



Gerris 数值方案及其在海洋数值模拟中的应用

摘要

基于动态自适应网络的开源软件 Gerris 受到越来越多海洋和水文研究者的关注,概述了 Gerris 开发背景、研究现状和特点,详细阐述了 Gerris 数值方案,包括动态自适应网格、动态负载平衡技术原理、广义正交曲线坐标系、内嵌复杂固体边界和地形数据的处理方法,并探讨了 Gerris 在海洋数值模拟中的初步应用.结果表明,Gerris 动态自适应网格在多尺度问题模拟中的优势独特,在海洋数值模拟应用中可通过自适应网格提高地理特征的精度,通过 GTS(或 KDT)格式的数据来处理地形和网格,达到同时兼顾精确性和易用性的目的,使得 Gerris 与其他海洋模式进行有机结合成为重要发展方向.

关键词

Gerris; 四叉树网格; 自适应网格; 动态负载平衡; 海洋模式; 数值模拟

中图分类号 O352

文献标志码 A

收稿日期 2013-08-13

资助项目 国家自然科学基金(41331174, 11102232)

作者简介

王亮,男,博士,讲师,研究方向为计算流体力学和海浪数值预报. wangliang49101@163.com

0 引言

近年来,新西兰国家大气和水文研究所开发的开源软件 Gerris^[1] 受到越来越多海洋和水文研究者的关注. Gerris 逐步建立了一个基于四叉树自适应网络的偏微分方程求解框架,在此框架下可以求解任意偏微分方程,并使得动态自适应网格的功能得到共享. Gerris 最早用来求解无粘 Euler 方程^[2],后来逐步扩展为求解浅水方程^[3],模拟了 2004 年的印度洋海啸^[4] 和 2011 年的日本海啸^[5]. 2010 年, Popinet 等^[6] 将 Gerris 和 WAVEWATCH III 相结合开发了基于四叉树自适应网格的海浪预报模式,但该模式还很初步,既没有考虑地形影响,也没有考虑浅水过程. Tsai 等^[7] 在此基础上进行了进一步的发展,采用实际风场资料对一个台风过程引起的海浪场进行了模拟.

虽然 Gerris 在海洋要素预报方面距实际应用仍有一定距离,但其特有的四叉树自适应网格引起了越来越多研究者的兴趣,尤其是 Gerris 提供了一个求解偏微分方程的框架,研究者可以在充分利用 Gerris 中与自适应网格相关的各种功能的前提下,根据自己的需求开发相应的各种模式.

本文首先介绍 Gerris 的开发背景与研究现状;然后介绍了 Gerris 数值方案,对 Gerris 采用的动态四叉树自适应网格、并行计算时的动态负载平衡、广义正交曲线坐标系、基于 VOF 的固体边界和自由面处理方法以及地形数据格式进行了介绍,还介绍了 Gerris 在海啸数值模拟和海浪预报方面的应用;最后,对 Gerris 的发展前景进行了展望.

1 Gerris 数值方案

1.1 动态四叉树自适应网格

Gerris 采用的是四叉树(三维是八叉树)网格,如图 1 所示.该结构的网格非常适用于动态自适应,这也成为了 Gerris 区别于其他软件的最大特点.网格动态自适应的基本原理是提供一个判断准则,然后根据这一判断准则来决定网格是加密还是稀化.比如在流体力学中常用涡量作为自适应判断准则,当满足下式时网格加密:

$$\frac{h \|\nabla \times \mathbf{u}\|}{\max \|\mathbf{u}\|} > \tau, \quad (1)$$

其中, h 是网格的长度, \mathbf{u} 是速度矢量, $0 < \tau < 1$ 是一个常数.在模拟过程中,可以每一步判断一次,也可以间隔几步判断一次,当一个单

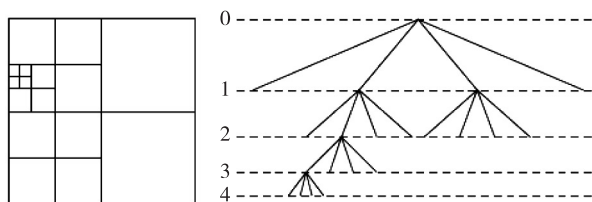


图1 四叉树网格示意^[2]

Fig. 1 Schematic of quadtree adaptive grid^[2]

元内的速度矢量满足式(1)时就进行加密,不满足时就稀化.图2给出了 Gerris 与 Ghost-cell 浸没边界法相结合时模拟的圆柱绕流^[8]所产生的涡量场和相应的自适应网格.从图2中可以看到二者吻合得很好,从而达到在保证精度的前提下尽量减小计算量的目的.

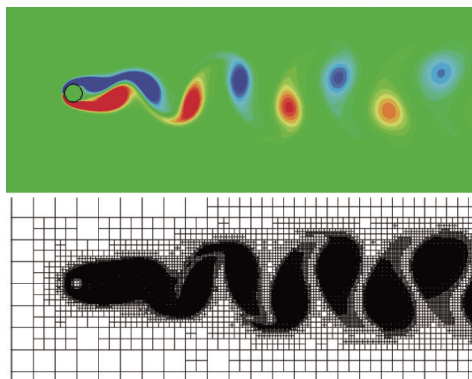


图2 圆柱绕流所产生的涡量场和相应自适应网格^[8]

Fig. 2 Vorticity contour and the corresponding adaptive grid of the flow passing a circular cylinder^[8]

除了涡量以外,还可以根据任意变量的梯度来进行自适应控制,也可以指定某些区域(比如海岸线、岛屿)始终网格最密.图3给出了科克海峡潮汐模拟时的涡量场和相应的自适应网格局部放大图,其中海岸线附近采用了静态自适应网格,即始终保持最密,海洋内部则采用了以涡量为判断准则的动态自适应网格.此外,Gerris 还可以同时定义几个判断标准,比如在台风浪预报中可以根据风场和浪场定义2个判断准则,只要满足任意一个就加密.

1.2 动态负载平衡

对于大规模科学计算问题,并行计算是缩短求解时间的常用技术.目前常用的并行处理方法是区域分解法,即将整个计算域分解为几个子区域,每个进程求解一个.并行计算时要求各个进程的計算量尽可能相等,这样有利于提高并行效率.对于均匀网

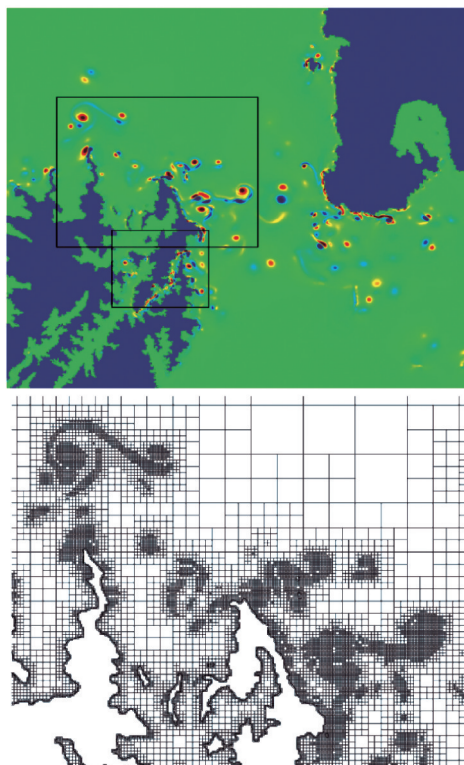


图3 科克海峡潮汐模拟及相应自适应网格^[9]

Fig. 3 Vorticity field induced by tide for the Cook Strait and the corresponding local adaptive grid^[9]

格来说,用区域分解算法来并行没有任何问题,但对于动态自适应网格来说,区域分解算法就存在一些问题,因为无法事先确定各个区域内的网格数.为了提高并行效率,Gerris 中运用了动态负载平衡技术.其基本原理为:将整个计算域分成大量子区域,通过实时调整各进程中子区域的个数来达到负载的动态平衡.图4给出了 Gerris 用4个进程模拟圆柱绕流时,每个进程中网格数的最大值、最小值和平均值.从图4中可以看到三者非常接近,说明负载基本平衡,可以保证较高的并行效率.

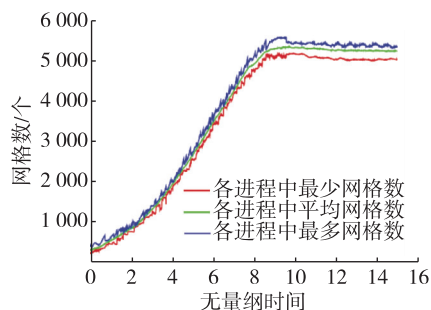


图4 并行计算过程中网格数随计算时间的变化^[10]

Fig. 4 Number of elements per processor as a function of time in parallel computing^[10]

1.3 广义正交曲线坐标系

在 Gerris 求解框架下,其发展目标之一是将广义正交曲线坐标系和四叉树自适应网格结合起来,以便可以很容易地用同一个求解器在不同正交曲线坐标系下求解.以非线性浅水方程(圣维南方程)为例,其在广义正交曲线坐标系下的形式^[4]为

$$\begin{cases} d_t h + \frac{h}{m_\lambda m_\theta} [\partial_\lambda (m_\theta u) + \partial_\theta (m_\lambda v)] = 0, \\ d_t u - \frac{f_G}{m_\lambda m_\theta} + \frac{g}{m_\lambda} \partial_\lambda h + \frac{gh}{2m_\lambda m_\theta} \partial_\lambda m_\theta = 0, \\ d_t v + \frac{f_G}{m_\lambda m_\theta} + \frac{g}{m_\theta} \partial_\theta h + \frac{gh}{2m_\lambda m_\theta} \partial_\theta m_\lambda = 0, \end{cases} \quad (2)$$

f_G 和微分算子 d_t 分别定义为

$$f_G = v \partial_\lambda m_\theta - u \partial_\theta m_\lambda, \quad (3)$$

$$d_t = \partial_t + \frac{u}{m_\lambda} \partial_\lambda + \frac{v}{m_\theta} \partial_\theta, \quad (4)$$

其中, h 是水深, g 是重力加速度, (u, v) 是水平速度矢量, λ 和 θ 是 2 个正交曲线坐标方向, m_λ 和 m_θ 分别是沿 2 个方向的拉梅系数,其取值决定了所采用的具体坐标系.对于直角坐标系, m_λ 和 m_θ 取为 $m_\lambda = m_\theta = 1$, $\partial_\lambda m_\theta = \partial_\theta m_\lambda = 0$; 对于球坐标系, m_λ 和 m_θ 取为 $m_\lambda = R \cos \theta$, $m_\theta = R$, $\partial_\lambda m_\theta = 0$, $\partial_\theta m_\lambda = -R \sin \theta$, 其中, R 为球的半径.

1.4 固体边界处理方法

在 CFD (Computational Fluid Dynamics) 中, VOF (Volume of Fluid) 方法普遍用于具有自由表面的两相流数值模拟, Gerris 中也采用该方法处理自由表面问题^[11-12], 但与其他 CFD 软件不同的是, Gerris 中的固体边界也采用了类似 VOF 的方法进行处理.

对于复杂物体的绕流问题,非结构贴体网格的生成不仅难度大,而且很难保证网格质量. Gerris 中所采用的固体边界处理方法可有效避免繁琐的网格生成过程,只需通过任意 CAD 软件生成三维模型的表面网格,然后转换为 Gerris 可以读入的 GTS (GNU Triangulated Surface) 格式即可.图 5 给出了处理固体单元的示意. Popinet 等^[13]用 Gerris 模拟了一艘海洋调查船周围的湍流风场,并与实验测量结果进行了比较.图 6 给出了用 Gerris 模拟的航母周围湍流风场,以及 2 个截面上的自适应网格.从图 6 中可以看到,航母的模型十分复杂,如果使用非结构贴体网格,网格生成难度和工作量都很大,而如果采用 Gerris 进行模拟,不但没有网格生成的困难,而且无需删除模型中的各种细节(如甲板上的飞机等).

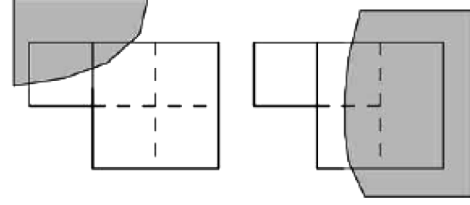


图 5 Gerris 中固体单元示意^[2]

Fig. 5 Schematics of solid cells in Gerris^[2]

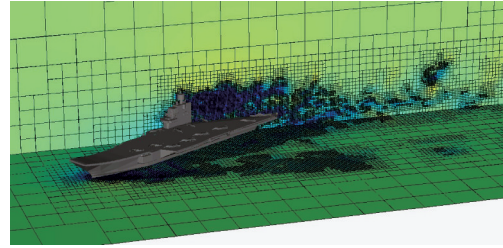


图 6 航母周围流场的数值模拟及其自适应网格
Fig. 6 Numerical simulation of wind field around the aeroplane carrier and the corresponding adaptive grid

1.5 地形数据

在海洋、河流及洪水的数值模拟中,地形数据的处理都是必不可少的一个环节.在 Gerris 中,不同模式中读取的地形数据格式是不同的.总体说来,可以分为两种,一种是三维曲面的 GTS 格式,另一种是二维树形的 KDT (K-Dimensional Tree) 格式^[5].在海洋模式 (GfsOcean) 中,地形采用 GTS 格式,如科克海峡中潮汐的数值模拟^[9].在河流模式 (GfsRiver) 中,地形采用 KDT 格式,如海啸的数值模拟^[5-6].无论哪一种数据格式, Gerris 中都提供了一系列的辅助工具来进行转化,用户仅需提供地形的高程资料.地形数据可以存放在一个文件中,一个格点一行,格式为

$$X \quad Y \quad Z \quad (5)$$

其中, X, Y 为格点的经纬度坐标, Z 为海拔高度, $Z > 0$ 表示陆地, $Z < 0$ 表示海洋 ($-Z$ 即为水深).由于文件中地形格点存放顺序和格点间距都任意,所以 Gerris 可以很方便地利用各种来源的地形数据库.比如, Popinet^[5]在模拟 2011 年的日本海啸时,综合利用了 GEBCO_08 和 SRTM 2 个地形数据库, GEBCO_08 提供了全球范围内精度为 30" 的陆地高程和水深资料, SRTM 提供了分辨率为 3" 的陆地和海岸线资料,但没有水深资料.在海啸模拟过程中,海洋中的水深资料由 GEBCO_08 提供,岛屿、海岸线以及陆地高程资料由 SRTM 提供.值得注意的是,当计算网格的分辨

率低于地形数据分辨率时,每个网格内可能会有多个地形数据点,那么该网格的高程取为所有地形点高程的平均值,即:

$$\bar{z} = \frac{1}{m} \sum_{(x_i, y_i) \in A} z_i, \quad (6)$$

其中, m 是网格内地形数据点的个数, (x_i, y_i, z_i) 为各地形数据点坐标.当地形数据点个数很大时,快速确定每个单元内地形数据点将变得非常重要,尤其是对于自适应网格,因为不同位置的网格大小是不断变化的. Gerris 之所以采用二维树形的 KDT 格式,就是为了加快地形数据的检索速度.

2 Gerris 在海洋数值模拟中的应用

2.1 地震海啸的模拟

在海啸模拟中,最关键的是海啸引起的初始海面抬升, Gerris 中采用的是 Okada 模型^[14]. Gerris 在求解非线性浅水方程的模式中加入了干湿动边界^[15]处理方法,再加上四叉树自适应网格,所以 Gerris 可以在同一个模式中求解海啸越洋传播的大尺度问题(网格分辨率约 2 km)和海啸上岸的小尺度问题^[5](网格分辨率约 0.25 km).值得注意的是, Gerris 可以根据某一变量(如水深)来决定不同区域的分辨率,但是否加密仍可以由另外的判断准则决定.图 7 给出了日本地震发生 2 h 后的海啸传播情况以及相应网格分辨率,图 7b 中颜色越深表示网格分辨率越高.从图 7 中可以看到,网格分辨率最大的区域集中在海岸线附近.

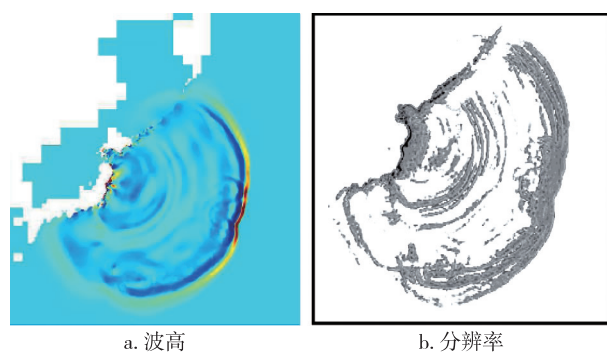


图 7 日本海啸的波高和相应网格分辨率^[5]

Fig. 7 Wave evolution of Japan tsunami and the corresponding spatial resolution^[5]

通过对日本地震海啸的数值模拟,充分体现了动态自适应网格在求解多尺度问题方面的优越性,它可以在同一个模式中进行求解,而无需采用传统的嵌套方法.文献[6]中还对采用自适应网格的求解

效率进行了估计,若采用相同分辨率的均匀网格进行求解,其网格数是自适应网格的 15~50 倍,求解时间是自适应网格的 3~10 倍.

2.2 海浪预报模式

Popinet 等^[6]将 Gerris 与 WAVEWATCH III (记为 WW3)进行有机结合,开发了一个基于动态自适应网格的海浪预报模式.该模式求解的是动谱密度平衡方程:

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \nabla \cdot [(\vec{C}_g + \vec{V})N] + \frac{\partial(kN)}{\partial k} + \frac{\partial(\theta N)}{\partial \theta} = \frac{S}{\sigma}, \quad (7)$$

其中,左边第 1 项表示动谱密度 N 随时间的变化率,第 2 项表示 N 在地理空间上的传播,第 3 项和第 4 项表示 N 在谱空间的传播, S 是源汇项, σ 是圆频率, \vec{C}_g 是群速度, \vec{V} 是流速, k 和 θ 分别是波数空间和方向空间的传播速度.

Popinet 等^[6]将 Gerris 与 WW3 进行结合的基本思想是:地理空间中的传播利用 Gerris 进行求解,充分利用四叉树网络的自适应功能,源项采用 WW3 中的模块求解,充分利用该模式中提供的各种参数化过程.由于谱空间的传播主要反映的是浅水过程,在深水区域可以忽略,所以在文献[6]中仅模拟了 Holland 台风模型在深水区(水深均设为 1 000 m)引起的风场,并与 WW3 的模拟结果进行了比较.此外,文献[6]还详细介绍了如何在自适应网格下消除 GSE (Garden Sprinkler Effect). Tsai 等^[7]在 Popinet 等^[6]的工作基础上做了进一步的扩展,利用实际风场资料和地形数据模拟了一次真实台风过程所引起的海浪场,但距离 Gerris 用于真正的业务化海浪预报还有很大距离.

3 结论与展望

Gerris 以其独特的四/八叉树网格结构,成为目前动态自适应功能最完善的软件,为各领域多尺度问题的求解提供了一条技术途径. Gerris 已在不可压计算流体力学、电磁流体力学、多相流、海啸和洪水的数值模拟等许多领域得到了应用,但海洋数值模拟领域中的应用还很初步.海岸线、岛礁、海底地形以及海洋要素(如海浪、海流等)分布均具有明显的多尺度特征,而传统海洋模式大多采用矩形均匀网格,这会导致海岸线和岛屿的精度较低,从而影响预报精度.基于非结构网格的海洋模式(如 FVCOM),虽然可以有效提高海岸线和岛屿的精度,但网格生成难度较大.在 Gerris 中,可以通过自适应

网格提高地理特征的精度,通过 GTS(或 KDT)格式的数据来处理地形和网格,达到同时兼顾精确性和易用性的目的,这是已有模式所不具备的.因此,在物理空间中利用 Gerris 的自适应功能进行求解,在谱空间中利用已有模式(如 WW3)的相应模块进行求解,开发基于动态自适应网格的海洋模式,对台风浪、风暴潮等自然灾害进行精细化预报,具有重要的科学意义和实用价值.

参考文献

References

- [1] Popinet S. The Gerris flow solver [EB/OL]. [2013-03-13]. <http://gfs.sourceforge.net>, 2013
- [2] Popinet S. Gerris: A tree-based adaptive solver for the incompressible Euler equations in complex geometries [J]. *Journal of Computational Physics*, 2003, 190 (2): 572-600
- [3] Popinet S. Karamea flood tutorial [EB/OL]. [2013-03-13]. http://gfs.sourceforge.net/wiki/index.php/Karamea_flood_tutorial, 2013
- [4] Popinet S. Quadtree-adaptive tsunami modelling [J]. *Ocean Dynamics*, 2011, 61 (9): 1261-1285
- [5] Popinet S. Adaptive modelling of long-distance wave propagation and fine-scale flooding during the Tohoku tsunami [J]. *Natural Hazards and Earth System Sciences*, 2012, 12 (4): 1213-1227
- [6] Popinet S, Gorman R M, Rickard G J, et al. A quadtree-adaptive spectral wave model [J]. *Ocean Modelling*, 2010, 34 (1/2): 36-49
- [7] Tsai C C, Hou T H, Popinet S, et al. Prediction of waves generated by tropical cyclones with a quadtree-adaptive model [J]. *Coastal Engineering*, 2013, 77: 108-119
- [8] Wang L, Wu C J. An adaptive version of ghost-cell immersed boundary method for incompressible flows with complex stationary and moving boundaries [J]. *Science China Physics, Mechanics and Astronomy*, 2010, 53 (5): 923-932
- [9] Popinet S, Rickard G. A tree-based solver for adaptive ocean modelling [J]. *Ocean Modelling*, 2007, 16 (3/4): 224-249
- [10] Popinet S. Bénard-von Karman Vortex Street for flow around a cylinder at $Re = 160$ [EB/OL]. [2013-03-13]. <http://gerris.dalembert.upmc.fr/gerris/examples/examples/cylinder.html>, 2013
- [11] Fuster D, Bagué A, Boeck T, et al. Simulation of primary atomization with an octree adaptive mesh refinement and VOF method [J]. *International Journal of Multiphase Flow*, 2009, 35 (6): 550-565
- [12] Popinet S. Rayleigh-Taylor instability [EB/OL]. [2013-03-13]. <http://gfs.sourceforge.net/examples/examples/rt.html>, 2013
- [13] Popinet S, Smith M, Stevens C. Experimental and numerical study of the turbulence characteristics of airflow around a research vessel [J]. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, 2004, 21 (10): 1575-1589
- [14] Okada Y. Surface deformation due to shear and tensile faults in a half-space [J]. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 1985, 75 (4): 1135-1154
- [15] An H, Yu S. Well-balanced shallow water flow simulation on quadtree cut cell grids [J]. *Advances in Water Resources*, 2012, 39: 60-70

Numerical scheme of Gerris and its application in ocean modelling

WANG Liang¹ MAO Kefeng¹ CHEN Xi¹ ZENG Wenhua¹

¹ College of Meteorology and Oceanography, PLA University of Science and Technology, Nanjing 211101

Abstract As an open source software based on dynamic quad/octrees adaptive mesh, Gerris receives more and more interest from researchers in ocean and hydrology. This paper reviews the development background, research status, main features of Gerris. Numerical scheme of Gerris, including dynamic quad/octrees adaptive grid, dynamic load-balancing technique, general orthogonal curvilinear coordinates, embedded complex geometries and topography, are described in detail. Preliminary applications of Gerris in the numerical investigation of ocean modelling are also demonstrated. Results show that dynamic adaptive grid has a unique advantage in terms of solving multi-scale problems. Precision of geographic features in ocean modelling can be improved by applications of adaptive grid. Handling terrain and grid through data in GTS (or KDT) format can meet the requirements in both accuracy and usability. As a result, combining Gerris with other ocean models has become an important direction in Gerris future development.

Key words Gerris; quadtree grid, adaptive grid; dynamic load-balancing; ocean model; numerical simulation