997, 123 ( 3 ): 230-238
- [ 4 ] 刘晓梅,李洪友,黄宜坚.磁流变阻尼器的分数阶 Bingham 模型研究 [ J ]. *机电工程*, 2015, 32 ( 3 ): 338-342  
 LIU Xiaomei, LI Hongyou, HUANG Yijian. Fractional derivative Bingham model of MR damper [ J ]. *Mechanical & Electrical Engineering Magazine*, 2015, 32 ( 3 ): 338-342
- [ 5 ] 王唯,夏品奇,刘朝勇.基于 Bouc-Wen 方程的磁流变阻尼器实验建模 [ J ]. *振动工程学报*, 2006, 19 ( 3 ): 295-301  
 WANG Wei, XIA Pinqi, LIU Zhaoyong. Experimental modeling of MR damper based on Bouc-Wen function [ J ]. *Journal of Vibration Engineering*, 2006, 19 ( 3 ): 295-301
- [ 6 ] 岳永恒,王茂,赵强.饱和不确定磁流变阻尼器悬架系统反馈控制器的设计 [ J ]. *汽车工程*, 2012, 34 ( 7 ): 613-617  
 YUE Yongheng, WANG Mao, ZHAO Qiang. The design of feedback controller for the suspension system with saturated uncertain magneto-theological damper [ J ]. *Automotive Engineering*, 2012, 34 ( 7 ): 613-617
- [ 7 ] 张春光,苗运江,巫峰.汽车磁流变液离合器的设计 [ J ]. *润滑与密封*, 2012, 37 ( 5 ): 91-94  
 ZHANG Chunguang, MIAO Yunjiang, WU Feng. Design of automobile magnetorheological fluid clutch [ J ]. *Lubrication Engineering*, 2012, 37 ( 5 ): 91-94
- [ 8 ] 徐静,董雁.磁流变制动器的设计与探讨 [ J ]. *机械设计与制造*, 2001 ( 3 ): 34-35  
 XU Jing, DONG Yan. Design and discussion of magnetorheological fluid arrester [ J ]. *Machinery Design and Manufacture*, 2001 ( 3 ): 34-35
- [ 9 ] 李卓,徐秉业.粘弹性分数阶导数模型的等效粘性阻尼系统 [ J ]. *清华大学学报(自然科学版)*, 2000, 40 ( 11 ): 27-29  
 LI Zhuo, XU Bingye. Equivalent viscous damping system for viscoelastic fractional derivative model [ J ]. *Journal of Tsinghua University ( Natural Science Edition )*, 2000, 40 ( 11 ): 27-29

- [10] Das S. Functional fractional calculus for system identification and controls[M]. Berlin: Springer Verlag, 2008
- [11] Chen B S, Li C Y, Wilson B, et al. Fractional modeling and analysis of coupled MR damping system[J]. IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica, 2016, 3(3): 288-294
- [12] Poinot T, Trigeassou J C. Identification of fractional systems using an output-error technique[J]. Nonlinear Dynamics, 2004, 38(1/2/3/4): 133-154
- [13] Oustaloup A, Levron F, Mathieu B, et al. Frequency-band complex noninteger differentiator: Characterization and synthesis[J]. IEEE Transactions on Circuits & Systems Fundamental Theory & Applications, 2000, 47(1): 25-39
- [15] Richards A, How J P. Robust distributed model predictive control[J]. International Journal of Control, 2007, 80(9): 1517-1531
- [16] Qin S J, Badgwell T A. A survey of industrial model predictive control technology[J]. Control Engineering Practice, 2003, 11(7): 733-764
- [17] Sopasakis P, Sarimveis H. Stabilising model predictive control for discrete time fractional-order systems[J]. Automatic, 2017, 75(C): 24-31
- [18] Boudjehem D, Boudjehem B. A fractional model predictive control for fractional order systems[M]// Baleanu D, Luo A C J, Machado J A T. Fractional dynamics and control. New York: Springer, 2012: 59-71
- [19] Mayne D Q, Seron M, Rakovi S V. Robust model predictive control of constrained linear systems with bounded disturbances[J]. Automatica, 2005, 41(2): 219-224
- [20] Li H P, Yan W S, Shi Y. Continuous-time model predictive control of under actuated spacecraft with bounded control torques[J]. Automatic, 2017, 75(C): 144-153
- [21] Madakyaru M M, Narang A, Patwardhan S C. Development of ARX models for predictive control using fractional order and orthonormal basis filter parametrization[J]. Industrial & Engineering Chemistry Research, 2009, 48(19): 8966-8979

## Predictive control of vibration system of magnetorheological damper based on fractional order model

LI Xiaolei<sup>1</sup> CHENG Zhihao<sup>1</sup> SHAO Xiangyu<sup>1</sup> WANG Ning<sup>1</sup> SUN Guanghui<sup>1</sup>

<sup>1</sup> School of Astronautics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001

**Abstract** Because of the controllable damping characteristics, magnetorheological damper can be used to produce high-quality shock absorber. In recent years, it has been developed in the field of industrial vibration control by combining design with variety of control strategies. Researches show that the fractional model has high accuracy of fitting to the MR damper. In this paper, the viscoelastic properties of the MR damper are described by the fractional model, and the approximate fractional transfer function is obtained by the Oustaloup approximation method. A new model predictive controller is designed based on the quadratic performance index of the output tracking input after the discretization. Finally, the simulation results show that the predictive controller has good dynamic performance and verify the feasibility and stability of the design.

**Key words** magnetorheological damper; fractional order model; Oustaloup approximation; model predictive control