

张双熙<sup>1,2</sup> 刘剑飞<sup>1,2</sup> 卢嘉<sup>1,2</sup> 曾祥焯<sup>1,2</sup> 魏颖<sup>1,2</sup>

# 一种基于改进频域最小均方算法的少模光纤模式复用系统均衡

## 摘要

基于少模光纤的模式复用传输在近年来由于其超过单模光纤非线性香农极限的高传输容量而受到广泛关注,同时偏振复用在改变光纤链路的情况下,使得系统传输容量翻倍.因此模式复用和偏振复用的结合为下一代超 100 Gb/s 光网络提供了一种可行的解决方案.然而,该系统的性能受到模式耦合和不同模式的群延时的影响.本文主要讨论基于频域最小均方(LMS)算法的数字均衡技术在少模光纤的偏振模式复用系统中的应用,提出了一种以蝶形复数有限冲激响应滤波器为基本结构的改进频域最小均方算法.该算法通过改进在每一频域柜中的平均功率方程来获得更好的均衡效果.仿真结果表明:采用改进频域 LMS 算法后在收敛效果上优于传统频域 LMS 算法,同时提高了系统性能.

## 关键词

模式复用;偏振复用;频域最小均方算法;有限冲激响应

中图分类号 O429

文献标志码 A

收稿日期 2017-02-10

资助项目 天津市自然科学基金(15JCYBJC17000);河北省自然科学基金(F2014202036, F2015202331)

## 作者简介

张双熙,男,硕士生,研究方向为光纤通信与网络.31500851@qq.com

刘剑飞(通信作者),男,博士,教授,研究方向为光纤通信与网络.jliu@hebut.edu.cn

1 河北工业大学 电子信息工程学院,天津,300401

2 电子材料与器件天津市重点实验室,天津,300401

## 0 引言

近年来,基于少模光纤的模式复用传输由于其超过单模光纤非线性香农极限的高传输容量而受到广泛关注<sup>[1]</sup>,而偏振复用在改变光纤链路的情况下,通过改变发射机和接收机的结构,使得系统传输容量翻倍<sup>[2]</sup>,同时相干检测与多进制调制结合进一步提高了系统传输容量.然而,在实际的少模光纤中,由于少模光纤在制造过程中受不理想因素的影响,如精度误差、折射率的分布扰动、外界压力导致的微弯、纤芯的偏心和机械化形变等使得不同模式在传输过程中发生耦合<sup>[3-4]</sup>,造成模式间串扰.这两种干扰因素共同作用的结果就形成一种比单模光纤传输中更为复杂的多信道卷积形式.在模式复用系统中,采用光学技术很难实现对多模式随机耦合的补偿,恢复源信号最可行的方法是在接收端应用高效的 DSP 算法对模式复用信号进行数字均衡.因此研究一种有效且具有更低复杂度的模式解复用 DSP 算法是少模复用技术中的一个关键性问题.为了补偿模式复用系统中的这种串扰,一般需要增加模式复用系统数字信号处理部分的滤波器抽头个数以覆盖系统中总的差分模式群时延长度<sup>[5-8]</sup>,而这又大大增加了接收端信号处理的复杂度.美国贝尔实验室在系统的 DSP 部分利用时域最小均方(LMS)算法进行滤波器抽头更新,实现了模式解复用<sup>[9]</sup>;美国中佛罗里达大学提出利用单载波自适应频域均衡(Single-Carrier adaptive Frequency-Domain Equalization, SC-FDE)算法进行解复用<sup>[10]</sup>,并将其复杂度与常用的时域 LMS 均衡算法对比,说明了频域均衡算法在复杂度上的优势.但频域均衡算法在降低复杂度后其系统收敛速度与采用时域均衡算法相同.

本文提出一种基于少模光纤的偏振模式复用系统解复用的频域最小均方算法这种数字均衡技术,该方法首先对传统的最小均方算法中的每一个频域柜进行平均功率计算,减小迭代步长误差后再将平均功率方程进行改进,同传统频域算法相比在复杂度一致的情况下可得到更好的收敛效果.

## 1 频域最小均方算法原理

最小均方(LMS)算法的一个显著特点是其实现简单.LMS 自适应

滤波算法广泛用于信号处理的系统辨识、自适应信道均衡、语音线性预测等方面.在模式复用系统的解复用中,可以在信号以及噪声特性无法提前预知的情况下,通过调整参数,使自适应滤波器的特性随信号和噪声的变化而变化完成滤波,提高系统均衡性能.

### 1.1 LMS 算法

LMS 算法是随机梯度算法族中的一员,该算法在随机输入维纳滤波器递归计算中使用确定性梯度.基于最速下降的最小均方算法的迭代公式如下:

$$\mathbf{y}(n) = \mathbf{X}^T(n) \mathbf{W}(n), \quad (1)$$

$$\mathbf{W}(n+1) = \mathbf{W}(n) + 2\mu \mathbf{e}(n) \mathbf{X}(n), \quad (2)$$

$$\mathbf{e}(n) = \mathbf{d}(n) - \mathbf{X}^T(n) \mathbf{W}(n), \quad (3)$$

其中  $\mathbf{X}(n) = [x(n), x(n-1), \dots, x(n-N+1)]^T$  表示时刻  $n$  的输入信号矢量,由最近的  $N$  个信号采样值构成,  $\mathbf{W}(n) = [w_0(n), w_1(n), \dots, w_{L-1}(n)]^T$  是时刻  $n$  自适应滤波器的权系数,  $L$  是自适应滤波器的权系数,  $N$  是自适应滤波器的阶数,  $\mathbf{d}(n)$  是期望输出值,  $\mathbf{e}(n)$  是误差,  $\mu$  是控制稳定性和收敛速度的参量,称之为步长因子.

### 1.2 FFT 实现频域 LMS 算法原理

在频域实现中,先将输入信号分成每块  $N$  点,每  $N$  个样点权系数进行一次更新,而每次更新由  $N$  个误差信号样点累加结果控制<sup>[11]</sup>.在考虑频域 LMS 滤波器时,从计算复杂度上来说,自适应滤波器阶数  $L$  和块长度  $N$  相等是最佳选择<sup>[12]</sup>.这样既可以保证其与时域 LMS 算法有同样的收敛速度,还可以利用快速 FFT 技术,用序列的循环卷积来计算线性卷积,从而大幅度减少计算量.

根据数字信号处理理论可知,重叠储存方法和重叠相加方法为快速卷积运算提供了两种高效的方法,即利用离散傅里叶变换计算线性卷积.重叠存储方法是非自适应滤波的两种方法中更常用的一种方法,而且当 50%重叠且块的大小等于权值个数时,运算效率达到最高.

若记第  $i$  块输入为  $\mathbf{x}(i) = [x(iN), x(iN+1), \dots, x(iN+N-1)]^T$ ,又令权系数在第  $i$  块输入时为  $\mathbf{w}(i) = [w_0(i), w_1(i), \dots, w_{N-1}(i)]^T$ ,这样可以保证其在重叠存储法中保有一半的重叠量,运算效率最高.

相应的,频域滤波的输出长度也为  $N$ ,则输出  $\mathbf{y}(n)$  ( $0 \leq n \leq N-1$ ) 的第  $i$  块  $y(i)$  实际上是输入的第  $i$  块  $\mathbf{x}(i)$  和与之相对应的  $\mathbf{w}(i)$  的线性卷积,即:

$$y(i) = \mathbf{x}^T(i) \mathbf{w}(i). \quad (4)$$

对于每个  $i$  来说,以  $\mathbf{x}(i-1)$  和  $\mathbf{x}(i)$  组成  $2N$  点序列,而在  $i=1$  时,在  $\mathbf{x}(1)$  的前面添置  $N$  个零;对应每个输入块对应的  $\mathbf{w}(i)$ ,在其后添置  $N$  个零,组成  $2N$  点序列.随后利用 FFT 算法,在频域上完成滤波器系数的自适应.

$$\mathbf{X}(i) = \text{fft}[x(iN-N), \dots, x(iN-1), x(iN), x(iN+1), \dots, x(iN+N-1)], \quad (5)$$

$$\mathbf{W}(i) = \text{fft}[\mathbf{w}^T(i), 0, 0, \dots, 0]. \quad (6)$$

由输出的时域序列去掉前  $N$  个零便是自适应滤波器的输出,可表示为

$$\mathbf{y}'(n) = \text{ifft}[\mathbf{W}(i) \mathbf{X}(i)] \text{ 的后 } N \text{ 个元素}. \quad (7)$$

由频域权系数递推方程可知,根据最陡下降法原理设为

$$\mathbf{W}(i+1) = \mathbf{W}(i) + \mu \nabla(i). \quad (8)$$

同时,对比发现频域 LMS 算法在形式上与频域 LMS 算法相同,其中  $\nabla(i)$  是均方误差面上的梯度.

$$\nabla(i) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\vartheta}(i) \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (9)$$

$$\boldsymbol{\vartheta}(i) = \text{ifft}[\mathbf{X}^H(i) \mathbf{E}(i)] \text{ 的最前 } N \text{ 个元素}, \quad (10)$$

$$\mathbf{E}(i) = \text{fft} \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{e}(i) \end{bmatrix}, \quad (11)$$

$$\mathbf{e}(i) = [e(iN), e(iN+1), \dots, e(iN+N-1)]^T = \mathbf{d}(i) - \mathbf{y}(i), \quad (12)$$

$$\mathbf{d}(i) = [d(iN), d(iN+1), \dots, d(iN+N-1)]^T, \quad (13)$$

其中  $\mathbf{e}(i)$  为误差向量,  $\mathbf{d}(i)$  为期望向量,  $\mathbf{E}(i)$  为误差向量的频域形式.

### 1.3 改进频域 LMS 算法

频域 LMS 算法是时域 LMS 算法的一种高效频域实现,两种算法具有相同的收敛特性,包括收敛的必要条件、收敛速率以及失调特性<sup>[12]</sup>.而在使用 FFT 技术之后,频域 LMS 算法可以更容易应用在实际操作中.为了改善频域 LMS 算法中的收敛速度,可以在不影响最小均方误差的条件下通过对每个可调权值赋予不同的步长来获得改善.在频域 LMS 算法中,首先对数据进行分块,在收集到每一块数据样值后再进行滤波器抽头更新.这样滤波器的自适应过程逐块进行,而不是像时域 LMS 算法进行逐个样值处理.在每一频域块中,需要设置一个步长初始值,我们通过跨频率补偿平均信号功率的变化量使所有的自适应处理模式具有相同的收敛速率,该步长修正公式参数定义为

$$\mu_k = \alpha/P_k, \quad k = 0, 1, \dots, 2N - 1, \quad (14)$$

其中  $\alpha$  是步长初始值,  $P_k$  是第  $k$  个频率柜的平均功率估计. 注意, 由于实信号在频域具有对称性, 式(14)中  $P_k$  取前  $N$  个值.

当运行环境为非平稳时, 或者当每个频率柜的平均输入功率估值无法得到时, 就要采用递归的方式来估计改进频域 LMS 算法的性能.

$$P_k(i) = \gamma P_k(k-1) + (1-\gamma) |U_k(i)|^2, \quad k = 0, 1, \dots, 2N - 1, \quad (15)$$

其中,  $U_k(i)$  是时刻  $i$  加到改进频域 LMS 算法第  $k$  个权值的输入信号,  $\gamma$  是一个取值范围为  $(0, 1)$  的常数, 而参数  $\gamma$  是一个遗忘因子, 用来控制式(15)迭代过程的有效记忆. 我们对平均信号功率方程进行改进, 方程如下:

$$P_k(i) = (1-1/L)P_k(i-1) + (1/L) |U_k(i)|^2, \quad k = 0, 1, \dots, 2N - 1. \quad (16)$$

遗忘因子的取值在文献中一般为 0.9, 尽量偏向于 1, 没有一个固定的取值. 为了得到更快的收敛速度, 我们将遗忘因子  $\gamma$  同滤波器阶数  $L$  相关联, 通过实时改变滤波器阶数来改变平均输入功率的估计值, 从而获得更精确的结果.

## 2 仿真设置

图 1 为 100 Gb/s 模式复用相干光通信系统的原理框图. 由于传输系统需要一些信道控制开销, 为保证 100 GB 的有效数据载荷, 系统的设计传输速率为 112 Gb/s, 采用 4-QAM 调制.

发射端采用 8 个完全相同的光调制器将待发送序列以 4-QAM 格式调制到每路光载波的两个正交偏振方向上. 光载波的频率为 193 THz, 波长约为 1 553.6 nm. 两正交偏振态形成两个对等的传输信道, 我们把偏振角为  $0^\circ$  的信道称为 ChX, 偏振角为  $90^\circ$

的信道称为 ChY. 接收端数据处理后的数据是以 ChX 的输入输出为准计算的. 经过光调制器后的输出信号经过偏振合束器进行偏振复用, 再进行光脉冲整形并滤除带外噪声后, 耦合进入光纤进行传输. 整个系统的传输距离由多个色散管理传输段组成. 本系统中采用一段可修改偏振模色散(PMD)、模间色散(ID)参数的无损少模光纤来模拟系统传输的残留 PMD、ID. 另外采用了光偏振跟踪单元代替了接收机中的偏振跟踪模块.

接收端部分每一路采用的是偏振复用零差相干检测. 接收光信号被功分器等分为两部分分别进入 X 偏振方向和 Y 偏振方向的检测模块. 两模块完全相同, 都采用  $90^\circ$  相移的光混频器和光电二极管平衡检测得到相应偏振方向的同相(I)分量和正交(Q)分量. 检测得到的电信号经过电滤波器, 得到两偏振方向的 4 个信号, 即 I1, Q1, I2, Q2. 4 个分量信号进入改进频域 LMS 算法的数字信号处理(DSP)模块进行采样、均衡、判决并计算得出收敛速度等相关数据. 数字信号处理可以在判决前也可以在判决后, 判决前的处理通常是数字滤波, 消除 PMD、ID 的损伤. 而判决后的处理通常是相位恢复和线性、非线性噪声的补偿. 本文专注于 PMD、ID 的均衡, 因此只做判决前的信号处理. 经过上述配置后, 每一路信号的 4 路分量信号 I1, Q1, I2, Q2 先经过信号处理单元进行采样和数字均衡滤波, 然后经过判决和时钟恢复, 计算相关数据结论.

## 3 仿真结果与分析

### 3.1 改进算法仿真分析

首先对传统的频域 LMS 自适应的蝶形复数 FIR 均衡器和改进的频域 LMS 自适应的蝶形复数 FIR 均衡器进行了仿真与比较. 仿真中, 为保持稳定收敛, LMS 算法的初次步长取值为 0.001.

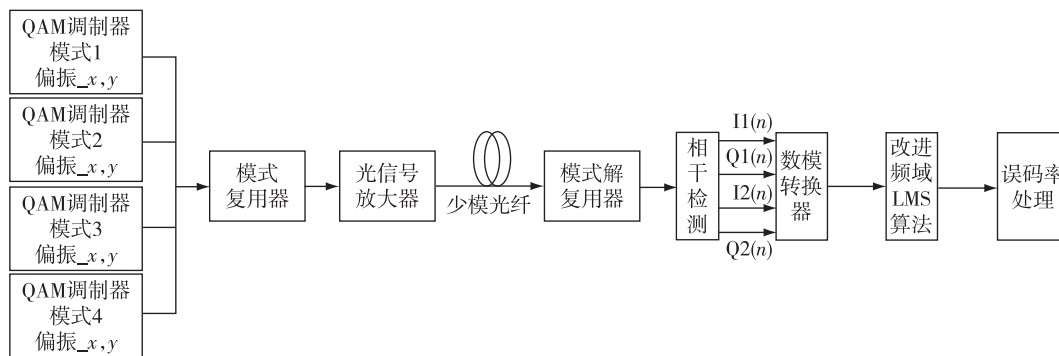


图 1 PDM-MDM 系统原理框图

Fig. 1 Block diagram of the PDM-MDM system

图2给出了传统频域LMS算法和改进频域LMS算法的MSE结果比较.从图2中我们可以看出信号在经过两种均衡算法后都可以逐步进行收敛,达到提高信号准确度的目的.但传统频域LMS算法在经过500个点之后收敛效果不太明显,收敛效果较差.这是因为传统的频域LMS算法没有针对收敛速度进行优化,只是提高了时域LMS算法的运算速度.而经过改进后的频域LMS算法在经过500个点之后收敛效果明显,收敛效果较好.因此,本文提出的通过跨频率补偿平均信号功率的变化量的改进思路是可行的,且改进频域LMS算法要优于传统频域LMS算法.

### 3.2 系统仿真

采用图1所示的100 Gb/s偏振模式复用相干检测单载波系统模型,对频域LMS自适应的蝶形复数FIR均衡器的性能进行了仿真分析.仿真中采用了可设置参数的少模光纤来模拟实际的偏振模式色散和差分模式群时延,色散系数为 $20 \text{ ps}/(\text{nm}\cdot\text{km})$ ,偏

振模色散系数为 $0.05 \text{ ps}/\sqrt{\text{km}}$ ,四模光纤的差分模式群时延系数分别为 $0$ 、 $1.3\times 10^{-13}$ 、 $1.5\times 10^{-13}$ 和 $2\times 10^{-13} \text{ s/m}$ .为保持稳定收敛,相关LMS算法的初始步长取值为 $0.001$ .

在仿真中,我们发现系统色散对均衡性能的影响较大,因此根据上述参数仿真了在不同滤波器抽头个数下和不同传输距离下色散均衡器的均衡性能,如图3所示.

在图3a中,纵坐标为误符号率(SER),横坐标为滤波器的抽头数目,抽头数以偶数个码元增长.图中的曲线为采用频域LMS算法自适应的FIR滤波器得到系统的误符号率.由图3a可以看出,滤波器抽头数的增加可以提高色散均衡性能.在图3b中,纵坐标为误符号率(SER),横坐标为传输距离.随着传输距离的增加,SER也随之降低,但DSP数字信号处理复杂度也会随之增大,所以需要结合实际情况选择确定的传输距离以达到更好的效果.

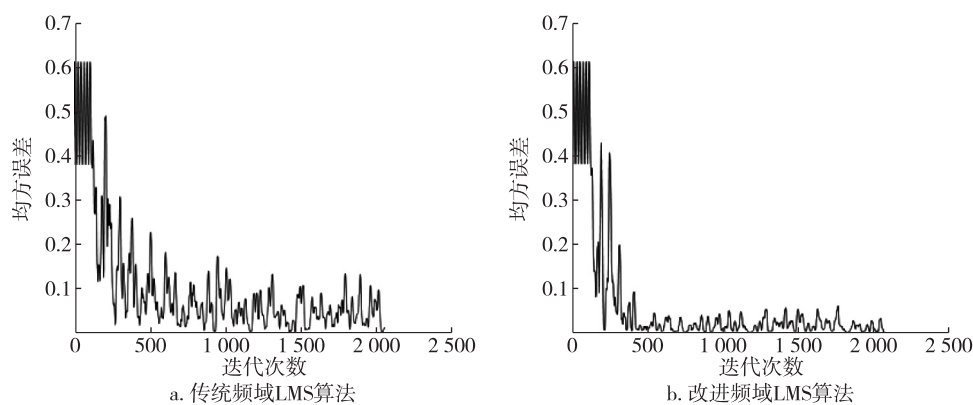


图2 传统算法与改进算法的均方误差

Fig. 2 MSE of traditional (a) and modified LMS algorithm (b)

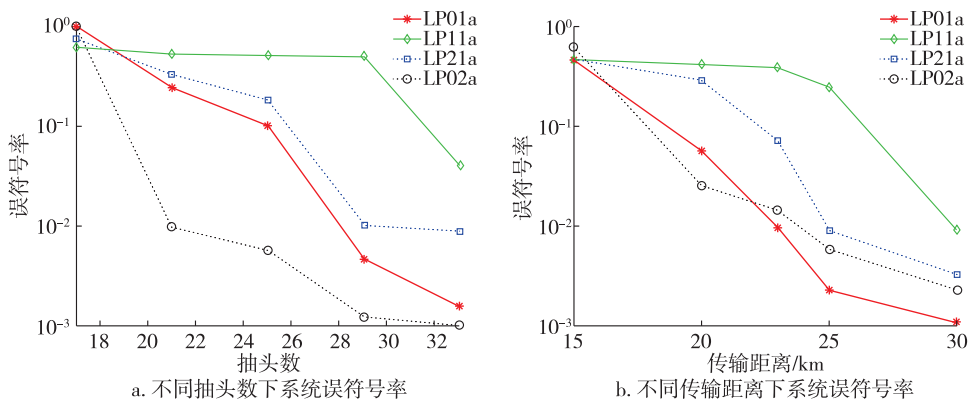


图3 系统误符号率性能

Fig. 3 SER of the system with different taps numbers (a), or with different transmission distances (b)

图4为无均衡处理和采用改进频域LMS均衡器处理后的信号星座图.由图4可知,在色散系数为 $20\text{ ps}/(\text{nm}\cdot\text{km})$ 和偏振模式色散系数为 $0.05\text{ ps}/\sqrt{\text{km}}$ 的四模光纤系统中,未做均衡器处理的星座图已经

无法分辨4-QAM信号的星座点,而经过改进频域LMS算法处理后,由于算法对每一频率柜输入信号平均功率进行了改进,星座图中点可以清楚分辨,均衡效果较明显.

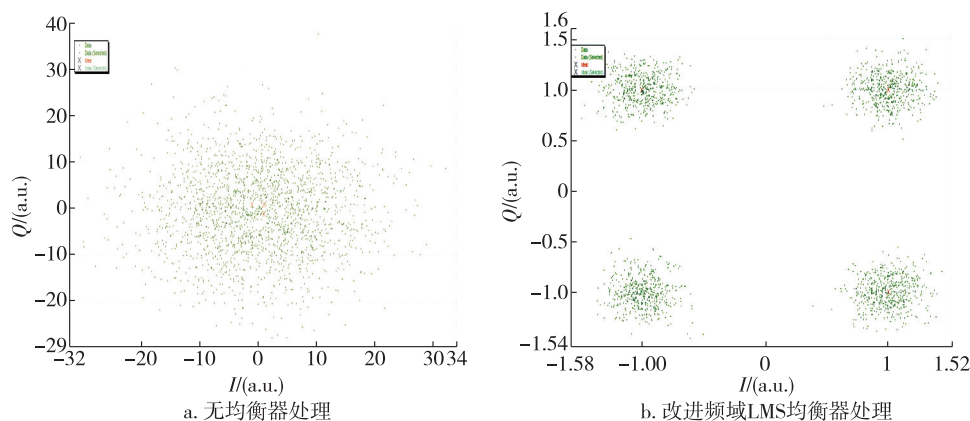


图4 无均衡器处理与改进LMS算法处理后的星座图

Fig. 4 Signal constellation without equalization (a), or with equalization of modified LMS (b)

#### 4 结束语

本文针对在偏振模式复用系统中遇到的模式耦合以及色散导致的系统性能问题,提出了一种在数字信号处理模块中使用的改进频域LMS均衡算法.通过改进频域LMS算法与传统算法的比较,可以发现改进频域LMS算法在收敛速度上有所提升,仿真结果表明改进算法与传统算法相比提高了收敛速度,系统性能得到改善.

#### 参考文献

##### References

- [1] He X, Zhou X, Wang J Y, et al. A fast convergence frequency domain least mean square algorithm for compensation of differential mode group delay in few mode fibers [C]//Optical Fiber Communication Conference and Exposition and the National Fiber Optic Engineers Conference, 2013, DOI: 10.1364/OFC.2013.OM2C.4
- [2] Jung Y, Alam S U, Richardson D J. All fiber spatial mode selective filter for compensating mode dependent loss in MDM transmission systems [C]//Optical Fiber Communications Conference and Exhibition, 2015, DOI: 10.1364/OFC.2015.W2A.13
- [3] Ho K P, Kahn J M. Mode coupling and its impact on spatially multiplexed systems [M]. 6th Ed. A Volume in Optical Fiber Telecommunications, 2013:491-568
- [4] Ho K P, Kahn J M. Linear propagation effects in mode-division multiplexing systems [J]. Journal of Lightwave Technology, 2014, 32(4):614-628
- [5] Luo J W, Li J P, Sui Q, et al. 30 Gb/s  $2\times 2$  MDM-DD-OFDM transmission over 200 m conventional MMF Link without MIMO compensation [C]//Asia Communications & Photonics Conference, 2015, DOI: 10.1364/ACPC.2015.AS4D.2
- [6] Shi K, Thomsen B C. DSP complexity growth in MIMO-MDM systems for short reach networks [C]//Asia Communications & Photonics Conference, 2015, DOI: 10.1364/ACPC.2015.AM3E.2
- [7] Arif S O, Askarov D, Kahn J M. MIMO DSP complexity in mode-division multiplexing [C]//Optical Fiber Communications Conference and Exhibition, 2015, DOI: 10.1364/OFC.2015.Th1D.1
- [8] Sillard P, Molin D, Bigot-Astruc M, et al. Low-DMGD 6-LP-mode fiber [C]//Optical Fiber Communication Conference, DOI: 10.1364/OFC.2014.M3F.2
- [9] Randel S, Ryf R, Sierra A, et al.  $6\times 56$  Gb/s mode-division multiplexed transmission over 33 km few-mode fiber enabled by  $6\times 6$  MIMO equalization [J]. Optics Express, 2011, 19(17):16697-16707
- [10] Bai N, Ip E, Li M J, et al. Experimental demonstration of adaptive frequency-domain equalization for mode-division multiplexed transmission [C]//Optical Fiber Communication Conference and Exposition and the National Fiber Optic Engineers Conference, 2013, DOI: 10.1364/OFC.2013.OM2C.5
- [11] Shi K, Gordon G S D, Thomsen B C. Degenerate mode-group division multiplexing using delayed adaptive frequency domain equalization [C]//Optical Fiber Communication Conference and Exhibition, 2014, DOI: 10.1364/OFC.2014.Th4D.4
- [12] Haykin S. Adaptive filter theory [M]. 5th Ed. London: Pearson Education Limited, 2014:362-366

## A modified adaptive least mean square frequency domain algorithm for equalization of mode division multiplexed in few mode fiber transmission

ZHANG Shuangxi<sup>1,2</sup> LIU Jianfei<sup>1,2</sup> LU Jia<sup>1,2</sup> ZEN Xiangye<sup>1,2</sup> WEI Yin<sup>1,2</sup>

1 School of Electronic and Information Engineering, Hebei University of Technology, Tianjin 300401

2 Key Lab of Electronic Material and Devices of Tianjin, Hebei University of Technology, Tianjin 300401

**Abstract** Mode division multiplexed (MDM) in few mode fibers has gained attraction due to its potential to achieve ultra-high capacity beyond the nonlinear Shannon limit of the single mode fiber. Meanwhile, polarization division multiplexing (PDM) can make the system transmission capacity doubled without changing the fiber link. The combination of MDM and PDM can provide much more capacity up to several hundreds Gbit/s. However, it cannot be ignored that the effect of mode coupling and differential mode group delay on optical signals exists in transmission and mitigating these impairments is required in this multiplexing. This paper focuses on the frequency domain least mean square (LMS) digital equalization for MDM with PDM in few mode fiber system. A modified frequency domain LMS algorithm is proposed, which is operated with a butterfly finite impulse response (FIR) filter by means of modifying equations according to average power in each frequency bins. Simulation results show that the modified algorithm can improve the convergence speed and the system performance compared with traditional algorithm.

**Key words** mode division multiplexed (MDM); polarization division multiplexing (PDM); frequency domain least mean square (FDLMS); finite impulse response (FIR)