



损失厌恶投资者最优消费和投资组合选择理论的研究进展

摘要

自 Markowitz 投资组合理论问世以来,投资组合选择问题就受到了国内外很多学者的关注,并对其进行了大量研究.本文首先阐述了现代投资组合的理论框架,然后介绍了不同时期国内外学者的研究成果和方法,接着较为详细地介绍了带有行为投资的最优消费和投资组合问题并给出了含损失厌恶的投资组合模型,最后在通胀、跳扩散以及 Knight 不确定环境下对含有损失厌恶的最优消费和投资组合模型进行了拓展.

关键词

行为金融;损失厌恶;投资组合;通胀;跳扩散;Knight 不确定;鞅方法

中图分类号 O211.63;F830.9

文献标志码 A

收稿日期 2016-03-26

资助项目 国家自然科学基金(71171003, 71571001)

作者简介

罗旭,男,硕士生,研究方向为金融数学与金融工程.739958504@qq.com

费为银(通信作者),男,博士,教授,博士生导师,研究方向为金融数学与金融工程.wyfei@ahpu.edu.cn

0 引言

现代投资组合理论主要由投资组合理论、资本资产定价模型、套利定价模型、有效市场理论以及行为金融理论等部分组成.它们的发展极大地改变了过去主要依赖基本分析的传统投资管理实践,使现代投资管理日益朝着系统化、科学化和组合化的方向发展.

均值-方差模型是由 Markowitz^[1]提出的衡量风险的模型,其中投资者的收益和风险通过均值和方差来刻画,开创了理性投资者在金融市场中投资的新领域.在 Markowitz^[1]和 Tobin^[2]的工作基础上,Sharpe^[3]提出了资本资产定价模型,该模型在不确定情形下介绍了资产定价问题,也为投资组合理论和投资实践奠定了基础.有效市场假说是由 Fama^[4]深化并提出的,他指出价格信息的完全公开是有效市场的基础,在此基础上就不能根据过去的价格信息来进行投资获利.对于资本资产定价模型所存在的缺陷,Ross^[5]提出了套利定价理论模型,该模型使得在投资组合的运用更加广泛,从而使现代投资组合理论更加完善.

随后,投资组合选择问题一直是国内外学者研究的热点问题之一,特别是动态投资组合选择问题.动态的消费与投资组合决策的研究问题可以追溯到 Samuelson^[6],他利用动态规划的方法求解了一个离散时间的最优消费和投资组合选择的多期模型.其后, Merton^[7]提出在随机动态规划所刻画的不确定环境下,具有连续时间的最优跨期消费和投资组合策略.在 Merton 初步研究了连续时间模型中的最优消费和投资组合规则之后, Ocone 等^[8]研究了在时变的投资机会集下的最优消费和投资组合; Liu^[9]分析了带有一般仿射或者是二次型市场结构的投资组合选择,当资产价格是二次的并且代理人有一个常数相对风险厌恶系数(CRRA)时,明确地得出了动态投资组合的解; Kim 等^[10]研究了投资者的动态非短视投资组合行为全部来自于 HARA 效用函数和随机风险溢价的问题,最后得出最优的投资组合; Wachter^[11]假设投资者的偏好结构为幂效用函数,而且是常利率,但是股票的价格服从均值回复过程,并且在完备市场下得出最优策略的闭式解,这是与之前的求解方法不同的,之前的都是近似解、数值方法或者投资者的消费没有假定在整个生命周期内; Munk^[12]研究了

1 安徽工程大学 数理学院, 芜湖, 241000

投资者有习惯形成偏好,并且在完备的市场下有时变的投资机会集的动态消费和投资组合选择问题。

关于动态投资组合选择问题学者们也从各自不同的角度进行了深入的研究.Fama等^[13]研究了红利收益和股票预期收益的问题,其中股票收益是通过回归的 R^2 来度量的,而且随着投资区间的增加而增加;Koo^[14]考虑了带有未投保的劳动收入风险以及无限时间区间下的投资组合选择模型;Campbell等^[15]提出了一种基于消费的模型,并且这种模型解释了股票收益的周期性变化、股票市场波动率的反周期性等各种动态资产定价现象,通过股票的历史数据应用到模型中,也解释了短期和长期的股权溢价之谜;Cocco等^[16]解决了一个带有不可交易的劳动收入和借贷约束下的消费与投资组合选择的实际校准的生命周期模型问题,在这里由于劳动收入为无风险资产的替代品,投资在股票上的最优比例是随着年龄的增长而逐渐减少的,并且发现人力资本对投资行为的重要性,从而忽略劳动收入产生较大的效用成本。

在投资组合理论求解方面,一些学者做出了很大的贡献.Merton^[17]首次提出在随机动态规划所刻画的不确定环境下,具有连续时间的最优跨期消费和投资组合策略;Karatzas等^[18]给出了对于值函数和最优消费和投资组合策略的闭式解,其中投资区间是无限期的;更进一步的Karatzas等^[19]研究了在有限区间内的“小投资者”的最优投资组合和消费问题,在使得消费效用和终端财富效用最大化的基础上,给出了最优的消费和财富过程;Cox等^[20]研究了在不确定的环境下,考虑一个连续时间的消费-投资组合问题,当消费和终端财富存在非负的约束,鞅方法能刻画最优的消费-投资组合策略,不像动态规划的非线性偏微分方程,这里的最优策略的检验定理涉及一个线性的偏微分方程;Schroder等^[21]利用对偶技术与鞅方法把带有线性的内部习惯形成的消费与投资组合选择模型转化为没有线性的内部习惯形成的对偶的消费与投资组合选择模型,并且得出最优解。

1 损失厌恶下的消费和投资组合理论

20世纪以来,以资本资产定价模型和现代资产组合理论为基础,标准金融理论确立了在金融经济领域的地位,成为现代金融经济理论的主流。但是,随着金融市场上各种异常现象的累积以及人们对金

融异常现象研究的日益重视,标准金融理论受到了很大的挑战,其理论上的日渐完善以及其在实践指导意义上的苍白无力,由此促成了一批力图解释金融异常现象的全新金融理论逐渐兴起,行为金融理论就是其中之一。

行为金融理论是在对标准金融理论的挑战和质疑的背景下形成的,使得我们看到了金融理论与实际的沟壑有了弥合的可能。行为金融理论将人类心理和行为纳入金融的研究框架中。1979年,Kahneman等^[22]提出了“展望理论”,使之成为行为金融研究中的代表学说。

由于标准金融理论受到了严峻的挑战,近来许多国外学者研究了在行为金融下的消费与投资组合相关的问题。首先一些学者研究了消费习惯偏好的问题。例如,Abel^[23]研究了习惯形成和消费攀比的资产定价;Constantinides^[24]说明了代理人变得习惯于消费的确水平;Detemple等^[25]研究了在习惯形成下的最优消费和投资组合选择模型,解释了基于消费的资产定价,并且解释了在带有低的风险厌恶时的模型中,高水平的股权溢价和逆周期变化的现象。在经济衰退时期,当消费低于习惯时,股票的回报率很低,因此投资者对于持有的股票需要一个高的溢价。这些文献说明代理人相对于参考水平会估计和调整消费水平。目前的金融信托产品正在缓慢地与投资组合的偏好联系在一起,而且有许多学者正在尝试将整个生命周期内的消费与投资组合的理论应用到实践中。一些学者在研究损失厌恶下的消费和投资组合问题时,通常会把参考点考虑为常数,所以由上述文献可以知道,考虑参考点使内部动态性更新得比较贴合实际。

其次,在展望理论下,假定效用函数是分段的幂效用函数,并且效用函数有以下几条性质:参考依赖性、损失厌恶、敏感度递减规律,所以为了使理论能更好地解释实践问题,我们在展望理论基础上研究损失厌恶下的消费和投资组合问题。关于在损失厌恶下的投资组合问题有许多学者做出了贡献。例如,Gomes^[26]研究了损失厌恶型投资者的投资组合选择与交易量,最后在均衡的背景下模型得出交易量与股票收益波动率是正相关的,但却不是线性的;Kőszegi等^[27]得出一个参考依赖和损失厌恶的模型,其中“收益-损失效用”来自于标准的“消费效用”,并且参考点是通过经济环境内生性确定的;Barberis等^[28]研究了展望理论与资产定价问题,投资者的效

用不仅依赖于消费而且依赖于他们金融财富价值的波动,在这些因素的影响下,他们是损失厌恶的,并且损失厌恶的程度依赖于他们先前的投资偏好,而且在这种框架下能帮助解释股票回报预期的高均值和超额波动率;Jin 等^[29]研究了在展望理论下的一般连续时间行为投资组合选择模型,而且展望理论的特征有 S 型的效用函数和扭曲概率,并且假定在完备的市场和资产价格满足一般的伊藤过程下,给出了一个从根本上不同于用于求解效用模型的系统方法,这个方法被发展用于求解一个适用的模型;Grüne 等^[30]研究了带有损失厌恶下的资产定价问题,并且采用随机增长模型,使用带有自适应网格计划的动态规划方法的一个随机版本,以确定模型的资产价格特征与损失厌恶偏好,结果表明,考虑损失厌恶情绪,就可以得到一个比通常来自纯粹的消费为基础的资产定价模型更好的结果;Foellmi 等^[31]研究了在损失厌恶和习惯形成存在下最优经济增长的 Cass-Koopmans-Ramsey 模型,并且找到了最优的消费路径;Siegmann^[32]研究了在不确定环境下损失厌恶代理人的最优储蓄规则,解决了对于损失厌恶代理人度量效用的两期消费和储蓄模型,其中代理人的效用来自相对于基本水平的消费;He 等^[33]研究了在连续时间下人类的希望、恐惧和渴望三种情绪对投资行为的影响,分别引入希望指数、恐惧指数和渴望指数,从而进一步的量化了投资行为;Berkelaar 等^[34]研究了损失厌恶下的投资组合选择,并且利用鞅方法求解得出了对于损失厌恶投资者的最优投资策略,分析了在假定市场是完备的并且对于资产定价是服从一般的伊藤过程时,如果损失厌恶投资者服从部分投资组合保险策略,并且当投资者的投资区间较短时,则他相对于带有平滑的幂效用函数的投资者来说,会考虑减少股票的初始投资组合权重。

近年来,国内也有学者研究了损失厌恶和其他影响因素对投资组合的影响.周嘉南等^[35]应用损失厌恶投资者的心理来解释市场的异常现象;徐绪松等^[36]在考虑损失规避的情形下,建立了期望效用投资组合选择模型,其中效用函数是财富变化和终端财富的函数,最终建立投资组合模型并且对我国的股票市场进行了实证分析;胡支军等^[37]研究了损失厌恶情形下的非线性投资组合问题,其中效用函数是终端财富的函数,由于效用函数有一部分是非光滑的,所以需要通过对一个特殊函数来进行光滑处理,最终建立了最优的投资组合模型;金秀等^[38]研究了

基于动态损失厌恶投资组合情形下的优化模型,并对其进行了实证分析;史金艳等^[39]研究了损失厌恶情况下的最优消费和投资问题,发现投资者的心理对最优消费和投资组合策略有很大影响;米辉等^[40]研究了在不完全市场条件下,而且在连续时间下损失厌恶投资者的投资组合选择问题,投资者的偏好由一个 S 型的值函数定义,其中不完全市场是通过资产的数量和与之驱动的布朗运动的维数不相同来刻画的,通过把不完全市场转化为完全市场之后,再利用鞅方法和复制技术来求解,得到了投资者的最优终端财富以及最优投资策略。

通过上述大量文献的论述,我们知道了投资者的损失厌恶情绪会对投资者的消费和投资组合选择有很大的影响.Bilsen 等^[41]考虑内部习惯形成,以及展望理论下的效用函数,研究了损失厌恶以及参考水平是内生性更新的消费与投资组合选择问题,分析在损失区域内两种对待风险的态度:风险喜好、风险厌恶.其中风险喜好和风险厌恶与效用函数里的曲率参数的选择有关.Abdellaoui 等^[42]指出在损失区域内不能得出效用函数的凹凸性,所以不仅需要考虑在损失区域内效用函数为凸的,而且还要考虑凹的情形.其中效用函数中的曲率参数决定了在损失区域内效用函数的凹凸性.然而在损失厌恶和动态的参考水平下的消费和投资组合问题还没有得到更多的关注,因此根据 Bilsen 等^[41]的工作给出下面模型。

假设在金融市场中,有一个无风险资产和 N 个风险资产,其中 $[0, T]$ 是连续的投资区间,则无风险资产的价格 B 满足:

$$\frac{dB_t}{B_t} = r_t dt, \quad B_0 = 1,$$

其中 r 是无风险利率过程.进一步的 N 维风险资产(股票)的价格过程满足下面的随机微分方程:

$$\frac{dS_t}{S_t} = \mu_t dt + \sigma_t dZ_t, \quad S_0 = \mathbf{1}_N,$$

其中, $\mathbf{1}_N$ 表示所有分量为 1 的 N 维向量, μ 表示 N 维的平均回报率, σ 表示 $(N \times N)$ 的波动率过程, Z 表示 N 维的布朗运动. 风险市场价格过程 λ 是方程 $\sigma_t \lambda_t = u_t - r_t \mathbf{1}_N$ 的解, 则唯一的状态价格密度过程 M 能被定义为

$$M_t = \exp \left\{ - \int_0^t r_s ds - \int_0^t \lambda_s^\top dZ_s - \frac{1}{2} \int_0^t \|\lambda_s\|^2 ds \right\}.$$

代理人的金融财富动力学方程 W 以及相应的消

费与投资组合策略 (c, π) 满足下面的动态预算约束:

$$dW_t = (r_t W_t + \pi_t^T \sigma_t \lambda_t - c_t) dt + \pi_t^T \sigma_t dZ_t, \quad W_0 \geq 0.$$

在展望理论下,我们假设代理人的效用函数 $u(c_t; \theta_t)$ 是通过分段的幂效用函数来表示的:

$$u(c_t; \theta_t) = v(c_t - \theta_t) \equiv \begin{cases} -k(\theta_t - c_t)^{\gamma_1}, & c_t < \theta_t, \\ (c_t - \theta_t)^{\gamma_2}, & c_t \geq \theta_t, \end{cases}$$

其中, θ_t 表示的是代理人的参考水平,并且是动态的, $\gamma_1 > 0$ 和 $\gamma_2 \in (0, 1)$ 是曲率参数, $k \geq 1$ 表示的是损失厌恶指数.如果消费大于参考水平,则代理人的效用就是正的效用,反之为负效用.

假设代理的参考水平满足:

$$d\theta_t = (\beta c_t - \alpha \theta_t) dt, \quad \theta_0 \geq 0,$$

其中 θ_0 表示的是代理人的初始的参考水平, $\alpha \geq 0$ 是相应的折旧参数, $\beta \geq 0$ 表示当前消费对参考水平反映的程度.

通过鞅方法,代理人的动态消费与投资组合选择问题可以转化为下面的等价的静态变分问题:

$$\begin{aligned} \max_c \text{imize } E \left[\int_0^T \exp \{ -\delta t \} v(c_t - \theta_t) dt \right], \\ E \left[\int_0^T M_t c_t dt \right] \leq W_0, \quad d\theta_t = (\beta c_t - \alpha \theta_t) dt, \\ c_t \geq \theta_t - L_t, \quad t \in [0, T], \end{aligned}$$

其中, $\delta \geq 0$ 表示时间偏好的比率.另外,假定 L_t 是仅仅依赖于时间 t , 如果 $L_t = \exp \{ -\alpha t \} \theta_0$, 则消费被保证是非负的.我们能把 $\theta_t - L_t$ 看作是代理人的最低消费水平.最后,通过对偶技术和鞅方法求解得到最优消费和投资组合 (c_t^*, π_t^*) . 进一步,考虑损失区域内的风险厌恶和风险喜好这两种情形,分别给出了最优消费与投资组合.同时,还比较了有内生性更新和没有内生性更新的情形,使得参考水平的内生性更新意味着金融冲击对消费的影响是随着时间光滑的,最后分析了相对于最优状态下的福利损失.

Bilsen 等^[41]的工作表现在如下几个方面:第一,考虑了人过去的行为会影响现在的消费,即消费习惯形成,且考虑参考水平是内生性更新的;第二,利用展望理论下的效用函数来刻画损失厌恶;第三,考虑在损失区域内效用函数的凹凸性;第四,利用对偶技术和鞅方法来求出最优消费和投资组合,并进行了数值模拟.

但是,在 Bilsen 等^[41]的工作中没有考虑通胀因素、跳扩散和 Knight 不确定的影响,所以可以在其模型的基础上分别加入以上三个因素的影响,使得模型更加贴近实际.

2 带有损失厌恶的消费和投资组合模型的拓展

在研究消费和投资组合分配问题时,为了使所建立的决策模型更加符合现实的经济环境,得出的相关结论更具有实际经济意义,以下分别对通胀、跳扩散和 Knight 不确定情形下关于消费和投资组合的问题进行分析,得出上述模型可以在这三个框架下进行拓展.

2.1 通胀环境下带有损失厌恶的最优消费和投资组合

对于金融市场的投资者来说,如何保证资产不受通货膨胀的侵蚀,如何保证在通胀背景下实现资产的价值增值,这是与每一个经济参与者利益密切相关的问题.因此在研究投资组合问题时,考虑通货膨胀这一因素是有必要的.已有许多学者开始研究通货膨胀是怎样影响消费和投资组合的.例如, Solnik^[43]讨论了通胀和最优投资者组合选择问题; Brennan 等^[44]研究了在通胀环境下投资者在有限投资区间内资产的配置问题,得出了带有幂效用函数的投资者最优动态策略,当投资者可以自由获得不受约束的投资组合部分时,得到了最优投资组合的闭型公式; Munk 等^[45]分析了在均值回复收益、随机利率和通胀不确定下的最优资产配置; Bensoussan 等^[46]研究了在通胀情形下,以消费和终端财富效用最大化为目标的投资者的最优消费和投资组合问题,其中消费篮子价格分别考虑了完全可观察和部分可观察的情况; Kwak 等^[47]研究了在通胀风险下投资者在连续时间内的最优消费、投资和人身保险决策问题; Fei^[48]研究了带通胀和马氏链转换下的金融市场中,以实现通胀折现后的消费效用最大化的目标,给出了投资者最优消费和投资策略的显式解,还对给出的理论进行了数值模拟,并给出相应的经济学分析; Fei 等^[49]研究了在通胀环境下把马尔科夫机制转换的最优控制应用到投资组合决策中,并且最优控制法则满足带有马尔科夫机制的广义 HJB 方程,然后通过广义 HJB 方程,研究了在马尔科夫机制和通胀环境下的最优消费和投资组合问题; 费为银等^[50]研究了投资者在通胀环境下带递归效用的最优消费和投资问题; 费为银等^[51]在展望理论的框架下,研究了通胀等因素对于带激励的对冲基金经理者最优投资策略的影响,以通胀折现因素后的终端财富预期效用最大化为标准的情况下,利用鞅方法推导了最优投资策略的显式解,最后对得出的理

论结果进行数值模拟,并给出了相应的经济意义.

由上述文献可以知道,为了使模型更加贴近真实的市场环境,在研究投资者的消费和投资组合时应该考虑通胀风险对投资者的影响,所以可以在带有损失厌恶的模型中考虑加入通胀因素,分析通胀带来的风险以及对投资者的影响,这样也更符合我国实际的经济环境.

2.2 跳扩散环境下带有损失厌恶的最优消费和投资组合

近年来极端金融风险频发,这样的突发事件会影响各国的金融市场,使资产价格发生大起大落乃至出现不连续的变化,所以跳风险对投资者的决策有重大影响.因此,在研究资产配置问题时也需要考虑跳因素的影响.例如,Press^[52]研究了证券价格的复合事件模型的问题,其中对数价格被假定是独立的并且是服从泊松分布的,跳跃幅度符合对数正态分布;Hanson等^[53]研究了关于对数正跳扩散过程的最优消费与投资组合控制的问题,在标的股票满足几何跳扩散过程,以及在满足消费和终端财富最大化效用的情形下,得出了最优消费和投资组合策略的解,其中跳扩散和跳的幅度是满足对数正态分布的;费为银等^[54]研究了跳风险和通胀因素对投资者的资产配置的影响,在满足通胀贴现后终端财富效用最大化的情形下,得出最优的资产配置策略,最后对结果进行了数值分析;Mi等^[55]研究了在跳扩散模型下的损失厌恶投资者的动态资产配置问题,并且将动态最优投资组合问题转化为终端财富的静态优化问题,首先求解最优终端财富,然后利用鞅表示方法得到了最优财富过程和投资策略.

通过上述文献的分析,发现跳风险会影响投资者的投资在风险资产的价格,进而影响最优的资产配置策略,最后可能会影响损失厌恶投资者的消费情况,所以在模型中考虑跳因素的影响是符合实际的.

2.3 Knight 不确定下带有损失厌恶的最优消费和投资组合

现代金融理论和经济主要研究决策者在面临不确定性条件下的投资组合选择的理论,其中不确定包括概率不确定和 Knight 不确定性两种情况.由于不完备的信息、不明确的数据、不精确的概率等因素引起的不确定称为 Knight 不确定.

Knight 不确定性在经济学研究中具有重要意义,越来越多的学者考虑在 Knight 不确定情形下研

究关于投资者的最优消费和投资组合问题.例如,Fei^[56]研究了具有模含糊和预期的最优消费与投资组合选择问题,其中效用函数是采用递推的而且是多先验的;张慧等^[57]研究了 Knight 不确定环境对欧式股票期权的最小定价的影响,在 Knight 不确定性的金融市场以及标的资产价格过程服从几何布朗运动的情形下,借助于倒向随机微分方程以及鞅方法求出了模型的显式解;韩立岩等^[58]在模糊测度的情况下,考虑了 Knight 不确定的期权定价问题;Fei^[59]研究了在含糊情形下,投资者的最优消费-闲暇、投资组合和退休选择问题,其中效用模型是运用 α -极大极小期望 CES 效用;费为银等^[60]研究了 Knight 不确定环境下,考虑负效用的投资者的最优消费和投资问题;余敏秀等^[61]研究了 Markov 切换以及在 Knight 不确定环境下,投资者的最优消费和投资组合问题,并利用鞅方法和对偶理论得到了模型的最优解;刘宏建等^[62]研究了 Knight 不确定以及考虑保险和退休的情形下,代理人的最优消费-投资和遗产问题,最后在三种不同约束下,得出最优的消费和投资组合,并进行了数值分析.

当投资者在面临 Knight 不确定性时,为了尽可能做出准确的投资决策,在研究中考虑风险资产价格的波动率具有 Knight 不确定性是非常重要的.由于 G-Brown 环境下资产价格的波动率具有 Knight 不确定性,为此,Peng^[63]研究了非线性期望尤其是次线性期望的一些性质,得出了在非线性的期望下的大数定律和中心极限定理,并且提出了最大化分布和 G-标准正态分布以及 G-Brown 运动,研究了 G-伊藤积分、G-鞅、Jensen 不等式以及相应的随机微分方程等;Fei等^[64]研究了在 G-布朗运动干扰下的最优随机控制、最优消费和投资组合问题,得出了在 G-Brown 运动下的最大化原理和相应的 HJB 方程以及其在随机控制、最优消费和投资组合方面的应用;费为银等^[65]研究了 Knight 不确定环境下,带有高水印的对冲基金管理者的最优投资策略,考虑风险资产价格具有 Knight 不确定下,建立了基金管理者的投资模型,由于风险资产受到 G-Brown 运动扰动,通过非线性期望的性质推导相应的 G-HJB 方程,最后得出基金管理者最优投资组合策略,并进行了经济分析.

所以,在含有损失厌恶的模型中,考虑风险资产价格过程受到 G-Brown 运动扰动,也就是资产价格的波动率具有 Knight 不确定性,在求解的过程中利

用次线性期望的一些性质和一些方法来求出模型的解,并分析出 Knight 不确定对模型的影响以及经济意义,这样就会使得模型更具有现实意义.

3 总结

首先,本文对现代投资组合理论的发展及其构成进行了简单的介绍.由于金融市场中投资组合的重要性以及研究的需要,所以关于投资组合问题引起了国内外众多学者的兴趣.同时,还给出了一些学者的研究进展.

其次,结合许多学者的研究发现,行为金融是未来发展的必然趋势,并且提出了关于损失厌恶投资者的最优消费和投资组合问题,而且详尽地介绍了国内外学者关于损失厌恶下的最优消费和投资组合的研究现状.在考虑损失厌恶投资者的最优消费和投资组合模型的情形下,利用展望理论给出模型的消费效用函数以及参考水平的动态性变化,给出参考水平是内生性更新和损失厌恶下的消费与投资投资组合模型.

最后,考虑在通胀环境下的损失厌恶投资者的消费和投资组合,分析了国内外学者在通胀环境下对资产配置的研究,得出在模型中加入通胀因素是比较符合实际的;在分析了跳环境下的最优投资组合和消费的研究现状后指出,在模型中考虑跳扩散因素是未来研究的方向之一;对在 Knight 不确定的环境下投资和消费的问题进行了阐述,得出在 Knight 不确定的环境下考虑投资组合和消费是值得研究的问题.所以,分别考虑通胀、跳扩散和 Knight 不确定三种因素使得模型得出的结果更具有现实意义.

参考文献

References

- [1] Markowitz H. Portfolio selection [J]. Journal of Finance, 1952, 7(1) : 77-91
- [2] Tobin J. Liquidity preference as behavior towards risk [J]. The Review of Economic Studies, 1958, 25(2) : 65-86
- [3] Sharpe W F. A simplified model for portfolio analysis [J]. Management science, 1963, 9(2) : 277-293
- [4] Fama E F. Multiperiod consumption-investment decisions [J]. American Economic Review, 1970, 60(1) : 163-174
- [5] Ross S A. The arbitrage theory of capital asset pricing [J]. Journal of Economic Theory, 1976, 13(3) : 341-360
- [6] Samuelson P A. Lifetime portfolio selection by dynamic stochastic programming [J]. Review of Economics and Statistics, 1969, 51(3) : 239-246
- [7] Merton R C. Lifetime portfolio selection under uncertainty: The continuous-time case [J]. Review of Economics and Statistics, 1969, 51(3) : 247-257
- [8] Ocone D L, Karatzas I. A generalized Clark representation formula, with application to optimal portfolios [J]. Stochastics, 1991, 34(3/4) : 187-220
- [9] Liu J. Portfolio selection in stochastic environments [J]. The Review of Financial Studies, 2007, 20(1) : 1-39
- [10] Kim T S, Omberg E. Dynamic nonmyopic portfolio behavior [J]. The Review of Financial Studies, 1996, 9(1) : 141-161
- [11] Wachter J. Portfolio and consumption decisions under mean-reverting returns: An exact solution for complete markets [J]. Journal of Financial and Quantitative Analysis, 2002, 37(1) : 63-91
- [12] Munk C. Portfolio and consumption choice with stochastic investment opportunities and habit formation in preferences [J]. Journal of Economic Dynamics and Control, 2008, 32(11) : 3560-3589.
- [13] Fama E F, French K R. Dividend yields and expected stock returns [J]. Journal of Financial Economics, 1988, 22(1) : 3-25
- [14] Koo H K. Consumption and portfolio selection with labor income: A continuous time approach [J]. Mathematical Finance, 1998, 8(1) : 49-65
- [15] Campbell J Y, Cochrane J H. By force of habit: A consumption-based explanation of aggregate stock market behavior [J]. Journal of Political Economy, 1999, 107(2) : 205-251
- [16] Cocco J F, Maenhout P J. Consumption and portfolio choice over the life cycle [J]. The Review of Financial Studies, 2005, 18(2) : 491-533
- [17] Merton R C. Optimum consumption and portfolio rules in a continuous-time model [J]. Journal of Economic Theory, 1971, 3(4) : 373-413
- [18] Karatzas I, Lehoczky J P, Sethi S P, et al. Explicit solution of a general consumption problem/investment problem [J]. Mathematics of Operations Research, 1986, 11(2) : 209-216
- [19] Karatzas I, Lehoczky J P, Shreve S. Optimal portfolio and consumption decisions for a 'small investor' on a finite horizon [J]. SIAM Journal on Control and Optimization, 1987, 25(6) : 1557-1586
- [20] Cox J, Huang C F. Optimal consumption and portfolio policies when asset prices follow a diffusion process [J]. Journal of Economic Theory, 1989, 49(1) : 33-83
- [21] Schroder M, Skiadas C. An isomorphism between asset pricing models with and without linear habit formation [J]. The Review of Financial Studies, 2002, 15(4) : 1189-1221
- [22] Kahneman D, Tversky A. Prospect theory: An analysis of decision under risk [J]. Econometrica, 1979, 47(2) : 263-292
- [23] Abel A B. Asset prices under habit formation and catching up with the Joneses [J]. The American Economic Review, 1990, 80(2) : 38-42
- [24] Constantinides G M. Habit formation: A resolution of the equity premium puzzle [J]. Journal of Political Economy, 1990, 98(3) : 519-543

- [25] Detemple J B, Zapatero F. Optimal consumption-portfolio policies with habit formation [J]. *Mathematical Finance*, 1992, 2(4): 251-274
- [26] Gomes F J. Portfolio choice and trading volume with loss-averse investors [J]. *Journal of Business*, 2005, 78(2): 675-706
- [27] Köszegi B, Rabin M. A model of reference-dependent preferences [J]. *The Quarterly Journal of Economics*, 2006, 121(4): 1133-1165
- [28] Barberis N, Huang M, Santos T. Prospect theory and asset prices [J]. *The Quarterly Journal of Economics*, 2001, 116(1): 1-53
- [29] Jin H Q, Zhou X Y. Behavioral portfolio selection in continuous time [J]. *Mathematical Finance*, 2008, 18(3): 385-426
- [30] Grüne L, Semmler W. Asset pricing with loss aversion [J]. *Journal of Economic Dynamics & Control*, 2008, 32(10): 3253-3274
- [31] Foellmi R, Rosenblatt-Wisch R, Schenk-Hoppé K R. Consumption paths under prospect utility in an optimal growth model [J]. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 2011, 35(3): 273-281
- [32] Siegmann A. Optimal saving rules for loss-averse agents under uncertainty [J]. *Economics Letters*, 2001, 77(1): 27-34
- [33] He X D, Zhou X Y. Hope, fear and aspirations [J]. *Mathematical Finance*, 2016, 26(1): 3-50
- [34] Berkelaar A B, Kouwenberg R, Post T. Optimal portfolio choice under loss aversion [J]. *The Review of Economics and Statistics*, 2004, 86(4): 973-987
- [35] 周嘉南, 黄登仕. 损失厌恶能否解释“好消息提前, 坏消息延后” [J]. *管理科学学报*, 2009, 12(6): 125-138
ZHOU Jianan, HUANG Dengshi. Good news early, bad news late: The impact of loss aversion [J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2009, 12(6): 125-138
- [36] 徐绪松, 马莉莉, 陈彦斌. 考虑损失规避的期望效用投资组合模型 [J]. *中国管理科学*, 2007, 15(5): 42-47
XU Xusong, MA Lili, CHEN Yanbin. Optimal portfolio choice model based on loss aversion [J]. *Chinese Journal of Management Science*, 2007, 15(5): 42-47
- [37] 胡支军, 叶丹. 基于损失厌恶的非线性投资组合问题 [J]. *中国管理科学*, 2010, 18(4): 28-33
HU Zhijun, YE Dan. Nonlinear portfolio selection problem based on loss aversion [J]. *Chinese Journal of Management Science*, 2010, 18(4): 28-33
- [38] 金秀, 王佳. 基于动态损失厌恶投资组合优化模型及实证研究 [J]. *运筹与管理*, 2014, 23(1): 188-195
JIN Xiu, WANG Jia. Portfolio optimization model based on dynamic loss aversion and empirical research [J]. *Operations Research and Management Science*, 2014, 23(1): 188-195
- [39] 史金艳, 李凯, 郁培丽. 考虑损失厌恶的最优消费投资决策 [J]. *东北大学学报(自然科学版)*, 2005, 26(12): 1196-1199
SHI Jinyan, LI Kai, YU Peili. Optimal consumption and investment strategies with loss aversion [J]. *Journal of Northeastern University (Natural Science)*, 2005, 26(12): 1196-1199
- [40] 米辉, 张曙光. 不完全市场下考虑损失厌恶的连续时间投资组合选择 [J]. *运筹学学报*, 2012, 16(1): 1-12
MI Hui, ZHANG Shuguang. Continuous-time portfolio selection with loss aversion in an incomplete market [J]. *Operations Research Transactions*, 2012, 16(1): 1-12
- [41] Van Bilsen S, Laeven R J, Nijman T. Consumption and portfolio choice under loss aversion and endogenous updating of the reference level [C] // 27th Australasian Finance and Banking Conference, 2014, <https://ssrn.com/abstract=2479005>
- [42] Abdellaoui M, Vossman F, Weber M. Choice-based elicitation and decomposition of decision weights for gains and losses under uncertainty [J]. *Management Science*, 2005, 51(9): 1384-1399
- [43] Solnik B H. Inflation and optimal portfolio choices [J]. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 1978, 13(5): 903-925
- [44] Brennan M J, Xia Y. Dynamic asset allocation under inflation [J]. *The Journal of Finance*, 2002, 57(3): 1201-1238
- [45] Munk C, Sørensen C, Vinther T N. Dynamic asset allocation under mean-reverting returns, stochastic interest rates, and inflation uncertainty: Are popular recommendations consistent with rational behavior? [J]. *International Review of Economics & Finance*, 2004, 13(2): 141-166
- [46] Bensoussan A, Keppo J, Sethi S P. Optimal consumption and portfolio decisions with partially observed real prices [J]. *Mathematical Finance*, 2009, 19(2): 215-236
- [47] Kwak M, Lim B H. Optimal portfolio selection with life insurance under inflation risk [J]. *Journal of Banking & Finance*, 2014, 46: 59-71
- [48] Fei W Y. Optimal consumption and portfolio under inflation and Markovian switching [J]. *Stochastics*, 2013, 85(2): 272-285
- [49] Fei C, Fei W Y. Optimal control of Markovian switching systems with applications to portfolio decisions under inflation [J]. *Acta Mathematica Scientia*, 2015, 35(2): 439-458
- [50] 费为银, 吕会影, 余敏秀. 通胀服从均值回复过程的最优消费和投资决策 [J]. *系统工程学报*, 2014, 29(6): 791-798
FEI Weiyan, LÜ Huiying, YU Minxiu. Decision making for optimal consumption and portfolio under inflation with mean-reverting process [J]. *Journal of Systems Engineering*, 2014, 29(6): 791-798
- [51] 费为银, 李允贺, 夏登峰. 通胀下带激励的对冲基金最优投资 [J]. *系统工程理论与实践*, 2015, 35(11): 2740-2748
FEI Weiyan, LI Yunhe, XIA Dengfeng. Optimal investment strategies of hedge funds with incentive fees under inflationary environment [J]. *Systems Engineering-Theory & Practice*, 2015, 35(11): 2740-2748
- [52] Press S J. A compound events model for security prices [J]. *Journal of Business*, 1967, 40(3): 317-335
- [53] Hanson F B, Westman J J. Optimal consumption and portfolio control for jump-diffusion stock process with log-normal jumps [C] // Proceedings of the 2002 American Control Conference, 2002, 5(2): 4256-4261

- [54] 费为银,蔡振球,夏登峰.跳扩散环境下带通胀的最优动态资产配置[J].管理科学学报,2015,18(8):83-94
FEI Weiyin, CAI Zhenqiu, XIA Dengfeng. Dynamic asset allocation with inflation under jump-diffusion environment [J]. Journal of Management Sciences in China, 2015, 18(8):83-94
- [55] Mi H, Bi X C, Zhang S G. Dynamic asset allocation with loss aversion in a jump-diffusion model [J]. Acta Mathematicae Applicatae Sinica, 2015, 31(2):557-566
- [56] Fei W Y. Optimal consumption and portfolio choice with ambiguity and anticipation [J]. Information Sciences, 2007, 117(23):5178-5190
- [57] 张慧,聂秀山. Knight 不确定环境下欧式股票期权的最小定价模型[J].山东大学学报(理学版),2007,42(11):121-126
ZHANG Hui, NIE Xiushan. Minimal pricing models of European stock options under Knight uncertainty [J]. Journal of Shandong University (Natural Science), 2007, 42(11):121-126
- [58] 韩立岩,周娟. Knight 不确定环境下基于模糊测度的期权定价模型[J].系统工程理论与实践,2007,27(12):123-132
HAN Liyan, ZHOU Juan. Option pricing with fuzzy measures under Knightian uncertainty [J]. Systems Engineering-Theory & Practice, 2007, 27(12):123-132
- [59] Fei W Y. Optimal consumption-leisure, portfolio and retirement selection based on α -maxmin expected CES utility with ambiguity [J]. Applied Mathematics-A Journal of Chinese Universities, 2012, 27(4):435-454
- [60] 费为银,陈超,梁勇. Knight 不确定下考虑负效用的消费和投资问题研究[J].应用概率统计,2013,29(1):53-63
FEI Weiyin, CHEN Chao, LIANG Yong. Optimal consumption-portfolio and retirement problem with disutility under Knightian uncertainty [J]. Chinese Journal of Applied Probability and Statistics, 2013, 29(1):53-63
- [61] 余敏秀,费为银,夏登峰. Markov 切换具有 Knight 不确定下最优消费和投资组合研究[J].应用概率统计,2014,30(4):353-371
YU Minxiu, FEI Weiyin, XIA Dengfeng. Optimal consumption and portfolio with ambiguity to Markovian switching [J]. Chinese Journal of Applied Probability and Statistics, 2014, 30(4):353-371
- [62] 刘宏建,费为银,朱永王,等. Knight 不确定下考虑保险和退休的最优消费-投资和遗产问题研究[J].运筹学学报,2014,18(3):88-98
LIU Hongjian, FEI Weiyin, ZHU Yongwang, et al. Optimal consumption-portfolio and bequest with insurance and retirement under Knighting uncertainty [J]. Operations Research Transactions, 2014, 18(3):88-98
- [63] Peng S G. Nonlinear expectations and stochastic calculus under uncertainty-With robust limit theorem and G-growth motion [Z]. Preprint, arxiv:1002.4546v1, [math.PR], 2010
- [64] Fei W Y, Fei C. Optimal stochastic control and optimal consumption and portfolio with G-Brownian motion [Z]. Preprint, arxiv:1309.0209v1, [math.PR], 2013
- [65] 费为银,朱涛涛,费晨.奈特不确定下带高水印的对冲基金最优投资组合[J].工程数学学报,2015,32(6):823-834
FEI Weiyin, ZHU Taotao, FEI Chen. Optimal portfolio of hedge funds with high water mark under Knightian uncertainty [J]. Chinese Journal of Engineering Mathematics, 2015, 32(6):823-834

Research advances on the theory of optimal consumption and portfolio for loss aversion

LUO Xu¹ FEI Weiyin¹ XIA Dengfeng¹

¹ School of Mathematics and Physics, Anhui Polytechnic University, Wuhu 241000

Abstract Since the advent of the Markowitz portfolio theory, the portfolio choice problem has been concerned and researched by many scholars. In this paper, we first explain the theoretical framework of modern portfolio, and introduce the main researchers and their studied results as well as methods in different periods. Then we discuss the optimal consumption-portfolio problem with behavioral portfolio in detail and a portfolio model with loss aversion is presented. Finally, we give the expansion of the framework of the consumption and investment portfolio model with loss aversion under the inflation, the jump-diffusion and the Knight uncertainty.

Key words behavioral finance; loss aversion; portfolio; inflation; jump diffusion; Knight uncertainty; martingale method