



一种新型非基于慢变包络近似的三维有限元束传播法

摘要

提出了一种新型非基于慢变包络近似的三维有限元束传播法.该方法相较 Hadley 所提出的广角束传播法,在分析光信号与光波导之间相互作用时同时考虑了载波和调制波对传输特性的影响,更具一般性且精度更高.通过与已发表的权威文献相比,在相同的计算资源下,精度提高了 10%.

关键词

束传播法;有限元法;广角(WA); Padé 算子;定向耦合器

中图分类号 TN252

文献标志码 A

0 引言

在过去的 20 多年里,束传播法(BPM)^[1-4]已经广泛地应用于各类光波导的传输特性仿真分析之中.慢变包络近似(SVEA)是以往 BPM 经常采用的.在光波导中传播的场可以分为载波和调制波两个部分.通常载波的频率远高于调制波的频率,所以在进行光波导仿真时,可以将场解形式写成慢变包络项和快变谐振相位项,再带入到麦克斯韦方程,即可略去快变谐振相位项进而大为简化方程的求解.将场写成慢变包络项和快变谐振相位项的形式即为 SVEA^[5-6].

然而随着光通信容量与速率的不断提高,在可预见的未来,光信号的调制频率势将与光载波频率相比拟,而此时 SVEA 也将失效^[7-9].为解决这一问题,就需要一种更具一般性的 BPM.基于此,本文提出了一种新型的非基于 SVEA 的 BPM.通过直接对二阶 Padé 算子进行离散,去除了 SVEA.相比传统的 BPM,本文所提算法由于未采用 SVEA,在光波导传输特性的分析中同时考虑了载波和调制波,因而具有更高的精度以及更广的应用范围.

1 理论模型

对于 3D 标量亥姆赫兹方程

$$k_0^2 qs\Phi + \frac{1}{s_x} \frac{\partial}{\partial x} \left(p \frac{s}{s_x} \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right) + \frac{1}{s_y} \frac{\partial}{\partial y} \left(p \frac{s}{s_y} \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right) + s \frac{\partial}{\partial z} \left(p \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right) = 0 \quad (1)$$

进行标准有限元离散可得:

$$[M] \frac{\partial^2 \{\Phi\}}{\partial z^2} = - [K] \{\Phi\}, \quad (2)$$

其中

$$[K] = \sum_e \iint_e \left[k_0^2 qs \{N\} \{N\}^T - \frac{1}{s_x} \frac{s}{s_x} \frac{\partial \{N\}}{\partial x} \frac{\partial \{N\}^T}{\partial x} - \frac{1}{s_y} \frac{s}{s_y} \frac{\partial \{N\}}{\partial y} \frac{\partial \{N\}^T}{\partial y} \right] dx dy, \quad (3)$$

$$[M] = \sum_e \iint_e ps \{N\} \{N\}^T dx dy, \quad (4)$$

$$\begin{cases} s = 1 - j \frac{3\lambda}{4\pi nd} \left(\frac{\rho}{d} \right)^2 \ln \frac{1}{R}, & \text{PML 区域,} \\ s = 1, & \text{非 PML 区域,} \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} s = 1 - j \frac{3\lambda}{4\pi nd} \left(\frac{\rho}{d} \right)^2 \ln \frac{1}{R}, & \text{PML 区域,} \\ s = 1, & \text{非 PML 区域,} \end{cases} \quad (6)$$

收稿日期 2014-05-22

资助项目 江苏省博士后基金(1301135C);江苏省高校优势学科建设工程(PAPD)项目

作者简介

于兵,男,博士,主要研究有限元算法、微波毫米波器件及天线.yubing@nuist.edu.cn

1 南京信息工程大学 电子与信息工程学院, 南京,210044

2 东南大学 电子科学与工程学院,南京, 210096

其中 $\{N\}$ 是形函数矢量, T 为转置符号, \sum_e 为所有单元求和运算, λ 为波长, ρ 是完全匹配层 (PML) 所围区域内任一点到 PML 内边缘的距离, s 为 PML 参数. Φ , p 和 q 定义如表 1 所示, 其中 n 是折射率, E_x 和 H_y 分别对应准 TE 模的电场 x 分量和准 TM 模磁场的 y 分量. 在 PML 区域中可以分为垂直于 x 轴、 y 轴以及 4 个共同区域, 其中在不同的区域 $s_x = s$, $s_y = 1$ (垂直于 x 轴区域), $s_x = 1$, $s_y = s$ (垂直于 y 轴区域), 或者 $s_x = 1$, $s_y = 1$ (共同区域). 在式 (2) 两边同时乘以 $-i/2k$ 和 $[M] \partial \{\Phi\} / \partial z$ 可得:

$$[M] \frac{\partial}{\partial z} \left[-\frac{i}{2k} \frac{\partial}{\partial z} + 1 \right] \{\Phi\} = -\frac{i}{2k} [K] \{\Phi\} + [M] \frac{\partial \{\Phi\}}{\partial z}. \quad (7)$$

利用 Padé 算子^[10], 可以得到广角 (WA) 方程:

$$\frac{\partial}{\partial z} \Big|_{n+1} = \frac{-\frac{i}{2k} [K] + [M] \frac{\partial}{\partial z} \Big|_n}{[M] \left(1 - \frac{i}{2k} \frac{\partial}{\partial z} \Big|_n \right)}, \quad (8)$$

其中 $k = k_0 n_{\text{ref}}$, k_0 是自由空间波数, n_{ref} 是参考折射率. 设初始值 $(\partial / \partial z) \Big|_0 = 0$ 可得:

$$\frac{\partial}{\partial z} \Big|_1 = -\frac{i}{2k} [K] / [M], \quad (9)$$

式 (9) 即为 Padé (1, 0). 将式 (9) 代入式 (8) 并在方程两边同时乘以 $\{\Phi\}$ 可得:

$$\frac{\partial \{\Phi\}}{\partial z} = \frac{-\frac{i}{k} [K]}{[M] - \frac{1}{4k^2} [K]} \{\Phi\}. \quad (10)$$

在电磁波的传播向 (z 向) 采用 Crank-Nicholson 算法可得:

$$\frac{\partial \{\Phi\}}{\partial z} = \frac{\{\Phi\}_{n+1} - \{\Phi\}_n}{\Delta z}, \quad \{\Phi\} = \frac{\{\Phi\}_{n+1} + \{\Phi\}_n}{2}, \quad (11)$$

因此

$$\{4k^2 [M] - [K] + 2ki\Delta z [K]\} \{\Phi\}_{n+1} = \{4k^2 [M] - [K] - 2ki\Delta z [K]\} \{\Phi\}_n. \quad (12)$$

为提高数值计算的精度, 参考折射率 n_{ref} 利用下式进行迭代更新^[11]:

$$n_{\text{ref}}^2 = \text{Re} \left[\frac{\{\Phi\}_i^* [K]_i \{\Phi\}_i}{k_0^2 \{\Phi\}_i^* [M]_i \{\Phi\}_i} \right], \quad (13)$$

其中下标 i 为数值计算波导传播特性的求解步数.

表 1 Φ , p 和 q 的定义

模式	Φ	p	q
quasi-TE	E_x	1	n^2
quasi-TM	H_y	$1/n^2$	1

2 仿真结果与分析

为验证本文算法的正确性, 对一个 3D 的定向耦合器进行了对比性的仿真分析, 定向耦合器的横截面示意如图 1. 其中 $2L$ 为定向耦合器两个条形光波导的间距, $2W$ 为条形光波导的宽度. $2L = 0.8 \mu\text{m}$, $2W = 1 \mu\text{m}$, $h = 0.4 \mu\text{m}$, $t = 0.03 \mu\text{m}$, $\lambda = 1.55 \mu\text{m}$.

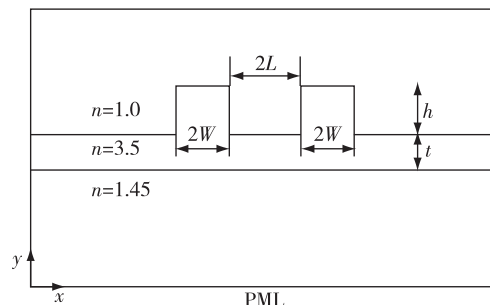


图 1 定向耦合器的横截面示意

Fig. 1 Cross section of the directional coupler

该定向耦合器采用准 TE 模在左侧波导激励. 图 2 给出了归一化光功率与传播距离的关系曲线, 还给出了本文仿真结果与传统有限元束传播法 (FEBPM)^[12] 和半矢量有限差分束传播法 (SV-FDBPM)^[5] 的对比. 从图 2 中可以得出以下的结论:

1) 本文算法在相同的传播步长 Δz 情况下精度提高了 10%. 例如在计算步长为 $\Delta z = 0.2 \mu\text{m}$ 情况下本文计算的定向耦合器的耦合长度为 $130.8 \mu\text{m}$, 而 FEBPM 在 $\Delta z = 0.01 \mu\text{m}$ 下计算所得耦合长度为 $130.4 \mu\text{m}$. 计算步长越大所需计算资源越少但精度会随之降低, 随着计算步长的缩小如 $\Delta z = 0.15 \mu\text{m}$, 本文算法就与 SV-FDBPM 吻合良好, 由此可见本文算法在相同计算步长下具更高的精度.

2) 本文算法对计算步长是敏感的. 例如当 $\Delta z = 0.15 \mu\text{m}$ 时, 本文算法所得的耦合距离为 $89.85 \mu\text{m}$, 而由 SV-FDBPM 所得的耦合距离为 $92.04 \mu\text{m}$, 两者之间差距很小. 但当计算步长增加到 $\Delta z = 0.2 \mu\text{m}$ 时, 本文算法的精度就降低了, 此时的精度就和传统的 FEBPM 在步长为 $\Delta z = 0.01 \mu\text{m}$ 时相当.

3) 本文所提算法的误差在较大计算步长下会

出现累积的情况,而这样的情况会导致算法无法收敛.

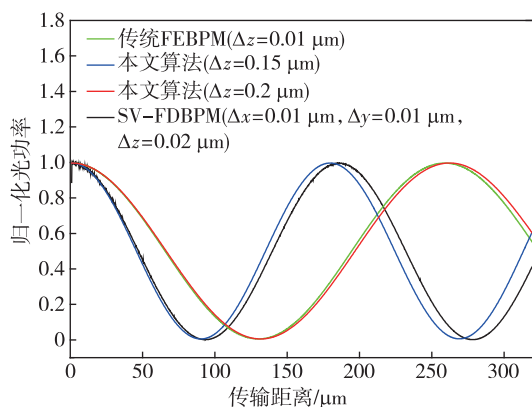


图2 归一化光功率与传播距离的关系曲线

Fig. 2 Relationship between the normalized power and the propagation distance

从图3中可以找到产生结论3的原因.图3给出了参考折射率随着计算波长增加变化的曲线,可以看出本文算法在计算步长为 $\Delta z=0.2 \mu\text{m}$ 时,参考折射率出现了发散情况.因为本算法同时考虑了载波和调制波,所以必须在尽量小的计算步长下才能正确地计算光波与波导相互作用的情况,而在较大的时间步长下将无法追踪快变的载波项,这将导致整个算法的不收敛.当传播步长减小为 $\Delta z=0.001 \mu\text{m}$ 时就可看到本文算法是收敛的.图4给出了在传播距离分别为0、75.8、129.8和259.8 μm 时的模场.

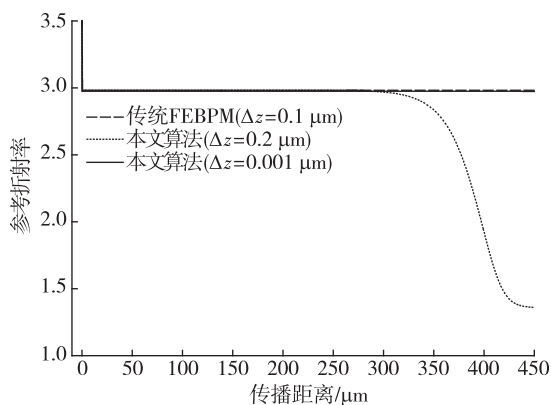


图3 参考折射率的演变曲线

Fig. 3 Evolution of the reference refractive index

3 结论

本文提出一种新型的非基于慢变包络近似的三

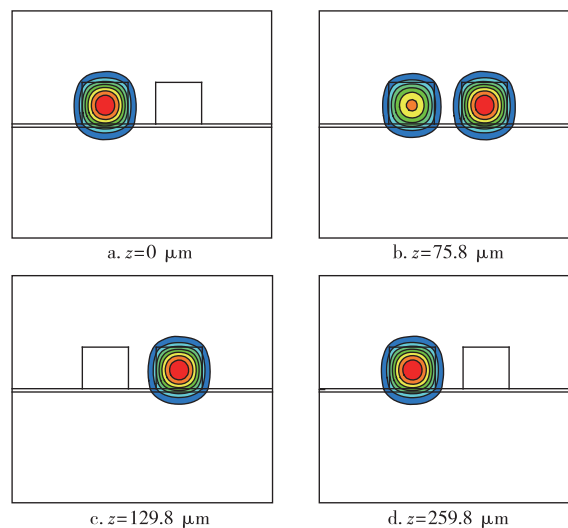


图4 传播距离分别为0、75.8、129.8和259.8 μm 时的横截面模场

Fig. 4 Field patterns with propagation distance at 0, 75.8, 129.8, or 259.8 μm

维有限元束传播法.该方法有别于传统的3D-FEBPM,在分析光波导传输问题上同时考虑了载波与调制波,与传统方法相比具有更高的精度,也更具一般性.通过对定向耦合器的仿真验证了本文算法的正确性.

参考文献

References

- [1] Tsuji Y, Koshiba M, Tanabe T. A wide-angle beam propagation method based on a finite element scheme [J]. IEEE Transaction on Magnetics, 1997, 33(2): 1544-1547
- [2] Huang W P, Xu C L. Simulation of three-dimensional optical waveguides by a full-vector beam propagation method [J]. IEEE Journal of Quantum Electronics, 1993, 29(10): 2639-2649
- [3] Hadley G R. Wide-angle beam propagation using padé approximant operators [J]. Optical Letters, 1992, 17(20): 1426-1428
- [4] Nakamura S, Saeki T, Koymada Y. Observation of slowly varying envelope approximation breakdown by comparison between the extended finite-difference time-domain method and the beam propagation method for ultrashort-laser-pulse propagation in a silica fiber [J]. Japanese Journal of Applied Physics, 2004, 43(10): 7015-7025
- [5] Lee P C, Voges E. Three-dimensional semi-vectorial wide-angle beam propagation method [J]. Journal of Lightwave Technology, 1994, 12(2): 215-225
- [6] Lu Y Y, Ho P L. Beam propagation method using $a[(p-1)/p]$ Padé approximant of the propagator [J]. Optics Letters, 2002, 27(9): 683-685
- [7] Sharma A, Agrawal A. New method for nonparaxial beam

- propagation [J]. Journal of the Optical Society of America A-Optics Image Science and Vision, 2004, 21 (6) : 1082-1087
- [8] Sharma A, Agrawal A. A new finite-difference-based method for wide-angle beam propagation [J]. IEEE Photonics Technology Letters, 2006, 18(8) : 944-946
- [9] Le K Q, Bienstman P. Wide-angle beam propagation method without using slowly varying envelope approximation [J]. Journal of the Optical Society of America B-Optical Physics, 2009, 26(2) : 353-356
- [10] Hadley G R. Wide-angle beam propagation using padded approximant operators [J]. Optics Letters, 1992, 17 (20) : 1426-1428
- [11] Tsuji Y, Koshiha M. Finite element beam propagation method with perfectly matched layer boundary conditions for three-dimensional optical waveguides [J]. International Journal of Numerical Modelling (Electronic Networks, Devices and Fields), 2000, 13(2/3) : 115-126
- [12] Tsuji Y, Koshiha M, Shiraishi T. Finite-element beam propagation method for 3-dimensional optical waveguide structures [J]. Electronics and Communications in Japan. Part II : Electronics, 1997, 80(6) : 19-25

A novel finite element method based beam propagation method without using slow varying envelope approximation

YU Bing¹ ZHAO Dan¹ GE Junxiang¹ SUN Xiaohan²

1 School of Electronic & Information Engineering, Nanjing University of Information Science & Technology, Nanjing 210044

2 School of Electronic Science and Engineering, Southeast University, Nanjing 210096

Abstract A novel finite element method (FEM) based wide-angle (WA) beam propagation method (BPM) was presented whereby the scalar Helmholtz equation was solved without using the slow varying envelope approximation (SVEA) and was more general and preciser than the well-known WA-BPM proposed by Hadley. The accuracy of this novel scheme was increased 10% in comparison with that of other existing approaches.

Key words beam propagation method (BPM); finite element method (FEM); wide-angle (WA); Padé operator; directional coupler