DOI:10.13878/j.cnki.jnuist.2016.05.005

殷利平[1,2]　吴珂[1]　朱鹏渭[1]

粒子群优化算法在随机分布控制中的应用

摘要

将粒子群优化算法应用到随机分布系统中,其随机系统控制目标不局限于传统的均值和方差,而是估算某些变量的概率密度函数.该方法能减少基于泛函算子模型的随机分布控制算法在仿真过程中的计算量,避免计算中间变量的概率密度函数,且对模型的要求不高,从而使控制结果更加精确高效.

关键词

随机分布控制;粒子群优化算法;概率密度函数

中图分类号 TP13
文献标志码 A

收稿日期 2016-03-16
资助项目 国家自然科学基金(61320106010,61573190,61571014);江苏省杰出青年基金(BK20140045);江苏省大学生实践创新训练计划(201410300092x)

作者简介

殷利平,女,博士,副教授,研究方向为随机控制.lpyin@ nuist.edu.cn

1 南京信息工程大学 信息与控制学院,南京,210044
2 南京信息工程大学 江苏省大气环境与装备技术协同创新中心,南京,210044

0 引言

大多数工业过程不可避免地受随机干扰的影响,对该类系统进行适当控制使其达到期望的运行状态具有一定的挑战性.正因如此,对随机系统的研究一直都是近年来的热点,并由此产生了大量的控制方法,其中最小方差控制和线性二次高斯控制一直以来占据着非常重要的地位[1-2].在系统输出服从高斯分布的假设条件下,利用均值和方差可以全面地刻画系统的性能,因此上述方法具有很好的控制品质.但是,在实际的工业生产中,随机干扰未必服从高斯分布,而且在高斯噪声情况下,系统的非线性特性也往往使得系统输出服从非高斯分布[3-5].对于此种情况,仅仅采用以均值和方差为控制目标的闭环随机控制系统不能全面反映系统输出或跟踪误差的高阶统计特性,无法实现不确定性因素的极小化控制. 随机分布控制理论的提出为解决这一问题提出了新思路.

从 1996 年开始,王宏教授开始研究如何通过单纯的时间函数来控制随机动态系统的输出概率密度函数[5-8],并将这一类系统称之为随机分布控制系统.2003 年以后,郭雷和王宏两位教授所带领的团队提出了基于分布泛函和统计信息集合的随机反馈控制、系统估计和故障检测与诊断思想,建立了两类非高斯随机分布控制系统模型,一类是基于动静混合两步智能优化方法的非线性神经网络/模糊随机分布系统模型[4,9-11],一类是基于泛函算子描述的非高斯随机分布系统模型[14-20].

在随机分布系统的控制、估计等问题中都会涉及到到优化问题.随机分布系统的优化比较复杂,其优化对象与概率密度函数有关,含有积分,有时还会出现对数[12-13,16-17].

文献[12-18]中采用的优化方法是梯度下降法,但由于随机分布系统的特殊性,采用梯度下降法需在每一个采样时刻首先计算中间变量的概率密度函数,再计算输出变量的概率密度函数,计算量非常大,且得到的解都是局部最优解.本文基于数据用其他方法估计概率密度函数,并用粒子群算法对相应的性能指标函数进行优化.

1 系统模型

考虑如下的系统模型:

$$\begin{cases} x_{k+1} = f(x_k, u_k, w_k), \\ y_k = h(x_k, u_k, v_k), \end{cases} \qquad (1)$$

其中, u_k 是控制输入序列, x_k 是系统的状态序列, y_k 是受控输出序列, w_k 和 v_k 是非高斯随机输入序列, $f(\cdot,\cdot,\cdot)$ 和 $h(\cdot,\cdot,\cdot)$ 是光滑且 Borel 可测的非线性函数.

注1 模型(1) 可以是一个单输入单输出系统,此时 u_k, x_k, y_k 分别是控制输入序列、状态序列、输出序列,也可以是一个多输入多输出系统,此时此时 $\boldsymbol{u}_k, \boldsymbol{x}_k, \boldsymbol{y}_k$ 均为向量.

2 估算系统输出或其他关键变量的概率密度函数

假设采样时刻 k,系统(1) 的输出概率密度函数记为 $\gamma_{yk}(\tau)$,即采样时刻的受控输入 y_{ki} 服从概率密度函数为 $\gamma_{yk}(\tau)$ 的随机分布, $\gamma_{yk}(\tau)$ 是未知的.取 L 个受控输入 $\{y_{ki}\}(i = 1,2,\cdots,L)$ 作为样本,采用核密度估计原理得到的 $\gamma_{yk}(\tau)$ 估计如下:

$$\overset{\Lambda}{\gamma}_{yk}(\tau) = \frac{1}{Lh}\sum_{i=1}^{L} K\left(\frac{\tau - y_{ki}}{h}\right), \qquad (2)$$

其中, L 为样本容量, h 为带宽, $K(\cdot)$ 为核函数.此处选择高斯核函数:

$$K\left(\frac{\tau - y_{ki}}{h}\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\tau - y_{ki})^2}{2h^2}}, \qquad (3)$$

其中带宽 h 起到了平滑系数的作用,当 $L \to \infty$, $h \to 0$ 时, $\overset{\Lambda}{\gamma}_{yk}(\tau) \to \gamma_{yk}(\tau)$.此处 h 的选择是根据 Silverman 提出的基于平衡偏差和方差的经验法则进行,即:

$$h = 1.06\sigma N^{-1/5}, \qquad (4)$$

其中 σ 为样本的标准差.

注2 如果输出 y_k 是多维的,那么式(3) 中的高斯核函数就是一个多维高斯核函数,式(4) 中的 h 将替换成带宽矩阵 $\boldsymbol{H}$, $\boldsymbol{H}$ 的选取方法见文献[19].

3 性能指标函数的建立

基于泛函算子模型的随机分布控制,涉及到的性能指标函数一般可以写成

$$J_k = Q_{k1}\delta_1(\gamma_{yk}, \gamma_d) + Q_{k2}\delta_2(\gamma_{yk}, \gamma_d) + \frac{1}{2}R_K u_k^2, \qquad (5)$$

式(5) 中的第一项和第二项是统计特性,大多数情况下第一项、第二项、第三项都有,但也有例外,如在跟踪控制问题中,考虑的跟踪目标是一个给定的概率密度函数 $\gamma_d(\tau)$,控制律 $u_k(k = 1,2,\cdots)$ 设计的目标是使输出的条件概率密度函数 $\gamma_{yk}(\tau \mid x_k, u_k)$ 满足

$$\gamma_{yk}(\tau \mid x_k, u_k) \to \gamma_d(\tau), \quad k \to +\infty, \qquad (6)$$

这种情况下,式(5) 中只有两项[17],分别为 $\delta(\gamma_{yk}, \gamma_d) = \int_a^b (\hat{\gamma}_{yk}(\tau) - \gamma_d(\tau))^2 d\tau$ 与 $\frac{1}{2}R_k u_k^2$.在最小熵优化时,第一项是熵,第二项则为待优化变量的均值[12,16].为了保证优化目标符号的一致性(均为正),可将第二项修改为 $Q_{k2}E(\boldsymbol{Y}_k^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Y}_k)$,其中 E 为均值(数学期望)[20]. 第三项为对控制输入 u_k 的能量约束项或滤波器增益 L_k, $Q_{k1} > 0$, $Q_{k2} > 0$, $R_k > 0$ 为权系数.

基于以上分析,本文中粒子群优化的任务为:在每一个采样时刻 k,寻找使 J_k 最小的控制输入 u_k^*,使得式(5) 最小,即:

$$u_k^* = \arg_{u_k}\min J_k(u_k), \quad k = 0,1,\cdots, \qquad (7)$$

该算法结构如图 1 所示.

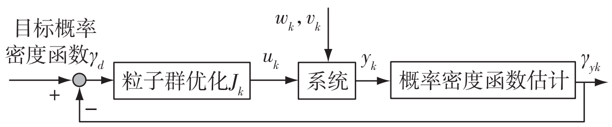

图1 算法结构
Fig. 1 Algorithm structure

4 粒子群算法优化性能指标 J_k

1987 年,Reynolds[21] 通过观察鸟类的群集现象,对鸟群行为进行仿真研究,并提出了 Bird-OID 模型.在模型中,每只鸟被看做一个粒子,而且每个粒子有其自身的位置、方向以及速度,其中每个粒子也可以感知它周围一定范围内其他粒子的运动规则.1995 年 Kennedy 等[22] 将这种仿真应用到优化计算中,提出了粒子群算法.

粒子群优化算法,是具有全局性、随机性以及群智能的优化算法,采用速度模型作为寻优手段,在整个可行域进行全面并行随机搜索.粒子群算法其原理简单、操作方便以及需要控制的参数较少,而且相比其他寻优算法其有着较好的鲁棒性、全局寻优性和并行处理等优点.这些优点正是在随机分布系统优化问题研究中所需要的.

本文要求在每一采样时刻,搜索满足式(7) 的最优控制输入 u_k^*.如果模型(1) 是一个单输入单输出系统,在采样时刻 k,将 J_k 作为粒子群的适应度函数,来寻找最优控制输入,即最优解 u_k^*.每 N 个微粒组成一个粒子群,每个微粒($n = 1,2,\cdots,N$) 它所对应的空间位置为 z_{kn}^t,速度为 v_{kn}^t,对应的适应度函数为 J_{kn}^t,其中 t 是指粒子速度的更新次数,即整个系统的迭代

次数.每个采样时刻,都要用粒子群算法进行一次优化,而每次优化都要注意粒子速度的迭代.

本文把第 i 个微粒所经历过的具有最好位置适应值的位置称为个体历史最好位置,记为 $z_{kn}^{(t)p}$,对应的适应度函数为 $J_{kn}^{(t)p}$;整个微粒群所经历的最好位置称为全局历史最好位置,记为 $z_k^{(t)s}$,对应的适应度函数为 $J_{kn}^{(t)s}$.粒子群的进化方程[23-24]可描述为

$$v_{kn}^{t+1}=\omega\cdot v_{kn}^{t}+c1\cdot \mathrm{rand1}\cdot(z_{kn}^{(t)p}-z_{kn}^{(t)})+c2\cdot \mathrm{rand2}\cdot(z_k^{(t)s}-z_{kn}^{(t)}),$$
$$z_{kn}^{(t+1)}=z_{kn}^{(t)}+v_{kn}^{(t+1)},t=1,2,\cdots,T-1, \tag{8}$$

其中,ω 为惯性权重因子,是粒子保持原速度的权重,$c1$,$c2$ 为加速度常数,分别表示粒子跟踪 $z_{kn}^{(t)p}$ 和 $z_k^{(t)s}$ 的权重,从粒子群进化方程可以看出,$c1$ 调节粒子飞向自身最好位置方向的步长,$c2$ 调节粒子向全局最好的位置飞行的步长.rand1,rand2 为[0,1]区间内均匀分布的随机数.

通过分析粒子群的一些基本特点,可以知道式(8)中第一部分为粒子先前的速度,第二部分为粒子“认知”部分,即表示粒子的思考部分,第三部分是“群体”部分,表示粒子间相互共享群体信息.

由上述表达式进行迭代,T 次更新后粒子群的最优位置 $z_k^{(T)s}$ 就是搜到的全局最优值.采样时刻 k 的最优控制输入为

$$u_k^*=z_k^{(T)s}. \tag{9}$$

在采样时刻 k,将最优控制输入 u_k^* 作用于系统(1),系统状态发生改变,进入下一采样时刻 $k+1$,进行新一轮优化.

基于粒子群优化算法的非线性随机系统的 PDF 跟踪控制的详细流程如下:

1) 初始化系统(1)的随机状态变量 z_0 和控制输入 u_0.

2) 设采样时刻 $k=1$.

3) 用粒子群优化算法优化 k 时刻的性能指标函数,得到最优控制输入 u_k^*:

① 初始化粒子群,随机初始化各粒子,即本文中的 z_{kn}^1,v_{kn}^1;

② 根据适应度函数计算各粒子的适应度值,如本文中的 $J_{kn}^{(1)p}$;

③ 对每个粒子的适应度和它的历史最优适应度进行比较,如果比历史最优的适应度值好,则将其作为新的历史最优适应度值;

④ 对每个粒子比较它的适应度值与群体所经历的最好位置的适应度值进行比较,如果个体粒子的适应度值更好,则将其作为群最优值;

⑤ 根据式(8)对粒子的速度和位置进行进化;

⑥ 如果达到最优化条件,即此时 $u_k^*=z_k^{(T)s}$,则结束,否则转到②.

4) 将 u_k^* 作用于系统(1),$k=k+1$,转步骤3).

该算法可以用图2表示.

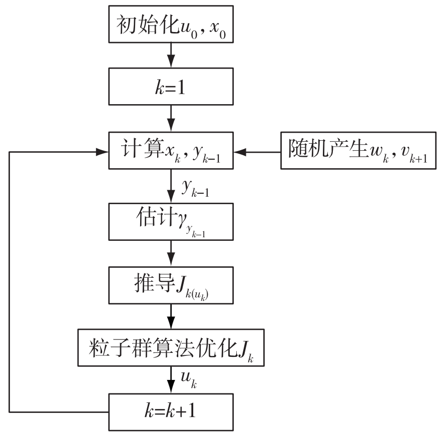

图2 算法流程

Fig. 2 Algorithm flow chart

5 结论

为了解决基于泛函算子模型的随机分布系统中存在的计算量过大、只能得到局部最优解等问题,本文将粒子群优化算法应用到随机分布系统中,这种算法在每一采样时刻,首先用 Parzen Window 估算系统输出或其他关键变量的输出概率密度函数,然后根据控制目标或其他的估计优化目标建立性能指标函数,最后利用粒子群算法优化性能指标函数.与之前的梯度优化算法相比,该算法对模型要求低、计算量更小,且在粒子群种群数量达到一定规模后,往往能得到全局最优解.

参考文献
References

[1] Freudenberg J S, Middleton R H, Braslavsky J H. Minimum variance control over a Gaussian communication channel[J].IEEE Transactions on Automatic Control,2011,56(8):1751-1765

[2] Looze D P,Poor H V,Vastola K S,et al.On linear-quadratic-Gaussian control of systems with uncertain statistics [J].Lecture Notes in Control & Information Sciences, 2005,38:417-423

[3] Wang H.Bounded dynamic stochastic systems:Modeling and control[M].London:Springer-Verlag,2000

[4] Guo L,Wang H.Stochastic distribution control system de-

sign[M].London:Springer-Verlag,2010

[5] Wang H.Robust control of the output probability density functions for multivariable stochastic systems with guaranteed stability[J].IEEE Transactions on Automatic Control,1999,44(11):2103-2107

[6] Wang H.Minimum entropy control of non-Gaussian dynamic stochastic systems[J].IEEE Transactions on Automatic Control,2002,47(2):382-387

[7] Wang H.Model reference adaptive control of the output stochastic distributions for unknown linear stochastic systems[J].International Journal of Systems Science,1999,30(7):707-715

[8] Wang H.Control of conditional output probability density functions for general nonlinear and non-Gaussian dynamic stochastic systems[J].IEEE Proceedings Part D:Control Theory & Applications,2003,150(1):55-60

[9] Yi Y,Guo L,Wang H.Constrained PI tracking control for output probability distributions based on two-step neural networks[J].IEEE Transactions on Circuits and Systems-I,2009,56(7):1416-1426

[10] Yi Y,Zheng W X,Guo L.Improved results on statistic information control with a dynamic neural network identifier[J].IEEE Transactions on Circuits and Systems-II,2013,60(11):816-820

[11] Yi Y,Guo L,Wang H.Adaptive statistic tracking control based on two steps neural networks with time delays[J].IEEE Transactions on Neural Networks,2009,20(3):420-429

[12] Yin L P,Guo L.Fault isolation for dynamic multivariate nonlinear non-Gaussian stochastic systems using generalized entropy optimization principle[J].Automatica,2009,45(11):2612-2619

[13] Yin L P,Zhou L.Function based fault detection for uncertain multivariate nonlinear non-Gaussian stochastic systems using entropy optimization principle[J].Entropy,2013,15(1):32-52

[14] Guo L,Yin L P,Wang H.Robust PDF control with guaranteed stability for nonlinear stochastic systems under modelling errors[J].IET Control Theory & Applications,2009,3(5):575-582

[15] Yin L P,Guo L.Joint stochastic distribution tracking control for multivariate descriptor systems with non-Gaussian variables[J].International Journal of Systems Science,2012,43(1):192-200

[16] Guo L,Yin L P,Wang H,et al.Entropy optimization filtering for fault isolation of nonlinear non-Gaussian stochastic systems[J].IEEE Transactions on Automatic Control,2009,54(4):804-810

[17] Guo L, Wang H. Minimum entropy filtering for multivariate stochastic systems with non-Gaussian noises[J].IEEE Transactions on Automatic Control,2006,51(4):695-700

[18] Guo L,Wang H,Wang A P.Optimal probability density function control for NARMAX stochastic systems[J].Automatica,2008,44(7):1904-1911

[19] Duarte M,Sepúlveda F,Redard J P,et al.Grinding operation optimization of the CODELCO-Andina concentrator plant[J]. Minerals Engineering, 1998, 11(12):1119-1142

[20] Liu Y L,Wang H,Guo L.Observer-based feedback controller design for a class of stochastic systems with non-Gaussian variables[J].IEEE Transactions on Automatic Control,2015,60(5):1445-1450

[21] Reynolds C W.Flocks,herds and schools:A distributed behavioral model[J].ACM SIGGRAPH Computer Graphics,1987,21(4):25-34

[22] Kennedy J, Eberhart R C. Particle swarm optimization[J].Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks,1995,4(8):1942-1948

Application of particle swarm optimization in stochastic distribution control

YIN Liping[1,2] WU Ke[1] ZHU Pengwei[1]

1 School of Information and Control,Nanjing University of Information Science & Technology,Nanjing 210044

2 Jiangsu Collaborative Innovation Center on Atmospheric Environment and Equipment Technology, Nanjing University of Information Science & Technology,Nanjing 210044

Abstract This paper reviews the application of particle swarm in performance optimization for stochastic distribution systems.The control objective is the probability density function,not mean nor variance,which are usually adopted in traditional stochastic control.The proposed method can reduce the computation load,avoid the calculation of probability density functions of some intermediate variables.Moreover,it reduces the dependence on system models,which makes the algorithm more accurate and efficient.

Key words stochastic distribution control;particle swarm optimization;probability density function