



初态学习下广义系统的迭代学习控制算法

摘要

针对一类在有限时间区间上运行的广义系统,提出了一种初态学习下的迭代学习控制算法,该算法对系统的控制输入采用闭环带指数变增益 D 型学习律.基于算子理论,给出了算法的收敛条件.该算法与闭环 D 型算法相比,在保证收敛的基础上加快了算法的收敛速度.数值仿真结果说明了该算法的优越性.

关键词

广义系统;迭代学习控制;收敛速度;初态学习

中图分类号 TP273

文献标志码 A

0 引言

自 1984 年 Arimoto 等^[1]提出迭代学习控制(Iterative Learning Control, ILC)方法以来,该方法便引起了控制界的极大关注.ILC 提供了一种新颖的控制策略,它不依赖于系统的精确模型,通过对被控系统进行控制尝试,以输出轨迹与给定轨迹的偏差修正不理想的控制信号,产生新的控制信号,使得系统的跟踪性能得以提高^[2-3].迭代学习控制的初始条件是指在每次迭代开始之前,对系统迭代初始点的重复定位操作所限定的条件^[2-3].目前大多数的研究都要求被控对象在每次运行时的初始状态精确在期望轨迹对应的初试状态上,这种情况在实际中是很难实现的.

初值问题是迭代学习控制的研究问题之一,已有许多研究成果.文献[4]分别对线性和非线性系统在任意初态下的迭代学习控制进行研究.文献[5]研究了具有任意初值的非线性系统的 D 型闭环迭代学习控制算法,该方法可克服由于系统初态与期望状态初态不同而引起的系统输出不能完全跟踪期望轨迹的缺陷.文献[6]研究了具有固定初值的非线性系统的 D 型开环和 PD 型开环的迭代学习控制算法,其中 D 型算法得到输出轨迹与期望轨迹存在恒定偏差,而 PD 型算法可以有效减少这种偏差.文献[7]研究了对于具有固定偏差和任意偏差的非线性系统 D 型开环学习律.收敛速度是迭代学习控制中比较关心的问题.如果只考虑算法的收敛性而忽略收敛速度,那么对实际系统设计迭代学习控制器时往往达不到工程要求.文献[8]通过几何分析,提出了一种快速迭代学习控制算法,该算法与常规算法相比有较快的收敛速度.文献[9]分别针对不同形式的学习算法、学习算法中的参数变量以及误差这三种不同情形分析迭代学习控制的收敛速度问题,根据仿真结果分析收敛速度问题并且得出相关结论.文献[10]考虑了一种学习增益可变的迭代学习控制算法,与学习增益不变的迭代学习控制律相比,其收敛速度显著提高.

广义系统是一类具有广泛应用背景的动力系统,大量出现在许多实际问题中^[11],如经济系统、电力系统、电子网络等.文献[12]针对连续线性广义系统的受限等价形式,提出了一种由 P 型和 D 型算法相结合的迭代学习控制算法.文献[13-14]分别研究了广义线性系统 P 型、闭环 D 型和 PD 型算法.文献[15]针对离散广义系统的受限等价形式,设计了 PD 型闭环迭代学习控制器.文献[16]针对广义系统

收稿日期 2017-04-30

资助项目 国家自然科学基金(61374104, 61573154)资助

作者简介

田森平,男,博士,教授,研究方向为迭代学习控制理论与应用. ausptian@scut.edu.cn

1 华南理工大学 自动化科学与工程学院,广州,510640

2 广东工业大学 自动化学院,广州,510006

3 华南理工大学 电子与信息学院,广州,510640

提出了带反馈控制的采样迭代学习控制算法.

以上关于广义系统迭代学习控制算法的研究中,都是在基于迭代初值和期望初值相等的条件下进行的.本文研究一类广义系统迭代学习控制中的初值问题,提出了一种带指数变增益的闭环 D 型学习律,算法中对初始状态采用迭代学习控制策略,在所给的 ILC 算法的收敛条件下,对其进行了完整的收敛性分析.与通常的闭环 D 型算法相比,该算法在保证收敛的前提下可以加快收敛速度,同时避免了初始状态重复的问题.

1 系统描述及算法

考虑如下重复运行的连续广义系统:

$$\begin{cases} E\dot{\mathbf{x}}_k(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}_k(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}_k(t), \\ \mathbf{y}_k(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}_k(t), \end{cases} \quad (1)$$

其中, $\mathbf{E} \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 、 $\mathbf{A} \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 、 $\mathbf{B} \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 、 $\mathbf{C} \in \mathbf{R}^{s \times n}$ 为定常矩阵, \mathbf{E} 是奇异矩阵, 即 $\text{rank}(\mathbf{E}) = q < n$. $\mathbf{x}_k(t)$ 、 $\mathbf{u}_k(t)$ 、 $\mathbf{y}_k(t)$ 分别是具有相应维数的状态信号、输入信号和输出信号. k 为迭代次数, 时间变量 $t \in [0, T]$.

假设系统(1)满足以下条件:

(A1) 系统(1)是正则的;

(A2) 系统(1)是可达的, 即在有限区间 $[0, T]$ 上, 对于给定期望信号 $\mathbf{y}_d(t)$ 总存在相对应的控制输入 $\mathbf{u}_d(t)$, 使得:

$$\begin{cases} E\dot{\mathbf{x}}_d(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}_d(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}_d(t), \\ \mathbf{y}_d(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}_d(t). \end{cases} \quad (2)$$

针对系统(1), 输入信号采用指数变增益的闭环 D 型 ILC 算法, 同时对初始状态采用一种开环 P 型 ILC 算法:

$$\mathbf{u}_{k+1}(t) = \mathbf{u}_k(t) + e^{ht} \mathbf{\Gamma} \dot{\mathbf{e}}_{k+1}(t), \quad (3)$$

$$\mathbf{x}_{k+1}(0) = \mathbf{x}_k(0) + \hat{\mathbf{B}}(0) \mathbf{\Gamma} \mathbf{e}_k(0), \quad k=1, 2, 3, \dots \quad (4)$$

其中, $\mathbf{e}_k(t) = \mathbf{y}_d(t) - \mathbf{y}_k(t)$, $h \geq 0$, $\mathbf{\Gamma}$ 为相应维数的学习矩阵, 且使矩阵 $(\mathbf{E} + e^{ht} \mathbf{B}\mathbf{\Gamma}\mathbf{C})$ 可逆, $\hat{\mathbf{B}}(t) = (\mathbf{E} + e^{ht} \mathbf{B}\mathbf{\Gamma}\mathbf{C})^{-1} \mathbf{B}$.

2 收敛性分析

引理 1^[2] 假设 $x(t)$, $c(t)$, 和 $a(t)$ 是 $[0, T]$ 上的实值连续函数, 且 $a(t)$ 在 $[0, T]$ 上非负, 如果下式成立:

$$x(t) \leq c(t) + \int_0^t a(\tau) x(\tau) d\tau, \quad t \in [0, T],$$

则

$$x(t) \leq c(t) + \int_0^t a(\tau) c(\tau) e^{\int_\tau^t a(\sigma) d\sigma} d\tau, \quad t \in [0, T].$$

引理 2^[2] 假设一个常数序列 $\{b_k\}_{k \geq 0}$ ($b_k \geq 0$) 在 $k \rightarrow \infty$ 的时候收敛于零, 定义算子 \mathbf{Q}_k , 即 $\mathbf{Q}_k: \mathbf{C}_r[0, T] \rightarrow \mathbf{C}_r[0, T]$ 满足不等式:

$$\|\mathbf{Q}_k(\mathbf{u})(t)\| \leq M \left(b_k + \int_0^t \|u(s)\| ds \right),$$

其中, $M > 1$ 是常数, $\mathbf{C}_r[0, T]$ 上的 r 维向量取最大值范数, 设 $\mathbf{P}(t)$ 是 $r \times r$ 维连续函数矩阵. 令算子 $\mathbf{P}: \mathbf{C}_r[0, T] \rightarrow \mathbf{C}_r[0, T]$ 为 $\mathbf{P}(\mathbf{u})(t) = \mathbf{P}(t)\mathbf{u}(t)$, 若 $\mathbf{P}(t)$ 的谱半径小于 1, 那么对于变量 t , 下列式子成立:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} (\mathbf{P} + \mathbf{Q}_k)(\mathbf{P} + \mathbf{Q}_{k-1}) \cdots (\mathbf{P} + \mathbf{Q}_0)(\mathbf{u})(t) = 0.$$

定理 1 对于由系统(1)和 ILC 算法(3)、(4)描述的被控系统, 若假设条件(A1)、(A2)成立并且满足:

$$\rho(\mathbf{I} - e^{ht} \mathbf{C}\hat{\mathbf{B}}(t)\mathbf{\Gamma}) < 1, \quad (5)$$

则当迭代学习次数 $k \rightarrow \infty$, 在有限时间区间 $t \in [0, T]$ 上, 期望信号误差 $\mathbf{e}_k(t)$ 一致收敛于零, 即 $\mathbf{y}_k(t)$ 一致收敛于期望信号 $\mathbf{y}_d(t)$. 其中, $\mathbf{\Gamma}$ 、 \mathbf{I} 为具有相应维数的学习矩阵和单位矩阵, 矩阵 $(\mathbf{E} + e^{ht} \mathbf{B}\mathbf{\Gamma}\mathbf{C})$ 可逆, $\hat{\mathbf{B}}(t) = (\mathbf{E} + e^{ht} \mathbf{B}\mathbf{\Gamma}\mathbf{C})^{-1} \mathbf{B}$.

证明 记

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{x}_k(t) &= \mathbf{x}_d(t) - \mathbf{x}_k(t), \quad \Delta \mathbf{u}_k(t) = \mathbf{u}_d(t) - \mathbf{u}_k(t), \\ \mathbf{e}_k(t) &= \mathbf{y}_d(t) - \mathbf{y}_k(t), \end{aligned}$$

其中, $\mathbf{x}_d(t)$ 、 $\mathbf{u}_d(t)$ 、 $\mathbf{y}_d(t)$ 分别为期望信号上对应的状态信号、控制信号和输出信号.

结合系统(1)和条件(A2)的可达性, 可得:

$$\begin{cases} E\Delta \dot{\mathbf{x}}_k(t) = \mathbf{A}\Delta \mathbf{x}_k(t) + \mathbf{B}\Delta \mathbf{u}_k(t), \\ \mathbf{e}_k(t) = \mathbf{C}\Delta \mathbf{x}_k(t), \end{cases} \quad (6)$$

由 ILC 算法(3), 可得:

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{u}_{k+1}(t) &= \mathbf{u}_d(t) - \mathbf{u}_{k+1}(t) = \\ &= \mathbf{u}_d(t) - \mathbf{u}_k(t) - (\mathbf{u}_{k+1}(t) - \mathbf{u}_k(t)) = \\ &= \Delta \mathbf{u}_k(t) - e^{ht} \mathbf{\Gamma} \dot{\mathbf{e}}_{k+1}(t) = \\ &= \Delta \mathbf{u}_k(t) - e^{ht} \mathbf{\Gamma}\mathbf{C}\Delta \dot{\mathbf{x}}_{k+1}(t), \end{aligned} \quad (7)$$

由式(7)和式(6)中的第一个等式, 可得:

$$\begin{aligned} E\Delta \dot{\mathbf{x}}_{k+1}(t) &= \mathbf{A}\Delta \mathbf{x}_{k+1}(t) + \mathbf{B}\Delta \mathbf{u}_{k+1}(t) = \\ &= \mathbf{A}\Delta \mathbf{x}_{k+1}(t) + \mathbf{B}\Delta \mathbf{u}_k(t) - e^{ht} \mathbf{B}\mathbf{\Gamma}\mathbf{C}\Delta \dot{\mathbf{x}}_{k+1}(t). \end{aligned} \quad (8)$$

由定理 1 中矩阵 $(\mathbf{E} + e^{ht} \mathbf{B}\mathbf{\Gamma}\mathbf{C})$ 可逆, 式(8)可改写为

$$\Delta \dot{\mathbf{x}}_{k+1}(t) = \hat{\mathbf{A}}(t) \Delta \mathbf{x}_{k+1}(t) + \hat{\mathbf{B}}(t) \Delta \mathbf{u}_k(t), \quad (9)$$

其中 $\hat{\mathbf{A}}(t) = (\mathbf{E} + e^{ht} \mathbf{B}\mathbf{\Gamma}\mathbf{C})^{-1} \mathbf{A}$, $\hat{\mathbf{B}}(t) = (\mathbf{E} + e^{ht} \mathbf{B}\mathbf{\Gamma}\mathbf{C})^{-1} \mathbf{B}$.

对式(9)两边同时在 $[0, T]$ 积分, 可得:

$$\Delta \mathbf{x}_{k+1}(t) = \Delta \mathbf{x}_{k+1}(0) + \int_0^t \hat{\mathbf{A}}(\tau) \Delta \mathbf{x}_{k+1}(\tau) d\tau +$$

$$\int_0^t \hat{\mathbf{B}}(\tau) \Delta \mathbf{u}_k(\tau) d\tau. \quad (10)$$

现对 $\Delta \mathbf{x}_{k+1}(t)$ 进行估计.由式(10)、初试状态迭代关系式(4)、式(7),可得:

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{x}_{k+1}(t) - \Delta \mathbf{x}_k(t) &= \Delta \mathbf{x}_{k+1}(0) - \Delta \mathbf{x}_k(0) + \\ &\int_0^t \hat{\mathbf{A}}(\tau) (\Delta \mathbf{x}_{k+1}(\tau) - \Delta \mathbf{x}_k(\tau)) d\tau + \\ &\int_0^t \hat{\mathbf{B}}(\tau) (\Delta \mathbf{u}_k(\tau) - \Delta \mathbf{u}_{k-1}(\tau)) d\tau + \\ &- e^{ht} c(t) \Gamma \mathbf{e}_k(t) + \int_0^t \hat{\mathbf{A}}(\tau) (\Delta \mathbf{x}_{k+1}(\tau) - \Delta \mathbf{x}_k(\tau)) d\tau + \\ &h \int_0^t \hat{\mathbf{B}}(\tau) \Gamma e^{h\tau} \mathbf{e}_k(\tau) d\tau + \int_0^t \dot{\hat{\mathbf{B}}}(\tau) \Gamma e^{h\tau} \mathbf{e}_k(\tau) d\tau. \quad (11) \end{aligned}$$

对 $\mathbf{e}_{k+1}(t)$ 进行估计,结合式(6)中第二个等式和式(11),可得:

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_{k+1}(t) - \mathbf{e}_k(t) &= \mathbf{C}(\Delta \mathbf{x}_{k+1}(t) - \Delta \mathbf{x}_k(t)) = \\ &- e^{ht} \mathbf{C} \hat{\mathbf{B}}(t) \Gamma \mathbf{e}_k(t) + \mathbf{C} \int_0^t \hat{\mathbf{A}}(\tau) (\Delta \mathbf{x}_{k+1}(\tau) - \Delta \mathbf{x}_k(\tau)) d\tau + \\ &h \mathbf{C} \int_0^t \hat{\mathbf{B}}(\tau) \Gamma e^{h\tau} \mathbf{e}_k(\tau) d\tau + \mathbf{C} \int_0^t \dot{\hat{\mathbf{B}}}(\tau) \Gamma e^{h\tau} \mathbf{e}_k(\tau) d\tau, \quad (12) \end{aligned}$$

于是

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_{k+1}(t) &= (\mathbf{I} - e^{ht} \mathbf{C} \hat{\mathbf{B}}(t) \Gamma) \mathbf{e}_k(t) + \\ &\mathbf{C} \int_0^t \hat{\mathbf{A}}(\tau) (\Delta \mathbf{x}_{k+1}(\tau) - \Delta \mathbf{x}_k(\tau)) d\tau + \\ &h \mathbf{C} \int_0^t \hat{\mathbf{B}}(\tau) \Gamma e^{h\tau} \mathbf{e}_k(\tau) d\tau + \\ &\mathbf{C} \int_0^t \dot{\hat{\mathbf{B}}}(\tau) \Gamma e^{h\tau} \mathbf{e}_k(\tau) d\tau. \quad (13) \end{aligned}$$

定义算子 $\mathbf{P}: \mathbf{C}_s[0, T] \rightarrow \mathbf{C}_s[0, T]$ 为

$$\mathbf{P} \mathbf{e}_k(t) = (\mathbf{I} - e^{ht} \mathbf{C} \hat{\mathbf{B}}(t) \Gamma) \mathbf{e}_k(t), \quad (14)$$

定义算子 $\mathbf{Q}_k: \mathbf{C}_s[0, T] \rightarrow \mathbf{C}_s[0, T]$ 为

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_k(\mathbf{e}_k)(t) &= \mathbf{C} \int_0^t \hat{\mathbf{A}}(\tau) (\Delta \mathbf{x}_{k+1}(\tau) - \Delta \mathbf{x}_k(\tau)) d\tau + \\ &h \mathbf{C} \int_0^t \hat{\mathbf{B}}(\tau) \Gamma e^{h\tau} \mathbf{e}_k(\tau) d\tau + \mathbf{C} \int_0^t \dot{\hat{\mathbf{B}}}(\tau) \Gamma e^{h\tau} \mathbf{e}_k(\tau) d\tau, \quad (15) \end{aligned}$$

那么式(13)可表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_{k+1}(t) &= \mathbf{P} \mathbf{e}_k(t) + \mathbf{Q}_k(\mathbf{e}_k)(t) = \\ &(\mathbf{P} + \mathbf{Q}_k)(\mathbf{P} + \mathbf{Q}_{k-1}) \cdots (\mathbf{P} + \mathbf{Q}_0)(\mathbf{e}_0)(t). \quad (16) \end{aligned}$$

对算子 \mathbf{Q}_k 进行估计,对式(11)两端同时取范数,可得:

$$\begin{aligned} \|\Delta \mathbf{x}_{k+1}(t) - \Delta \mathbf{x}_k(t)\| &\leq \\ &e^{ht} \|\hat{\mathbf{B}}(t)\| \|\Gamma\| \|\mathbf{e}_k(t)\| + \\ &\int_0^t \|\hat{\mathbf{A}}(\tau)\| \|\Delta \mathbf{x}_{k+1}(\tau) - \Delta \mathbf{x}_k(\tau)\| d\tau + \\ &h e^{ht} \int_0^t \|\hat{\mathbf{B}}(\tau)\| \|\Gamma\| \|\mathbf{e}_k(\tau)\| d\tau + \\ &e^{ht} \int_0^t \|\dot{\hat{\mathbf{B}}}(\tau)\| \|\Gamma\| \|\mathbf{e}_k(\tau)\| d\tau \leq \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &b f e^{ht} \|\mathbf{e}_k(t)\| + a \int_0^t \|\Delta \mathbf{x}_{k+1}(\tau) - \Delta \mathbf{x}_k(\tau)\| d\tau + \\ &(h b f + b_1 f) e^{ht} \int_0^t \|\mathbf{e}_k(\tau)\| d\tau, \quad (17) \end{aligned}$$

其中, $b = \sup_{t \in [0, T]} \|\hat{\mathbf{B}}(t)\|$, $a = \sup_{t \in [0, T]} \|\hat{\mathbf{A}}(t)\|$, $f = \|\Gamma\|$, $b_1 = \sup_{t \in [0, T]} \|\dot{\hat{\mathbf{B}}}(t)\|$.

根据引理1和式(17),可得:

$$\begin{aligned} \|\Delta \mathbf{x}_{k+1}(t) - \Delta \mathbf{x}_k(t)\| &\leq \\ &b f e^{ht} \|\mathbf{e}_k(t)\| + a b f e^{ht} \int_0^t \|\mathbf{e}_k(\tau)\| e^{\int_0^\tau a d\tau} d\tau + \\ &(h b f + b_1 f) e^{ht} \int_0^t \|\mathbf{e}_k(\tau)\| d\tau \leq \\ &b f e^{ht} \|\mathbf{e}_k(t)\| + M \int_0^t \|\mathbf{e}_k(\tau)\| d\tau, \quad (18) \end{aligned}$$

其中, $M = (a b f e^{aT} + h b f + b_1 f) e^{ht}$.

结合式(18),对式(15)两端同时取范数,可得:

$$\begin{aligned} \|\mathbf{Q}_k(\mathbf{e}_k)(t)\| &\leq \\ &a c \int_0^t \|\Delta \mathbf{x}_{k+1}(\tau) - \Delta \mathbf{x}_k(\tau)\| d\tau + \\ &h c b f \int_0^t \|\mathbf{e}_k(\tau)\| d\tau + c b_1 f e^{ht} \int_0^t \|\mathbf{e}_k(\tau)\| d\tau \leq \\ &a c b f e^{ht} \int_0^t \|\mathbf{e}_k(\tau)\| d\tau + a c M T \int_0^t \|\mathbf{e}_k(s)\| ds + \\ &(h c b f + c b_1 f e^{ht}) \int_0^t \|\mathbf{e}_k(\tau)\| d\tau \leq \\ &(a c b f e^{ht} + a c M T + h c b f + c b_1 f e^{ht}) \int_0^t \|\mathbf{e}_k(\tau)\| d\tau \leq \\ &M_1 \int_0^t \|\mathbf{e}_k(\tau)\| d\tau, \quad (19) \end{aligned}$$

其中, $c = \|\mathbf{C}\|$, $M_1 = \max(1, a c b f e^{ht} + a c M T + h c b f + c b_1 f e^{ht})$.

通过引理2,式(5)、(13)、(19),可得:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \|\mathbf{e}_k(t)\| = 0, \quad (20)$$

故在 $t \in [0, T]$ 上, $\lim_{k \rightarrow \infty} \mathbf{y}_k(t) = \mathbf{y}_d(t)$ 一致成立.

3 算法的数值仿真

假设系统(1)为

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{x}}_k^{(1)}(t) \\ \dot{\mathbf{x}}_k^{(2)}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{x}_k^{(1)}(t) \\ \mathbf{x}_k^{(2)}(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{u}_k^{(1)}(t) \\ \mathbf{u}_k^{(2)}(t) \end{pmatrix}, \\ \begin{pmatrix} \mathbf{y}_k^{(1)}(t) \\ \mathbf{y}_k^{(2)}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{x}_k^{(1)}(t) \\ \mathbf{x}_k^{(2)}(t) \end{pmatrix}, \end{cases}$$

选取D型学习增益矩阵为 $\Gamma = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$, 系统运行时

间为 $t \in [0, 2]$, 采样时间取 0.105 3 s, 期望信号取

$$y_d(t) = \begin{bmatrix} 2\sin(4t) \\ 3e^t - 3 \end{bmatrix},$$

选取指数增益部分为 e^{2t} , 通过计算可得:

$$E + e^{2t} BIC = \begin{bmatrix} 1 + e^{2t} & 0 \\ 0 & 2e^{2t} \end{bmatrix}.$$

矩阵 $(E + e^{2t} BIC)$ 可逆, 满足定理条件. 通过计算

$$\text{可得: } I - e^{2t} C\hat{B}(t)\Gamma = \begin{bmatrix} \frac{1}{1+e^{2t}} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \rho(I - e^{2t} C\hat{B}(t)\Gamma) < 1,$$

满足收敛条件式(5).

初始输入为 $u(0) = [0, 0]^T$, 第一次初始状态值为 $x_k(0) = [0, 0]^T$. 从第二次开始初值采用:

$$x_{k+1}(0) = x_k(0) + \hat{B}(0)\Gamma e_k(0) = \begin{bmatrix} x_k^{(1)}(0) \\ x_k^{(2)}(0) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_k^{(1)}(0) \\ 3e_k^{(2)}(0) \end{bmatrix}.$$

为了更好展现指数变增益的 D 型算法的优越性, 分别对不带指数变增益的 D 型算法和指数变增益的 D 型算法进行仿真. 通过仿真可以得到在迭代学习律式(4)和迭代初值式(2)这种情况下系统输出相关结果, 如图 1 至图 4 所示.

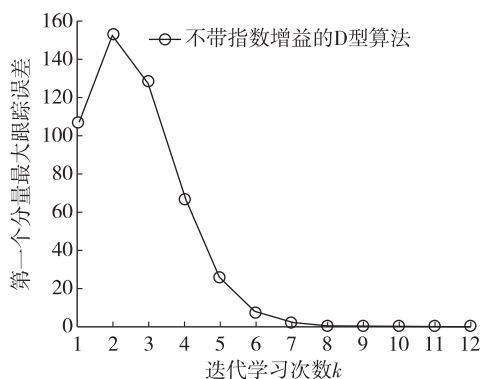


图 1 $n = 0$ 时跟踪 $y_d^{(1)}(t)$ 最大误差变化
Fig. 1 Maximum tracking error of $y_d^{(1)}(t)$ ($n = 0$)

图 1 中的曲线代表连续广义系统在不带指数增益时, 迭代输出的第一个分量跟踪期望信号 $y_d^{(1)}(t)$ 的最大误差与迭代学习次数的关系. 图 2 中的曲线代表连续广义系统在含有指数增益 e^{2t} 时, 迭代输出的第一个分量跟踪期望信号 $y_d^{(1)}(t)$ 的最大误差与迭代学习次数的关系. 结合图 1 和图 2 可以看出, ILC 算法中包含 e^{2t} 部分时, 只需迭代 5 次左右就能较好地跟踪期望信号 $y_d^{(1)}(t)$, 而不带指数变增益需要 8 次左右才能实现较好跟踪.

图 3 中的曲线代表连续广义系统在不带指数增

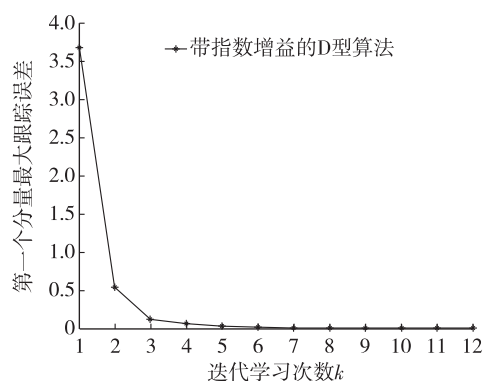


图 2 $n = 2$ 时跟踪 $y_d^{(1)}(t)$ 最大误差变化
Fig. 2 Maximum tracking error of $y_d^{(1)}(t)$ ($n = 2$)

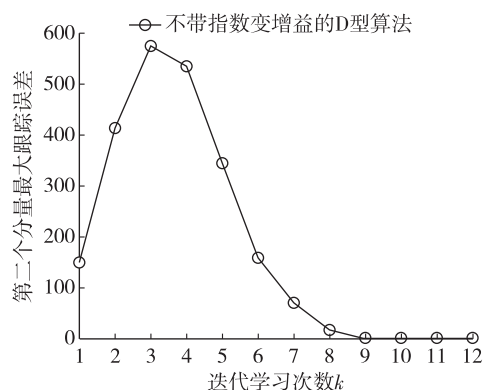


图 3 $n = 0$ 时跟踪 $y_d^{(2)}(t)$ 最大误差变化
Fig. 3 Maximum tracking error of $y_d^{(2)}(t)$ ($n = 0$)

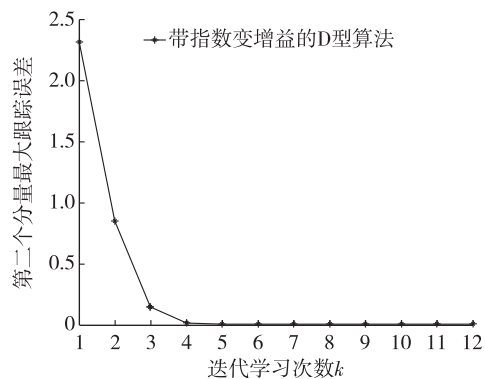


图 4 $n = 2$ 时跟踪 $y_d^{(2)}(t)$ 最大误差变化
Fig. 4 Maximum tracking error of $y_d^{(2)}(t)$ ($n = 2$)

益时, 迭代输出的第二个分量跟踪期望信号 $y_d^{(2)}(t)$ 的最大误差与迭代学习次数的关系. 图 4 中的曲线代表连续广义系统在含有指数增益 e^{2t} 时, 迭代输出的第二个分量跟踪期望信号 $y_d^{(2)}(t)$ 的最大误差与迭代学习次数的关系. 结合图 3 和图 4 可以看出, 迭代

学习控制算法中包含 e^{2t} 部分时,只需迭代 4 次左右就能较好地跟踪期望信号 $y_d^{(2)}(t)$,而不带指数变增益需要 10 次左右才能较好地跟踪期望信号。

4 结论

针对迭代学习控制中的初值和收敛速度问题,以广义系统作为研究对象,提出了一种初态学习下带指数变增益的闭环 D 型迭代学习控制算法。通过算子理论,给出了算法的收敛性分析。与不带指数变增益的闭环 D 型算法相比,该算法可以显著加快收敛速度,同时避免了初始状态重复的问题。最后通过数值仿真结果说明了算法的有效性。

参考文献

References

- [1] Arimoto S, Kawamura S, Miyazaki F. Bettering operation of robots by learning [J]. Journal of Robotic Systems, 1984, 1 (2) : 123-140
- [2] 于少娟, 齐向东, 吴凝华. 迭代学习控制理论及应用 [M]. 北京: 机械工业出版社, 2005
YU Shaojuan, QI Xiangdong, WU Ninghua. Iterative learning control theory and applications [M]. Beijing: China Machine Press, 2005
- [3] 谢胜利, 田森平, 谢振东. 迭代学习控制的理论与应用 [M]. 北京: 科学出版社, 2005
XIE Shengli, TIAN Senping, XIE Zhen-dong. Iterative learning control theory and applications [M]. Beijing: Science Press, 2005
- [4] 任雪梅, 高为炳. 任意初始状态下的学习控制 [J]. 自动化学报, 1994, 20 (1) : 74-79
REN Xuemei, GAO Weibing. Learning control with an arbitrary initial state [J]. Acta Automatica Sinica, 1994, 20 (1) : 74-79
- [5] 曹伟, 戴学丰. 非线性系统在任意初态下的闭环迭代学习控制 [J]. 系统仿真学报, 2011, 23 (5) : 965-968
CAO Wei, DAI Xuefeng. Closed-loop iterative learning control with arbitrary initial state of nonlinear systems [J]. Journal of System Simulation, 2011, 23 (5) : 965-968
- [6] 孙明轩, 黄宝健, 张学智. 非线性系统的 PD 型迭代学习控制 [J]. 自动化学报, 1998, 24 (5) : 711-714
SUN Mingxuan, HUANG Baojian, ZHANG Xue-zhi. PD-type iterative learning control for a class of nonlinear systems [J]. Acta Automatica Sinica, 1998, 24 (5) : 711-714
- [7] 孙瑜, 李志安. 一类非线性系统在任意初值下的开环 D 型迭代学习控制 [J]. 系统仿真学报, 2008, 20 (24) : 6767-6770
SUN Yu, LI Zhian. Open-loop D-type iterative learning control for a class of nonlinear systems with arbitrary initial value [J]. Journal of System Simulation, 2008, 20 (24) : 6767-6770
- [8] Xie S L, Tian S P, Xie Z D. New iterative learning control algorithms based on vector plots analysis [J]. Acta Automatica Sinica, 2004, 30 (2) : 161-168
- [9] 魏燕定. 提高迭代自学习控制算法收敛速度初探 [J]. 控制理论与应用, 2001, 18 (2) : 314-316
WEI Yanding. Research on convergent speed of iterative learning control [J]. Control Theory and Applications, 2001, 18 (2) : 314-316
- [10] 徐敏, 林辉, 刘震. 可变学习增益的迭代学习控制律 [J]. 控制理论与应用, 2007, 24 (5) : 856-860
XU Min, LIN Hui, LIU Zhen. Iterative learning control law with variable learning gain [J]. Control Theory and Applications, 2007, 24 (5) : 856-860
- [11] 杨冬梅, 张庆灵, 姚波. 广义系统 [M]. 北京: 科学出版社, 2004
YANG Dongmei, ZHANG Qingling, YAO Bo. Singular systems [M]. Beijing: Science Press, 2004
- [12] 田森平, 周秀锦. 一类广义迭代学习控制系统的状态跟踪算法 [J]. 系统科学与数学, 2012, 32 (6) : 731-738
TIAN Senping, ZHOU Xiujin. State tracking algorithm for a class of singular ILC systems [J]. Journal of Systems Science and Mathematical Sciences, 2012, 32 (6) : 731-738
- [13] 朴凤贤, 张庆灵. 线性广义系统的迭代学习控制 [J]. 控制与决策, 2007, 22 (3) : 349-356
PIAO Fengxian, ZHANG Qingling. Iterative learning control for linear singular systems [J]. Control and Decision, 2007, 22 (3) : 349-356
- [14] 朴凤贤, 张庆灵, 王哲峰. 一类广义系统的迭代学习控制 [J]. 自动化学报, 2007, 33 (6) : 658-659
PIAO Fengxian, ZHANG Qingling, WANG Zhefeng. Iterative learning control for a class of singular systems [J]. Acta Automatica Sinica, 2007, 33 (6) : 658-659
- [15] Zhang Y Q, Liu Q, Tian S P, et al. A closed-loop PD-type iterative learning algorithm for discrete singular systems [C] // Chinese Control and Decision Conference, 2016: 4262-4265
- [16] Sun P, Fang Z, Han Z Z. Sampled-data iterative learning control for singular systems [J]. High Technology Letters, 2004, 10 (3) : 70-73

Algorithm of iterative learning control for singular systems with initial state learning

TIAN Senping¹ XU Huimin¹ XIE Shengli² FU Yuli³

1 School of Automation Science and Engineering, South China University of Technology, Guangzhou 510640

2 School of Automation, Guangdong University of Technology, Guangzhou 510006

3 School of Electronic and Information Engineering, South China University of Technology, Guangzhou 510640

Abstract For a class of singular systems operated repeatedly on finite interval, the paper proposes an iterative learning control algorithm based on initial state learning with index gain for control input. By using the operator theory, the paper gives the convergence conditions. The algorithm can speed up the convergence rate on the basis of ensuring convergence when compared with the closed-loop D type algorithm. The effectiveness of the iterative learning control algorithm is proved by the illustrative example.

Key words singular systems; iterative learning control; convergence rate; initial state learning