

徐啸峰<sup>1</sup> 李涛<sup>1,2</sup> 张斌<sup>1</sup> 郑柏超<sup>1,2</sup>

# 含变时滞输入的挠性航天器姿态复合控制

## 摘要

对含变时滞输入的挠性航天器姿态复合控制问题进行了研究,主要是通过设计一个时滞依赖的  $H_\infty$  控制和干扰观测器(DOBC)相结合的复合分层控制结构,实现姿态角和姿态角速度的稳定控制.本文所提方法的优势为:1)对振动引起的干扰进行精确补偿,减少了干扰对控制效果的影响;2)设计了时滞依赖的状态控制器,降低了时滞对姿态的影响;3)在泛函求解过程中引入了时滞积分不等式分解系数,从而降低了设计的保守性.最后,通过数值仿真验证了本文设计的控制方法的有效性,并分析了时滞量及时滞积分不等式分解系数对闭环系统性能的影响.

## 关键词

挠性航天器;变时滞输入; $H_\infty$  控制;干扰观测器

中图分类号 TP242

文献标志码 A

收稿日期 2015-11-02

资助项目 国家自然科学基金(61573189, 61403207);江苏省杰出青年基金(BK20140045);江苏省自然科学基金(BK20131000);江苏省六大人才高峰计划(2015-DZXX-013);江苏省高校优秀科技创新团队计划(苏教办科(2015)4号)

## 作者简介

徐啸峰,男,硕士生,主要从事挠性航天器控制研究.572600562@qq.com

李涛(通信作者),男,博士,教授,博士生导师,主要从事时滞系统、故障诊断以及抗干扰控制研究.litaojia@nuist.edu.cn

1 南京信息工程大学 信息与控制学院,南京,210044

2 南京信息工程大学 大气环境与装备技术  
江苏省高校协同创新中心,南京,210044

## 0 引言

为完成各种预定的空间飞行任务,现代航天器均需要进行姿态的机动或者跟踪,因此,航天器的姿态控制得到了密切的关注和广泛的研究<sup>[1-2]</sup>.航天器通常都带有大型太阳帆板或其他轻型结构的挠性附件.挠性航天器是大挠性、低阻尼的系统,所以受到其他扰动时很容易产生结构振动响应,这将会影响航天器的定位精度和精密仪器的正常工作,同时会引起构件的疲劳和损伤.随着航天任务的复杂化、高精度化,航天器的挠性振动控制问题已经成为航天器研究的热点之一,因此,在建模时需要考虑挠性附件的影响<sup>[3-6]</sup>.

魏凤美等<sup>[7]</sup>提出了一种挠性航天器姿态机动的变论域自整定模糊PID控制方案.由于传统的PID对干扰抑制能力比较差,鲁棒  $H_\infty$  控制法很好地解决了这个难题,因此,  $H_\infty$  控制已经被用到姿态控制系统的设计中.Charbonnel<sup>[8]</sup>考虑了外部扰动与模型的不确定性,通过线性矩阵不等式(LMI)的方法来设计  $H_\infty$  多目标的控制器,从而实现了对含有大挠性附件的火星采样回归系统的有效控制.值得指出的是,干扰观测器的控制方法(DOBC)在干扰抵消问题中得到越来越多的关注,并在许多领域的控制系统中得以应用<sup>[9-12]</sup>.Liu等<sup>[13]</sup>提出了一种控制挠性航天器姿态的复合控制方法,但没有考虑航天器姿态控制系统中存在时滞的情况.Dong等<sup>[14]</sup>虽然考虑了挠性航天器的输入时滞,利用时滞补偿的方法将时滞系统转化为无时滞系统,可是并没有考虑变时滞的情况.

因为航天器对姿态精度以及稳定度的要求比较高,所以时滞在高精度姿态控制系统中必须要考虑.本文考虑了含有时变输入时滞的挠性航天器模型,采用DOBC与时滞依赖型状态反馈  $H_\infty$  控制相结合的方法,对文献[13]中的方法进行改进,在文献[15]的基础上构造一个新型李雅普诺夫泛函,并在泛函求解过程中引入了时滞积分不等式分解系数,从而降低了设计的保守性.最后,通过数值仿真验证了本文设计的控制方法的有效性,并分析了时滞量及时滞积分不等式分解系数对闭环系统性能的影响.

在本文中,单位矩阵为  $I$ ,零矩阵为  $0$ .对于实对称矩阵  $P, P > 0$  ( $\geq 0$ ) 表示  $P$  是正定矩阵(半正定矩阵),对称矩阵中  $*$  代表相应的对称项.如果没有特殊说明,假设所有矩阵的维数是匹配的适当维数.对于方阵  $R$ ,定义  $\text{sym}(R) = R + R^T$ ,向量  $H(t)$  的欧式范数定义为

$$\| \mathbf{H}(t) \|_2^2 = \mathbf{H}^T(t) \mathbf{H}(t).$$

## 1 问题的描述

本文考虑的是单轴自旋航天器<sup>[16]</sup>,由一个刚性本体的一个挠性附件构成,其动力学方程为

$$\begin{cases} \mathbf{J}\ddot{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{F}\ddot{\boldsymbol{\eta}}(t) = \mathbf{u}(t - d(t)) + \boldsymbol{\omega}_1(t), \\ \ddot{\boldsymbol{\eta}}(t) + \mathbf{C}_m\dot{\boldsymbol{\eta}}(t) + \mathbf{A}\boldsymbol{\eta}(t) + \mathbf{F}^T\ddot{\boldsymbol{\theta}}(t) = \mathbf{0}. \end{cases} \quad (1)$$

式(1)中各变量的含义如表1所示.

表1 式(1)中各变量的含义

Table 1 Meaning of variables in equation(1)

变量	变量的含义
$\mathbf{J}$	航天器的转动惯量
$\boldsymbol{\theta}(t)$	姿态角
$\mathbf{F}$	挠性附件与本体的耦合矩阵
$\boldsymbol{\eta}(t)$	挠性附件的模式
$\boldsymbol{\omega}_1(t)$	有界干扰力矩
$\mathbf{C}_m$	模态阻尼矩阵 $[\text{diag}(2\xi_i\omega_i), i = 1, 2, \dots, n]$
$\mathbf{A}$	刚度矩阵 $[\text{diag}(\omega_i^2), i = 1, 2, \dots, n]$
$\xi_i$	阻尼比
$\omega_i$	模态频率
$d(t)$	输入时滞
$\mathbf{u}(t - d(t))$	控制力矩
$n$	前 $n$ 阶模态

本文假设时滞满足  $0 \leq d(t) < \tau$  且  $\dot{d}(t) \leq \bar{d} < 1$ ,  $\tau$  是输入时滞的上界,  $\bar{d}$  是时滞变化率的上界. 由于挠性附件振动的能量主要集中在低阶模态, 所以本文在设计控制器时只考虑前两阶模态. 由式(1)可知:

$$(\mathbf{J} - \mathbf{F}\mathbf{F}^T)\ddot{\boldsymbol{\theta}}(t) = \mathbf{F}[\mathbf{C}_m\dot{\boldsymbol{\eta}}(t) + \mathbf{A}\boldsymbol{\eta}(t)] + \mathbf{u}(t - d(t)) + \boldsymbol{\omega}_1(t), \quad (2)$$

式(2)可写成如下的状态空间形式:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}[\mathbf{u}(t - d(t)) + \boldsymbol{\omega}_0(t)] + \mathbf{B}\boldsymbol{\omega}_1(t), \quad (3)$$

其中

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ (\mathbf{J} - \mathbf{F}\mathbf{F}^T)^{-1} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\theta}(t) \\ \dot{\boldsymbol{\theta}}(t) \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\omega}_0(t) = \mathbf{F}[\mathbf{C}_m\dot{\boldsymbol{\eta}}(t) + \mathbf{A}\boldsymbol{\eta}(t)].$$

本文将姿态角和姿态角速度作为状态量, 将不可测量的模态以及速率的组合项看成是由挠性附件振动引起的干扰, 即  $\boldsymbol{\omega}_0(t) = \mathbf{F}[\mathbf{C}_m\dot{\boldsymbol{\eta}}(t) + \mathbf{A}\boldsymbol{\eta}(t)]$ . 由于  $\boldsymbol{\omega}_1(t)$  对挠性航天器的影响比  $\boldsymbol{\omega}_0(t)$  要小得多, 为了保证控制效果, 采用干扰观测器对  $\boldsymbol{\omega}_0(t)$  进行干扰抵消是最合适的方法.

## 2 复合控制器的设计

### 2.1 干扰观测器设计

本文采用的干扰观测器和文献[15]相类似, 针对  $\boldsymbol{\omega}_0(t)$ , 干扰观测器的设计如下:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{P}}(t) = -\mathbf{N}\mathbf{B}[\mathbf{P}(t) + \mathbf{N}\mathbf{x}(t)] - \mathbf{N}[\mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t - d(t))], \\ \hat{\boldsymbol{\omega}}_0(t) = \mathbf{P}(t) + \mathbf{N}\mathbf{x}(t), \end{cases} \quad (4)$$

其中  $\mathbf{P}(t)$  为干扰观测器的状态的辅助变量,  $\mathbf{N}$  为观测器增益,  $\hat{\boldsymbol{\omega}}_0(t)$  为  $\boldsymbol{\omega}_0(t)$  估计值.

因此, 本文将干扰观测器的估计误差定义为  $\mathbf{e}(t) = \boldsymbol{\omega}_0(t) - \hat{\boldsymbol{\omega}}_0(t)$ , 那么

$$\dot{\mathbf{e}}(t) = -\mathbf{N}\mathbf{B}\mathbf{e}(t) + \dot{\boldsymbol{\omega}}_0(t) - \mathbf{N}\mathbf{B}\boldsymbol{\omega}_1(t), \quad (5)$$

由式(5)可知干扰观测器的估计误差与  $\dot{\boldsymbol{\omega}}_0(t)$  和  $\boldsymbol{\omega}_1(t)$  有关. 如果  $\dot{\boldsymbol{\omega}}_0(t)$  和  $\boldsymbol{\omega}_1(t)$  太大, 那么误差就会变大, 也就失去了干扰抑制的意义, 因此该干扰观测器只适用于  $\boldsymbol{\omega}_0(t)$  为慢时变且  $\boldsymbol{\omega}_1(t)$  比较小的情况.

### 2.2 复合控制器

在上述干扰观测器中, 由于控制输入时存在时滞, 针对该问题, 本文设计的复合控制器为

$$\mathbf{u}(t - d(t)) = -\hat{\boldsymbol{\omega}}_0(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t - d(t)),$$

其中,  $\mathbf{K} = [\mathbf{K}_p, \mathbf{K}_d]$  为传统 PD 控制器的增益, 系统结构<sup>[15]</sup>如图1所示.

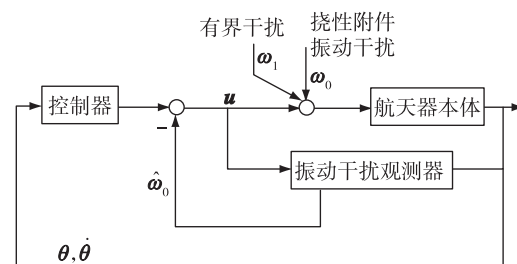


图1 复合控制器的结构

Fig. 1 Structure of the composite controller

式(2)结合式(5)可以得到复合系统:

$$\dot{\mathbf{x}}_h(t) = \bar{\mathbf{A}}\mathbf{x}_h(t) + \mathbf{A}_d\mathbf{x}_h(t - d(t)) + \mathbf{B}_0\dot{\boldsymbol{\omega}}_0(t) + \mathbf{B}_1\boldsymbol{\omega}_1(t), \quad (6)$$

其中

$$\mathbf{x}_h(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \mathbf{e}(t) \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{N}\mathbf{B} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{A}_d = \begin{bmatrix} \mathbf{B}\mathbf{K} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}_h(t - d(t)) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t - d(t)) \\ \mathbf{e}(t - d(t)) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B}_0 = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ -\mathbf{N}\mathbf{B} \end{bmatrix}.$$

系统的  $H_\infty$  性能参考控制输出为

$$z(t) = Cx_h(t) + C_d x_h(t - d(t)), \quad (7)$$

其中,  $C = [C_1, C_2], C_d = [C_{d1}, C_{d2}]$ .

因为  $\dot{\omega}_0(t)$  和  $\omega_1(t)$  的数量级不一样, 所以应将  $\dot{\omega}_0(t)$  和  $\omega_1(t)$  分开来, 在  $H_\infty$  控制器中分别对应于不同的干扰抑制率, 从而达到更好的干扰抑制效果.

### 2.3 $H_\infty$ 和 DOBC 的复合控制

本文通过设计控制器增益  $K$  和观测器增益  $N$ , 使得系统(6)渐近稳定, 并满足一定的  $H_\infty$  性能. 参考文献[15]中的方法, 针对时滞依赖系统的鲁棒稳定性问题给出定理 1.

考虑由式(6)和式(7)组合的系统为

$$\begin{cases} \dot{x}_h(t) = \bar{A}x_h(t) + A_d x_h(t - d(t)) + \\ \quad B_0 \dot{\omega}_0(t) + B_1 \omega_1(t), \\ z(t) = Cx_h(t) + C_d x_h(t - d(t)), \\ x_h(t) = \rho(t), \quad \forall t \in [-\tau, 0]. \end{cases} \quad (8)$$

式(8)中,  $x_h(t)$  为系统状态,  $x_h(t - d(t))$  为状态时滞,  $\omega_0(t)$ 、 $\omega_1(t)$  为范数有界外部干扰,  $z(t)$  为被控输出,  $\rho(t)$  为系统的初始条件. 为了方便描述, 定义  $\sigma = 1 - \bar{d}$ . 为完成相关证明, 需要以下引理.

**引理 1**<sup>[17]</sup> 对于任何矩阵  $M > 0$ , 标量  $b > a$ , 则存在一个向量函数  $w(s)$ , 使得下列不等式成立:

$$-\int_a^b w^T(s) M w(s) ds \leq -\frac{1}{b-a} \hat{w}^T(s) M \hat{w}(s), \quad (9)$$

其中,  $\hat{w}(s) = \int_a^b w(s) ds$ . 于是, 获得如下的定理.

**定理 1** 对于给定的标量  $\gamma_0 > 0, \gamma_1 > 0$ , 如果存在正定矩阵  $P > 0, Q > 0, R > 0$ , 且满足如下不等式:

$$\begin{bmatrix} \Omega_1 & \Omega_2 \\ * & \Omega_3 \end{bmatrix} < 0, \quad (10)$$

其中

$$\Omega_1 = \begin{bmatrix} \text{sym}(P\bar{A}) - \frac{1}{\tau}R + Q & PA_d + \frac{a}{\tau}R & PB_0 \\ * & -\sigma Q - \frac{2a}{\tau}R & 0 \\ * & * & -\gamma_0^2 I \end{bmatrix},$$

$$\Omega_2 = \begin{bmatrix} PB_1 & \frac{(1-a)}{\tau}R & \bar{A}^T & C^T \\ 0 & \frac{a}{\tau}R & A_d^T & C_d^T \\ 0 & 0 & B_0^T & 0 \end{bmatrix},$$

$$\Omega_3 = \begin{bmatrix} -\gamma_1^2 I & 0 & B_1^T & 0 \\ * & -\frac{1}{\tau}R & 0 & 0 \\ * & * & -\frac{1}{\tau}R & 0 \\ * & * & * & -I \end{bmatrix},$$

那么系统(8)渐近稳定, 且满足  $H_\infty$  性能

$$\|z(t)\|_2^2 < \gamma_0^2 \|\dot{\omega}_0(t)\|_2^2 + \gamma_1^2 \|\omega_1(t)\|_2^2.$$

**证明** 对于系统(8), 选取 Lyapunov 泛函为

$$V(x_h(t), t) = x_h^T(t) P x_h(t) + \int_{t-d(t)}^t x_h^T(s) Q x_h(s) ds + \int_{-\tau}^0 \int_{t+\beta}^t x_h^T(s) R x_h(s) ds d\beta s, \quad (11)$$

并定义  $x_h(t - d(t)) = x_d(t)$ , 对式(11)求导有

$$\dot{V}(x_h(t), t) = \dot{V}_1 + \dot{V}_2 + \dot{V}_3, \quad (12)$$

其中

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \dot{x}_h^T(t) P x_h(t) + x_h^T(t) P \dot{x}_h(t), \\ \dot{V}_2 &= x_h^T(t) Q x_h(t) - [1 - \dot{d}(t)] x_d^T(t) Q x_d(t), \\ \dot{V}_3 &= \tau x_h^T(t) R \dot{x}_h(t) - \int_{t-\tau}^t x_h^T(s) R \dot{x}_h(s) ds. \end{aligned}$$

对  $\int_{t-\tau}^t x_h^T(s) R \dot{x}_h(s) ds$  进行等价分解得

$$-\int_{t-\tau}^t x_h^T(s) R \dot{x}_h(s) ds = Z_1 + Z_2, \quad (13)$$

其中

$$\begin{aligned} Z_1 &= -a \left( \int_{t-\tau}^t x_h^T(s) R \dot{x}_h(s) ds \right), \\ Z_2 &= -(1-a) \left( \int_{t-\tau}^t x_h^T(s) R \dot{x}_h(s) ds \right). \end{aligned}$$

其中,  $a$  为时滞积分不等式的分解参数, 满足  $0 \leq a \leq 1$ . 由引理 1 可知:

$$-\int_{t-\tau}^t x_h^T(s) R \dot{x}_h(s) ds \leq \Psi, \quad (14)$$

其中

$$\begin{aligned} \Psi &= \Psi_1^T(t) \Psi_2 \Psi_1(t), \\ \Psi_1 &= [x_h^T(t), x_d^T(t), x_h^T(t - \tau)]^T, \\ \Psi_2 &= \begin{bmatrix} -\frac{1}{\tau}R & \frac{a}{\tau}R & \frac{(1-a)}{\tau}R \\ * & -\frac{2a}{\tau}R & \frac{a}{\tau}R \\ * & * & -\frac{1}{\tau}R \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

因此

$$\dot{V}(x_h(t), t) \leq \dot{V}_1 + \dot{V}_2 + \tau x_h^T(t) R \dot{x}_h(t) + \Psi. \quad (15)$$

首先, 考虑当  $\omega = 0$  时系统的稳定性, 将  $\dot{x}_h(t) =$

$\bar{A}\mathbf{x}_h(t) + \mathbf{A}_d\mathbf{x}_d(t)$  代入式(15)得:

$$\dot{V}(\mathbf{x}_h(t), t) \leq \boldsymbol{\alpha}_1^T \boldsymbol{\theta}_1 \boldsymbol{\alpha}_1(t), \quad (16)$$

其中

$$\boldsymbol{\alpha}_1(t) = [\mathbf{x}_h^T(t), \mathbf{x}_d^T(t), \mathbf{x}_h^T(t - \tau)]^T, \\ \boldsymbol{\theta}_1 = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\theta}_a & \boldsymbol{\theta}_b & \frac{(1-a)\mathbf{R}}{\tau} \\ * & \boldsymbol{\theta}_c & \frac{a\mathbf{R}}{\tau} \\ * & * & -\frac{1}{\tau}\mathbf{R} \end{bmatrix},$$

其中

$$\boldsymbol{\theta}_a = \text{sym}(\mathbf{P}\bar{\mathbf{A}}) - \frac{1}{\tau}\mathbf{R} + \mathbf{Q} + \tau\bar{\mathbf{A}}^T\mathbf{R}\bar{\mathbf{A}},$$

$$\boldsymbol{\theta}_b = \mathbf{P}\mathbf{A}_d + \tau\bar{\mathbf{A}}^T\mathbf{R}\mathbf{A}_d + \frac{a}{\tau}\mathbf{R},$$

$$\boldsymbol{\theta}_c = -\sigma\mathbf{Q} - \frac{2a}{\tau}\mathbf{R} + \tau\mathbf{A}_d^T\mathbf{R}\mathbf{A}_d.$$

由 Schur 补引理知,  $\boldsymbol{\theta}_1 < \mathbf{0}$ , 即  $\dot{V}(\mathbf{x}_h(t), t) \leq 0$ , 所以该系统渐近稳定. 接着, 考虑  $\boldsymbol{\omega} \neq \mathbf{0}$  时, 将

$\dot{\mathbf{x}}_h(t) = \bar{\mathbf{A}}\mathbf{x}_h(t) + \mathbf{A}_d\mathbf{x}_d(t) + \mathbf{B}_0\dot{\boldsymbol{\omega}}_0(t) + \mathbf{B}_1\boldsymbol{\omega}_1(t)$  代入式(15)得:

$$\dot{V}(\mathbf{x}_h(t), t) \leq \boldsymbol{\alpha}^T(t)\boldsymbol{\theta}_2\boldsymbol{\alpha}(t) \leq 0, \quad (17)$$

其中

$$\boldsymbol{\alpha}(t) = [\mathbf{x}_h^T(t), \mathbf{x}_d^T(t), \dot{\boldsymbol{\omega}}_0^T(t), \boldsymbol{\omega}_1^T(t), \mathbf{x}_h^T(t - \tau)]^T, \\ \boldsymbol{\theta}_2 = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\theta}_a & \boldsymbol{\theta}_b & \boldsymbol{\theta}_d & \boldsymbol{\theta}_e & \frac{(1-a)\mathbf{R}}{\tau} \\ * & \boldsymbol{\theta}_c & \tau\mathbf{A}_d^T\mathbf{R}\mathbf{B}_0 & \tau\mathbf{A}_d^T\mathbf{R}\mathbf{B}_1 & \frac{a}{\tau}\mathbf{R} \\ * & * & \tau\mathbf{B}_0^T\mathbf{R}\mathbf{B}_0 & \tau\mathbf{B}_0^T\mathbf{R}\mathbf{B}_1 & \mathbf{0} \\ * & * & * & \tau\mathbf{B}_1^T\mathbf{R}\mathbf{B}_1 & \mathbf{0} \\ * & * & * & * & -\frac{1}{\tau}\mathbf{R} \end{bmatrix}.$$

其中

$$\boldsymbol{\theta}_d = \mathbf{P}\mathbf{B}_0 + \tau\bar{\mathbf{A}}^T\mathbf{R}\mathbf{B}_0,$$

$$\boldsymbol{\theta}_e = \mathbf{P}\mathbf{B}_1 + \tau\bar{\mathbf{A}}^T\mathbf{R}\mathbf{B}_1.$$

下面证明系统的  $H_\infty$  性能, 考虑辅助函数:

$$J(\mathbf{x}_h(t)) = \int_0^t (\|\mathbf{z}(s)\|_2^2 - \gamma_0^2 \|\dot{\boldsymbol{\omega}}(s)\|_2^2 - \gamma_l^2 \|\boldsymbol{\omega}_l(s)\|_2^2) ds, \quad (18)$$

在零初始条件下

$$J(\mathbf{x}_h(t)) \leq \int_0^t (\|\mathbf{z}(s)\|_2^2 - \gamma_0^2 \|\dot{\boldsymbol{\omega}}(s)\|_2^2 - \gamma_l^2 \|\boldsymbol{\omega}_l(s)\|_2^2 + \dot{V}(\mathbf{x}_h(s), s)) ds, \quad (19)$$

因为

$$\|\mathbf{z}(s)\|_2^2 - \gamma_0^2 \|\dot{\boldsymbol{\omega}}(s)\|_2^2 - \gamma_l^2 \|\boldsymbol{\omega}_l(s)\|_2^2 +$$

$$\dot{V}(\mathbf{x}_h(s), s) \leq \boldsymbol{\alpha}^T(s)(\boldsymbol{\theta}_2 + \boldsymbol{\theta}_3)\boldsymbol{\alpha}(s) < 0,$$

其中

$$\boldsymbol{\theta}_3 = \begin{bmatrix} \mathbf{C}^T\mathbf{C} & \mathbf{C}^T\mathbf{C}_d & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ * & \mathbf{C}_d^T\mathbf{C}_d & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ * & * & -\gamma_0^2\mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ * & * & * & -\gamma_l^2\mathbf{I} & \mathbf{0} \\ * & * & * & * & \mathbf{0} \end{bmatrix}.$$

根据 Schur 补引理, 可知式(10)等价于  $\boldsymbol{\theta}_2 + \boldsymbol{\theta}_3$ ,

$J(\mathbf{x}_h(t)) < 0$ , 因此

$$\|\mathbf{z}(t)\|_2^2 < \gamma_0^2 \|\dot{\boldsymbol{\omega}}_0(t)\|_2^2 + \gamma_l^2 \|\boldsymbol{\omega}_1(t)\|_2^2, \\ \text{证毕.}$$

由于定理 1 还不是一个严格的 LMI 形式, 因此无法求解控制器增益  $\mathbf{K}$  和观测器增益  $\mathbf{N}$ . 于是, 基于定理 1, 可以进一步得到如下定理.

**定理 2** 复合系统(8)中, 对于给定标量  $\gamma_0 > 0, \gamma_l > 0$ , 如果存在矩阵  $\mathbf{X} > \mathbf{0}, \mathbf{Y} > \mathbf{0}, \mathbf{T} > \mathbf{0}, \mathbf{P}_2 > \mathbf{0}, \mathbf{Q}_2 > \mathbf{0}, \mathbf{R}_2 > \mathbf{0}, \mathbf{S}_1, \mathbf{S}_2$ , 且  $\mathbf{T} \leq \mathbf{X}, \mathbf{0} < \mathbf{R}_2 \leq \mathbf{P}_2$ , 满足:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\Omega}_4 & \boldsymbol{\Omega}_5 \\ * & \boldsymbol{\Omega}_6 \end{bmatrix} < \mathbf{0}, \quad (20)$$

其中

$$\boldsymbol{\Omega}_4 = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Phi}_1 & \mathbf{B} & \mathbf{B}\mathbf{S}_1 + \frac{a}{\tau}\mathbf{T} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{B} \\ * & \boldsymbol{\Phi}_2 & \mathbf{0} & \frac{a}{\tau}\mathbf{R}_2 & \mathbf{P}_2 & -\mathbf{S}_2\mathbf{B} \\ * & * & \boldsymbol{\Phi}_3 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ * & * & * & \boldsymbol{\Phi}_4 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ * & * & * & * & -\gamma_0^2\mathbf{I} & \mathbf{0} \\ * & * & * & * & * & -\gamma_l^2\mathbf{I} \end{bmatrix}, \\ \boldsymbol{\Omega}_5 = \begin{bmatrix} (1-a)\mathbf{T} & \mathbf{0} & \tau\mathbf{X}\mathbf{A}^T & \mathbf{0} & \mathbf{X}\mathbf{C}_1^T \\ \mathbf{0} & (1-a)\mathbf{R}_2 & \tau\mathbf{B}^T & -\tau\mathbf{B}^T\mathbf{S}_2^T & \mathbf{C}_2^T \\ a\mathbf{T} & \mathbf{0} & \tau\mathbf{S}_1^T\mathbf{B}^T & \mathbf{0} & \mathbf{X}\mathbf{C}_{d1}^T \\ \mathbf{0} & a\mathbf{R}_2 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{C}_{d2}^T \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \tau\mathbf{P}_2 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \tau\mathbf{B}^T & -\tau\mathbf{B}^T\mathbf{S}_2^T & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \\ \boldsymbol{\Omega}_6 = \begin{bmatrix} -\tau\mathbf{T} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ * & -\tau\mathbf{R}_2 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ * & * & -\tau\mathbf{X} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ * & * & * & -\tau\mathbf{P}_2 & \mathbf{0} \\ * & * & * & * & -\mathbf{I} \end{bmatrix}.$$

其中

$$\Phi_1 = \text{sym}(AX) - \frac{1}{\tau}T + Y,$$

$$\Phi_2 = \text{sym}(-S_2B) + Q_2 - \frac{1}{\tau}R_2,$$

$$\Phi_3 = -\sigma Y - \frac{2a}{\tau}T,$$

$$\Phi_4 = -\sigma Q_2 - \frac{2a}{\tau}R_2,$$

那么当控制器  $K = S_1X^{-1}$ , 观测器增益为  $N = P_2^{-1}S_2$  时, 基于 DOBC 的控制体系复合系统(8) 渐近稳定, 并且满足  $H_\infty$  性能

$$\|z(t)\|_2^2 < \gamma_0^2 \|\dot{\omega}_0(t)\|_2^2 + \gamma_1^2 \|\omega_1(t)\|_2^2.$$

证明 因为  $X > 0, P_2 > 0$ , 所以  $X^{-1}$  与  $P_2^{-1}$  是存在的, 将式(20) 左右同时乘以  $\text{diag}(X^{-1}, I, X^{-1}, I, I, X^{-1}, I, I, P_2^{-1}, I)$ , 并定义以下矩阵:

$$P_1 = X^{-1}, \quad K = S_1X^{-1}, \quad N = P_2^{-1}S_2,$$

$$Q_1 = X^{-1}YX^{-1}, \quad R_1 = X^{-1}TX^{-1},$$

可以得到下式:

$$\begin{bmatrix} \Omega_7 & \Omega_8 \\ * & \Omega_9 \end{bmatrix} < 0, \quad (21)$$

$$\Omega_7 = \begin{bmatrix} \Phi_{11} & P_1B & \Phi_{55} & 0 & 0 & P_1B \\ * & \Phi_{22} & 0 & \frac{a}{\tau}R_2 & P_2 & -P_2NB \\ * & * & \Phi_{33} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & \Phi_{44} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\gamma_0^2I & 0 \\ * & * & * & * & * & -\gamma_1^2I \end{bmatrix},$$

$$\Omega_8 = \begin{bmatrix} (1-a)R_1 & 0 & \tau A^T & 0 & C_1^T \\ 0 & (1-a)R_2 & \tau B^T & -\tau B^T N^T & C_2^T \\ aR_1 & 0 & \tau K^T B^T & 0 & C_{d1}^T \\ 0 & aR_2 & 0 & 0 & C_{d2}^T \\ 0 & 0 & 0 & \tau & 0 \\ 0 & 0 & \tau B^T & -\tau B^T N^T & 0 \end{bmatrix},$$

$$\Omega_9 = \begin{bmatrix} -\tau R_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & -\tau R_2 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -\tau P_1^{-1} & 0 & 0 \\ * & * & * & -\tau P_2^{-1} & 0 \\ * & * & * & * & -I \end{bmatrix}.$$

其中

$$\Phi_{11} = \text{sym}(P_1A) - \frac{1}{\tau}R_1 + Q_1,$$

$$\Phi_{22} = \text{sym}(-P_2NB) + Q_2 - \frac{1}{\tau}R_2,$$

$$\Phi_{33} = -\sigma Q_1 - \frac{2a}{\tau}R_1,$$

$$\Phi_{44} = -\sigma Q_2 - \frac{2a}{\tau}R_2,$$

$$\Phi_{55} = P_1BK + \frac{a}{\tau}R_1.$$

$$\text{令 } P = \begin{bmatrix} P_1 & 0 \\ 0 & P_2 \end{bmatrix}, \quad P^{-1} = \begin{bmatrix} P_1^{-1} & 0 \\ 0 & P_2^{-1} \end{bmatrix},$$

$$Q = \begin{bmatrix} Q_1 & 0 \\ 0 & Q_2 \end{bmatrix}, \quad R = \begin{bmatrix} R_1 & 0 \\ 0 & R_2 \end{bmatrix},$$

由  $X > 0, Y > 0, T > 0, P_2 > 0$ , 可知  $P_1^{-1} > 0, Q_1 > 0, R_1 > 0, P_2^{-1} > 0$ , 又因为  $Q_2 > 0, 0 < R_2 \leq P_2$ , 此外,  $T \leq X$  等价于  $R_1 \leq P_1$ , 因此, 显而易见  $P > 0, Q > 0, R > 0, R \leq P$ , 式(21) 等价于式(10), 由定理 1 可知系统(8) 渐近稳定, 且满足  $H_\infty$  性能

$$\|z(t)\|_2^2 < \gamma_0^2 \|\dot{\omega}_0(t)\|_2^2 + \gamma_1^2 \|\omega_1(t)\|_2^2.$$

### 3 仿真结果与分析

本文中挠性航天器的模型参数和外部干扰的取值与文献[18] 相同, 卫星的转动惯量  $J = 35.72 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ , 时滞变化率的上界  $\bar{d} = 0.1$ . 振动模态参数如表 2 所示.

表 2 振动模态参数

Table 2 Values of vibration parameters

振动模态	$\omega_i / (\text{rad/s})$	$\xi_i$	$F_i / (\text{kg}^{\frac{1}{2}} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2})$
1	3.17	0.000 10	1.278 14
2	7.38	0.000 15	0.917 56

表 2 中,  $F_i$  为振动模态耦合系数, 假设卫星在高度 500 km 的圆轨道上运行, 则轨道角速度为  $n = 0.001 1 \text{ rad/s}$ , 作用在卫星上的外部干扰设为  $\omega_1 = 4.5 \times 10^{-5}(3\cos nt + 1.5\sin nt)$ , 初始姿态角为  $\theta_0 = 0.08 \text{ rad}$ , 姿态角速度  $\dot{\theta}(0) = 0.001 \text{ rad/s}$ . 控制器的设计中, 因为  $\|\dot{\omega}_0(t)\|_2$  要远大于  $\|\omega_1(t)\|_2$ , 为了更好地体现系统对有界干扰的抑制能力, 所以当 LMI 有解的情况下,  $\gamma_1$  要远大于  $\gamma_0$ . 取  $\gamma_0 = 0.000 5, \gamma_1 = 0.1, C_1 = [0.1, 0], C_{d1} = [0, 0], C_2 = C_{d2} = 0$ . 为了验证本文提出方法的有效性, 根据定理 2, 在 Matlab 环境下对带挠性附件卫星姿态控制系统进行仿真研究.

首先, 取分解系数  $a = 0.1, \tau = 5 \text{ ms}$ , 则被观测干

扰的实际值、估计值及估计误差如图 2 所示.图 3 是对图 2 的 50~60 s 的局部放大,从图 3 中可以清楚地看出干扰观测器可以比较准确地将振动干扰值估计出来,使系统得到较好的补偿.

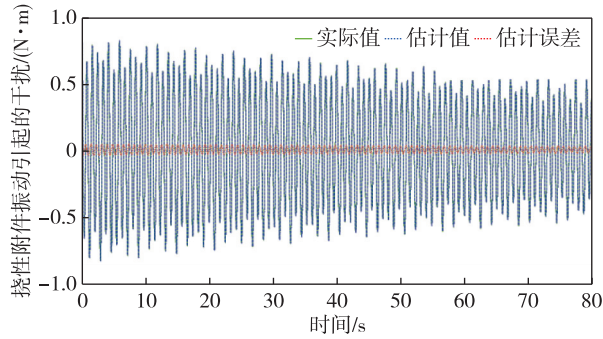


图 2 被观测干扰的实际值、估计值及估计误差  
Fig. 2 Actual value, estimated value and estimation error of disturbance caused by flexible vibration

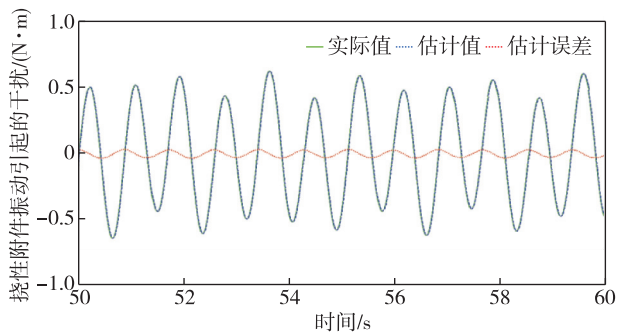


图 3 被观测干扰的实际值、估计值及估计误差的局部放大  
Fig. 3 Local amplification of actual value, estimated value and estimation error of disturbance caused by flexible vibration

### 3.1 时滞大小对姿态控制效果的影响

当分解系数  $a$  为 0.1, 针对不同时滞时间, 对应的控制器增益  $K$  和观测器增益  $N$  如表 3 所示, 对应的姿态角和姿态角速度响应曲线分别如图 4 和图 5 所示.

表 3 不同时滞下的控制器增益  $K$  和观测器增益  $N$

Table 3 Controller gain  $K$  and observer gain  $N$  under different time delay bounds

时滞时间 $\tau$ /ms	控制器增益 $K$	观测器增益 $N$
3	(-3.658 2, -17.652 9)	(0, 115.692 7)
6	(-4.692 8, -24.963 2)	(0, 80.097 1)
9	(-8.579 4, -61.885 7)	(0, 59.499 4)

从表 3, 图 4 和图 5 可以看出分解参数一定, 随着时滞时间增大, 控制器增益  $K$  和观测器增益  $N$  都

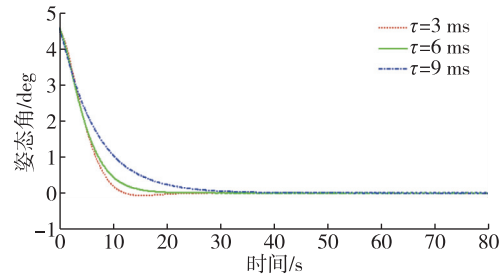


图 4 不同  $\tau$  值时的姿态角响应曲线

Fig. 4 Attitude angle under different time delay bounds

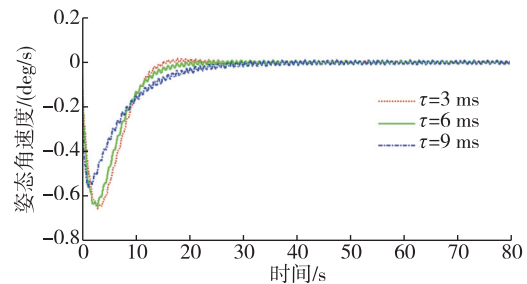


图 5 不同  $\tau$  值时的姿态角速度响应曲线

Fig. 5 Attitude angular velocity under different time delay bounds

会随之变化, 很明显姿态角和姿态角速度的响应也随之变化.

### 3.2 分解参数对姿态控制效果的影响

当时滞时间  $\tau$  为 5 ms 时, 针对不同的分解系数  $a$ , 对应的控制器增益  $K$  和观测器增益  $N$  如表 4 所示, 对应的姿态角和姿态角速度响应曲线分别如图 6 和图 7 所示.

表 4 不同分解参数下的控制器增益  $K$  和观测器增益  $N$

Table 4 Controller gain  $K$  and observer gain  $N$  under different decomposition coefficients

分解参数	控制器增益 $K$	观测器增益 $N$
$a=0.1$	(-4.767 1, -25.461 4)	(0, 86.177 0)
$a=0.5$	(-4.489 3, -23.213 5)	(0, 88.537 0)
$a=0.9$	(-4.675 6, -24.537 0)	(0, 88.381 8)

从表 4, 图 6 和图 7 可以看出随着分解系数  $a$  选取的不同, 姿态角和姿态角速度也会产生较大的影响, 随着分解系数  $a$  值的变化, 系统的响应速度跟着改变. 在文献[15]中由于缺少分解系数  $a$ , 当  $\tau > 9$  ms 时系统将变得不稳定, 然而在本文中由于构造了解时滞积分不等式分解系数  $a$ , 可以保证  $\tau \leq 10.4$  ms 时均能保证系统稳定, 此时分解系数选为  $a = 0.9$ , 因此本文中新增的时滞积分不等式分解系数

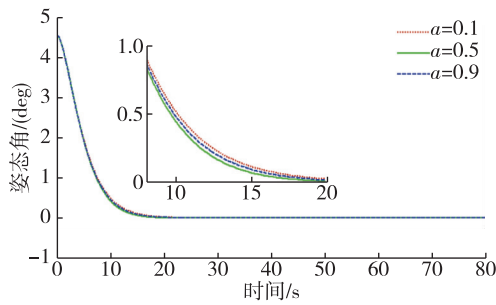


图6 不同分解系数下的姿态角响应曲线

Fig. 6 Attitude angle under different decomposition coefficients

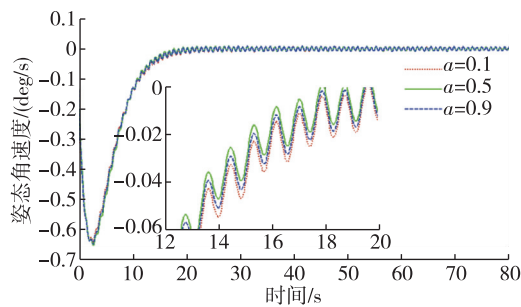


图7 不同分解系数下的姿态角速度响应曲线

Fig. 7 Attitude angular velocity under different decomposition coefficients

能降低结果的保守性。

#### 4 结论

本文考虑了含有变时滞输入的挠性航天器模型,采用 DOBC 与时滞依赖型状态反馈  $H_\infty$  相结合的方法实现对航天器姿态角和姿态角速度的稳定控制.本文引入了时滞积分不等式分解系数,降低了设计的保守性,仿真结果表明可以较好地地对振动干扰进行估计和补偿,而且有效地提高了航天器的姿态稳定度,同时也可以看出时滞参数  $\tau$  和时滞积分不等式分解系数在取值范围内对闭环系统的影响较为明显。

#### 参考文献

##### References

[ 1 ] 刘旺魁.挠性航天器的姿态机动与跟踪控制研究[D].哈尔滨:哈尔滨工业大学航天学院,2014  
LIU Wangkui. Research on attitude maneuver and tracking for flexible spacecraft[D]. Harbin: School of Astronautics, Harbin Institute of Technology, 2014

[ 2 ] 张爱华,张志强,霍星.具有参数不确定性的航天器姿态有限时间稳定控制[J].信息与控制,2015,44(3):303-308

ZHANG Aihua, ZHANG Zhiqiang, HUO Xing. Finite-time spacecraft attitude stabilization control subject to parameter uncertainties [J]. Information and Control, 2015, 44(3): 303-308

[ 3 ] 胡萌,汤亮.一种带大挠性附件卫星的低阶鲁棒控制方法[J].空间控制技术与应用,2015,41(3):28-32  
HU Meng, TANG Liang. Low-order robust control for satellite with large flexible appendages[J]. Aerospace Control and Application, 2015, 41(3): 28-32

[ 4 ] 刘金琨,王明钊.挠性航天器 LMI 抗饱和控制及模态振动抑制[J].电机与控制学报,2014,18(3):79-84  
LIU Jinkun, WANG Mingzhao. Anti-windup control based on LMI and vibration suppression for flexible spacecraft [J]. Electric Machines and Control, 2014, 18(3): 79-84

[ 5 ] 黄文虎,曹登庆,韩增尧.航天器动力学与控制的研究进展与展望[J].力学进展,2012,42(4):367-370  
HUANG Wenhua, CAO Dengqing, HAN Zengyao. Advances and trends in dynamics and control of spacecrafts[J]. Advances in Mechanics, 2012, 42(4): 367-370

[ 6 ] 刘敏,杨军,李学林,等.挠性航天器退步自适应姿态机动及主动振动控制[J].空间控制技术与应用,2015,41(1):9-14  
LIU Min, YANG Jun, LI Xuelin, et al. Backstepping adaptive attitude maneuver and active vibration control of flexible spacecraft [J]. Aerospace Control and Application, 2015, 41(1): 9-14

[ 7 ] 魏凤美,赵育善,师鹏.挠性航天器姿态机动的变论域自整定模糊 PID 控制[J].中国空间科学技术,2014,34(6):1-7  
WEI Fengmei, ZHAO Yushan, SHI Peng. Variable universe self-tuning fuzzy PID controller of attitude maneuver for flexible spacecraft[J]. Chinese Space Science and Technology, 2014, 34(6): 1-7

[ 8 ] Charbonnel C.  $H_\infty$  and LMI attitude control design: Towards performances and robustness enhancement [J]. Acta Astronautica, 2004, 54(5): 307-314

[ 9 ] Wei X J, Zhang H F, Guo L. Saturating composite disturbance-observer-based control and  $H_\infty$  control for discrete time-delay systems with nonlinearity [J]. International Journal of Control, Automation and Systems, 2009, 7(5): 691-701

[ 10 ] Ishikawa J, Tomizuka M. Pivot friction compensation using an accelerometer and a disturbance observer for hard disk drives [J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 1998, 3(3): 194-201

[ 11 ] Guo L, Feng C B, Chen W H. A survey of disturbance observer based control for dynamic nonlinear system [J]. Dynamics of Continuous Discrete and Impulsive Systems-Series B-Applications & Algorithms, 2006, 13E: 79-84

[ 12 ] Chen W H. Nonlinear disturbance observer-enhanced dynamic inversion control of missiles [J]. Journal of Guidance Control and Dynamics, 2003, 26(1): 161-166

[ 13 ] Liu H, Guo L, Zhang Y. Composite attitude control for flexible spacecrafts with simultaneous disturbance attenuation and rejection performance [J]. Journal of Systems and Control Engineering, 2012, 226(2): 154-161

[ 14 ] Dong C Y, Xu L J, Chen Y, et al. Networked flexible spacecraft attitude maneuver based on adaptive fuzzy

- sliding mode control [ J ]. Acta Astronautica, 2009, 65 (11/12):1561-1570
- [15] 李小凤,郭雷,张玉民.变时滞输入挠性航天器系统 DOBC 与  $H_\infty$  复合控制方法 [ C ] // 第 31 届中国控制会议, 2012:2824-2829  
LI Xiaofeng, GUO Lei, ZHANG Yumin. A composite disturbance observer and  $H_\infty$  control scheme for flexible spacecraft with time-varying input delay [ C ] // The 31st Chinese Control Conference, 2012:2824-2829
- [16] Song W L, Hu Q L, Liu Y Q. Spacecraft maneuvering using integral variable structure control and input shaping technique [ C ] // Proceedings of 6th World Congress on Intelligent Control and Automation, 2006, 1:1924-1928
- [17] Feng Z G, Lam J. Stability and dissipativity analysis of distributed delay cellular neural networks [ J ]. IEEE Transactions on Neural Networks, 2011, 22(6):976-981
- [18] Liu H, Guo L, Zhang Y M. An anti-disturbance PD control scheme for attitude control and stabilization of flexible spacecrafts [ J ]. Nonlinear Dynamics, 2012, 67 ( 3 ): 2081-2088

## Composite control for flexible spacecraft with time-varying input delay

XU Xiaofeng<sup>1</sup> LI Tao<sup>1,2</sup> ZHANG Bin<sup>1</sup> ZHENG Bochao<sup>1,2</sup>

1 School of Information and Control, Nanjing University of Information Science & Technology, Nanjing 210044

2 Collaborative Innovation Center of Atmospheric Environment and Equipment Technology, Nanjing University of Information Science & Technology, Nanjing 210044

**Abstract** This paper focuses on the attitude control of flexible spacecraft with time-varying input delay. A composite hierarchical control structure, which combines delay-dependent  $H_\infty$  control with disturbance-observer-based control (DOBC), is designed to achieve stable control of both attitude angle and attitude angular velocity. Advantages of the proposed method include: 1) the disturbance caused by vibration is compensated accurately to reduce the influence of disturbance on control effects; 2) a delay-dependent state controller is designed to reduce the effects of delay on attitude; 3) the decomposition coefficient of delay integral inequality is introduced in the process of function solving, which may reduce design conservatism. Finally, numerical simulations are used to verify the effectiveness of the proposed method and to show the effects on close loop system performance by time delay bound and decomposition coefficient.

**Key words** flexible spacecraft; time-varying input delay;  $H_\infty$  control; disturbance observer