文章编号:1674-7070(2015)01-0024-07

毛学荣[1]　李晓月[2]

金融领域的随机建模与基于软件 R 的 Monte Carlo 模拟(1):金融期权

摘要

为了让更多人了解期权及其相关金融衍生品,论文系统地介绍了金融数学中一些描述资产行为的经典模型,并从数学与计算机仿真的角度,由浅入深地介绍期权定价的计算方法.首先介绍了欧式期权及其研究的必要性,并给出了相关的金融名词的解释,最后估计了期权价值的上下界.

关键词

欧式期权;期权定价;投资组合;上下界

中图分类号 F830;O211
文献标志码 A

收稿日期 2014-09-13
资助项目 国家自然科学基金(11171056,11171081)

作者简介

毛学荣,男,博士,教授,研究方向为随机分析,随机微分方程理论及应用.
x.mao@ strath.ac.uk

李晓月(通信作者),女,博士,教授,研究方向为随机微分方程理论及应用.
lixy209@ nenu.edu.cn

1 斯特莱斯克莱德大学 数学系,格拉斯哥,G1 1XT,英国
2 东北师范大学 数学与统计学院,长春,130024

0 引言

自从美国芝加哥期权交易所(Chicago Board Options Exchange)20世纪70年代开始交易期权后,期权已成为西方金融市场中的一个重要产品,但在中国大陆尚未开始交易.期权仅被一些专业工作者所掌握,普通民众对它知之甚少,但仍是学术研究中的热门课题之一.

首先回顾一下日本金融市场[1].从1987年到1989年,几乎所有日本人都有一种日本股市不可能下跌的信念.1989年,摩根士丹利和所罗门兄弟公司等投资银行进入日本金融市场,他们手握大量现金,公文包里塞满了“股指认沽(看跌)期权”(Stoch Index Put Option),这是当时在日本闻所未闻的金融新产品.在东京的股票市场上,日本的保险公司是一个非常重要的投资者,他们对“股指认沽(看跌)期权”产生了浓厚的兴趣,爽快并大量地买了下来.双方赌的就是日经指数的走向,如果指数下跌,美国人赚钱,日本人赔钱;如果指数上升,结果相反.1989年12月29日,日经指数冲到了38 915点,大批的股指认沽期权 开始发威.1990年1月12日,美国人使出了杀手锏,美国的交易所突然出现“日经指数认沽权证”(Nikkei Put Warrants) 这一新的金融产品,高胜公司从日本保险业手中买到的股指认沽期权被转卖给丹麦王国,后又将其卖给权证的购买者,并承诺在日经指数走低时支付收益给“日经指数认沽权证”的拥有者.“日经指数认沽权证”立刻在美国热卖,大量美国投资银行纷纷效仿,日本股市再也顶不住了,东京股市暴跌.美国的“日经指数认沽权证”上市热销不到1个月,日本股市就全面土崩瓦解.1990年日本金融瓦解的后果几乎和其二战战败的后果相当.

由此可见,在期权即将在中国交易之际,有必要让更多的读者了解期权.正是本着这样的心愿,笔者希望通过系列文章,从数学与计算机仿真的角度,讨论金融中的数学模型与期权定价的计算方法.本系列文章重点是用新的、免费的R软件[2]进行计算机仿真,近似计算期权价格,并提供了大量新编的R软件程序.本系列文章提供大量的计算机程序,方便让读者利用免费的计算机软件R[2]来近似计算期权的价格.实际使用者即使不能完全理解计算本身隐含的高深数学,只要知道几个金融参数,如利息等,仍可进行计算.

期权及其相关的金融衍生产品不仅在金融市场中起到非常重要的作用，它们还给数学、物理、计算机、经济和金融等行业的学者提供了一个跨学科的研究课题.1965 年，Samuelson[3] 将几何布朗运动模型引进金融，该模型在金融数学发展中起了核心作用.基于该模型，Black 等[4] 在 1973 年建立了著名的 Black-Sholes 期权定价公式.Merton[5] 同年就期权定价问题有了更深刻的数学研究.定价公式自 1973 年以来一直在金融界使用，该公式促进了国际期权交易市场的繁荣.由于他们的杰出贡献，Merton 和 Scholes 还获得了 1997 年的诺贝尔经济学奖.也正是 1997 年的诺贝尔经学济奖促使了金融数学在过去的 17 年里蓬勃发展.本系列论文将介绍许多金融数学中的著名模型，包刮几何布朗运动模型及获诺贝尔奖的 Black-Sholes 期权定价公式[4-5]、Cox-Ross-Rubinstein（CRR）模型[6]、Cox-Ingersoll-Ross（CIR）模型[7]、Ornstein-Uhlenbeck（OU）模型[8-10].这些经典模型仍被研究发展着，比如 1979 年建立的 CRR 模型，在本系列论文的第二部分可以看到更一般化的 CRR 模型正在研究中，还有不少尚待解决的理论问题.

鉴于本系列文章研究的重点是如何利用免费 R 软件进行计算机仿真，为此将详细地讨论近 10 年来随机微分方程数值解的发展进程[11-17]，这是随机微分方程研究领域中最活跃的方向之一，尚存在很多有待解决的问题.希望通过这些讨论，让读者不仅了解金融数学中的近似计算与仿真的发展进程，还知道有待解决的问题，提供给有兴趣的读者一些新的研究方向.

为了介绍上述这些模型，需要知道金融中的期权是什么.因此，本文将在第一部分先介绍期权，再在以后的 5 个部分介绍金融数学中的著名模型及其相应的 Monte Carlo 仿真.

1　什么是期权？

本文用资产这一术语来描述任何当前已知价值但在未来易于改变的金融产品.典型示例如下：

1）公司中的股票；

2）大宗商品如黄金、石油、电力；

3）货币，例如 100 美元转化为欧元的价值.

首先给出期权的定义.

定义 1　欧式看涨期权赋予它的持有人在将来的一个指定时间以指定的价格从期权卖方购买指定资产的权利（而没有义务）.

指定的购买价格作为合约价或协议价是已知的，同理，未来的指定时间作为有效期限也是已知的.

为了描述这一想法，假设今天金先生（期权卖方）撰写了一份欧式期权协议，赋予了你（持有人）从现在起 1 年之内以 100 万元购买一套 50 m^2 的公寓的权利.1 年之后，你有 2 种选择：

选择 1：如果一套公寓的实际价值高于 100 万元，你将行使向金先生购买一套公寓的权利，因为你有利可图；

选择 2：如果一套公寓的实际价值低于 100 万元，你将不行使向金先生购买一套公寓的权利，因为你无利可图.

对你而言，没有义务去购买公寓，只可能获利而不必赔钱（选择 1 使你获利，选择 2 使你既不获利也不亏损）；另一方面，金先生在终止日期到来时，可能不获利，甚至出现不限额的亏损.为了补偿，当期权协定时（今天），作为期权的价值你将向金先生支付一定资金.

与欧式看涨期权想法相反的是欧式看跌期权.

定义 2　欧式看跌期权赋予它的持有人在将来的指定时间以指定的价格向期权卖方销售指定资产的权利（而没有义务）.

期权研究的关键问题：持有人应该为持有期权的这项特权支付多少资金？换言之，怎样计算期权的公平价值？

为回答这一问题，将利用著名的数学模型——Black-Scholes 公式来描述资产价格的行为，而数值计算可以引领解决更多实际问题和特殊期权定价问题.接下来，继续阐述交易期权的原因和方法.

2　为什么研究期权？

期权交易盛行，在许多情况下吸引了比标的资产更多的资金投入，为什么它们会有如此大的吸引力？以下是 2 个很好的解释：

1）在投机和套期保值 2 个方面，期权对投资者极具吸引力；

2）存在系统的方法来计算它们的价值，因此买卖期权更有把握.

观点 2 是本文阐述的主题.首先来解释观点 1.如果你认为房价会增长，那么你可以通过持有看涨期权来投机.通常，相比原始支付，即你比购买公寓获得更大的利润.另一方面，如果你是一家美国公司

的老板,并且贵公司将在 1 年后以议定的欧元价格购买德国的一家工厂,在美元兑欧元贬值的趋势下,你可以通过购买期权来规避风险.

更深层的吸引力是通过组合不用类型的期权,投资者可以从各种类型的资产中获利.为了理解这一点,引入期权的收益图(图 1).

令 E 表示资产合约价,$S(T)$ 表示到期时间的资产价格(显然,$S(T)$ 在期权购进时是未知的).后续章节中,$S(t)$ 将被用来表示在时间 t 的资产价格.T 表示到期的时间.期限届满时,如果 $S(T)>E$,则欧式看涨期权的持有人可以以 E 买入资产,并在市场上以 $S(T)$ 售出,获利 $S(T)-E$;另一方面,如果 $E\geqslant S(T)$,则持有人一无所获.设到期时欧式看涨期权的价值由 C 来表示,即

$$C=\max(S(T)-E,0). \tag{1}$$

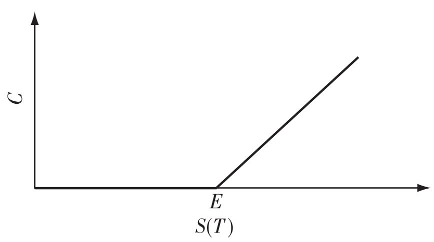

图 1 欧式看涨期权收益

Fig. 1 Payoff diagram for a European call

现在考虑欧式看跌期权.如果到期时,$E>S(T)$,则持有人可以行使期权,以 $S(T)$ 在市场买入资产并以 E 售出,获利 $E-S(T)$;另一方面,如果 $S(T)\geqslant E$,则持有人一无所获.设到期时的欧式看跌期权的价值由 P 来表示,即

$$P=\max(E-S(T),0). \tag{2}$$

相应的收益如图 2 所示.图 1 和图 2 中分段线性的收益曲线有时也被形象地称为(冰)曲棍球棒.

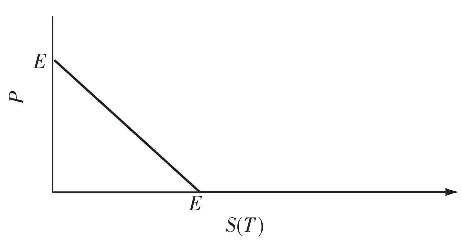

图 2 欧式看跌期权的收益

Fig. 2 Payoff diagram for a European put

现在可以绘制组合期权的收益图.例如,假设对于具有相同到期时间和相同执行价 E 的相同资产,你持有一份看涨期权和一份看跌期权,那么,到期的总体价值就是 $\max(S(T)-E,0)$ 和 $\max(E-S(T),0)$ 的和,也就相当于 $|S(T)-E|$,相应的收益如图 3 所示.这种组合被称为底部跨式期权,即如果到期时资产价格偏离执行价(高于或是低于执行价),则该期权的持有人获利.

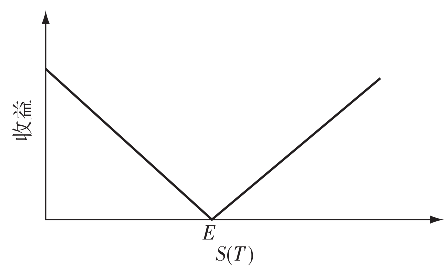

图 3 底部跨式期权的收益

Fig. 3 Payoff diagram for a bottom straddle

还有另一种可能,即持有一份协议价为 E_1 的看涨期权,并且对于相同资产和相同到期时间,沽出协议价为 E_2 的看涨期权,其中 $E_2>E_1$.在截止日期,第一个期权的价值是 $\max(S(T)-E_1,0)$,第二个期权价值是 $-\max(S(T)-E_2,0)$.因此,届满时的总价值是

$$\max(S(T)-E_1,0)-\max(S(T)-E_2,0).$$

相应的收益如图 4 所示.这种组合是牛市套利的例子.从图 4 中可以看出,如果到期时资产价格高于 E_1,这种价差的期权持有人获利,资产价格高于 E_2 时,利润不再变化.

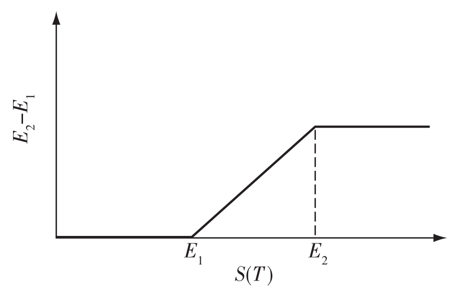

图 4 牛市套利的收益

Fig. 4 Payoff diagram for a bull spread

实例 1 假设对相同资产和到期时间,你持有合约价为 E_1 和合约价为 E_3 的欧式看涨期权各一份,其中 $E_3>E_1$,沽出 2 份合约价为 $E_2:=(E_1+E_3)/2$ 的欧式看涨期权,这是蝶状期权套利的例子.请试导出届满时这种蝶状期权的收益公式并绘制相应的收益图.

答案 到期时,持有的这 2 种看涨期权收益为

$\max(S-E_1,0)+\max(S-E_3,0)$,沽出2份期权损失为 $-2\max(S-E_2,0)$.因此,到期时的总收益为 $\max(S-E_1,0)+\max(S-E_3,0)-2\max(S-E_2,0)$,其收益如图5所示.注意到收益曲线在 $S=E_2$ 时达到最大值 $E_4:=0.5(E_3-E_1)$.

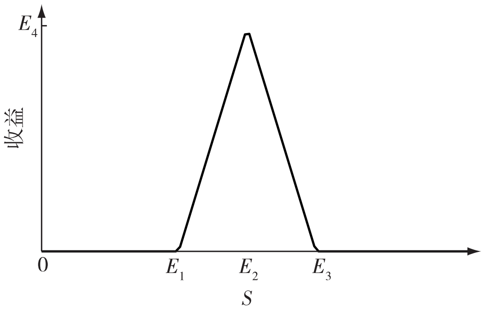

图5　蝶状套利的收益

Fig. 5　Payoff diagram for a butterfly spread

关于期权估值,可以只利用一些基本的数学知识,按照第一个原则得出一些简单的结论.为推导这些结论,引入2个重要的概念:贴现利息与无套利原则.在这个过程中,不需要对标的资产做出任何假设,也不使用任何概率论的知识.

3　利率

假设存入无风险的储蓄账户一笔钱,则它按利率 r 随投资时间的增长而增多,即在长度为 t 的时间段里,它的价值按照因子 e^{rt} 增长.换言之,初始总额 D_0 在 t 时刻的价值是

$$D(t)=e^{rt}D_0. \tag{3}$$

具体而言,本文将使用 r 表示美元的年利率,因此时间以年为单位进行度量.r 值一般介于 0.01~0.1(1%和10%是利率).本文中,$D(t)$ 是美元、欧元,或任何其他的货币.本文提出一个标准假设:每当现金借出或借入,存在固定利率 r,它不因时间和现金数量变化而变化.显然这种假设只是对现实中随时间和投资规模变化而变化利率的一种逼近.这种假设带来一个直接结果,即如果有人让你报价提供1)即刻 \$100($t=0$ 时刻),或者2)在 t 时刻 \$$100e^{rt}$,那么将认为2种情况资金价值相同(对案例1),你可以通过存款在银行 t 时刻获得 \$$100e^{rt}$;对案例2),你可以立即向银行借贷 \$100,并在时刻 t 偿还贷款).同样,如果一份协议保证在 t 时刻收益 \$100,那么它在零时刻的价值就是 \$$100e^{-rt}$.将 \$100 转换成 \$$100e^{-rt}$ 的这种方式称为贴现利息或贴现通货膨胀,这一概念将被频繁使用.

4　沽空交易

本文用组合(portfolio)这一术语来描述下述金融产品的结合:1)资产;2)期权;3)现金(在银行里投资).此外,假定可能持有负数量的每种产品.对负现金直观的解释是现金是借来的而不是投资于银行的.持有负资产或负期权看起来可能不那么合理,然而,在很多情况下这也可以通过沽空交易实现,即售出一件并不打算在将来回购的产品.实际上,为沽空产品,你必须先从拥有方借来,随后再归还.假设这总是可能的,没有成本,并且沽空者可以自由地选择何时借入和归还产品.为了说明此想法,令 $S(t)$ 表示 t 时刻的资产价值,如果在 t_1 时刻沽空资产,在 t_2 时刻将其买回,则有

1)在 $t=t_1$ 时刻沽空,获利总额 $S(t_1)$;

2)在 $t=t_2$ 时刻买回,支付总额 $S(t_2)$.

由于投资了初始收益,则 $t=t_2$ 时刻的整体利润(亏损)为 $e^{r(t_2-t_1)}S(t_1)-S(t_2)$.

5　无套利

期权估值理论的一个关键原则就是无套利,可以归纳为“决不可能实现比银行存款的利息收益更大的无风险利润”.注意这一假设仅适用于无风险利润,与可能比银行存款收益大的投资组合无关.为证明无套利假设,为优化银行利率,假定可以将有保证的投资组合.明智的投资者会从银行借钱投资在投资组合上,从而锁定以保证无风险利润.供需的力量将导致投资组合的收益率下降,或利率的增加,或者两者兼有,直到恢复平衡.关于假设的进一步理由是套利者的存在.套利者是指那些冲刷市场来寻求任何超出利率水平的无风险利润的投机者.

6　平价关系

尽管看涨和看跌期权表面上不同,实际上它们可以通过完全相关的方式结合起来.对于具有相同的行使价 E 和到期时间 T 的价值为 C 的欧式看涨期权和价值为 P 的欧式看跌期权,可以用一个很简单的参数定义两者的关系(本节和下节中的价值默认为 $t=0$ 时刻的价值).

考虑2种投资组合:

1)π_A:持有一份资产,持有一份看跌期权,沽出一份看涨期权;

2)π_B:Ee^{-rT} 现金(在银行投资).

期限届满时,投资组合 π_A 的价值为

$$S(T)+\max(E-S(T),0)-\max(S(T)-E,0)=E, \tag{4}$$

期限届满时,不管 $S(T)$ 是高于还是低于 E,投资组合 π_B 价值仍为 E.由于 2 个投资组合具有同样的收益,因此在初始时刻必须具有相同的价值,即

$$S+P-C=Ee^{-rT}. \tag{5}$$

这种联系看涨和看跌两者之间价值的关系被成为"平价关系".由平价关系,如果能制定欧式看涨期权的定价方法,自然地,也可以给出欧式看跌期权的定价方法,反之亦然.

关于式(5)利用无套利原理可以更精确地讨论.在零时刻,如果 π_A 价值高于 π_B,则可以售出 π_A 购进 π_B,这将产生瞬时收益 $\pi_A-\pi_B$(因为期限届满时 π_B 产生的收益恰好补偿 π_A).这种瞬时收益显然违反无套利原则.类似的讨论也适用于初始时刻 π_B 的价值高于 π_A 的情形.

7 期权价值的上下界

类似上述讨论,可以得到欧式看涨期权价值 C 和看跌期权价值 P 的上下界.

为研究看涨期权,考虑如下 2 种投资组合:

1) π_A:一份看涨期权加上 Ee^{-rT} 的现金(在银行投资);

2) $\hat{\pi}_B$:一份资产.

期限届满时,π_A 收益 $\max(S(T),E)$,而 $\hat{\pi}_B$ 的收益为 $S(T)$,不会超过 π_A 的收益.因此根据常识(或者更正式的无套利假设),初始时刻 $\hat{\pi}_B$ 的价值应不大于 π_A,这意味着 $S\leqslant C+Ee^{-rT}$,或者

$$C\geqslant S-Ee^{-rT}. \tag{6}$$

由于看涨期权没有负价值,故

$$C\geqslant\max(S-Ee^{-rT},0). \tag{7}$$

另一方面,由于合约价 $E\geqslant 0$ 总成立,看涨期权永远不可能比标的资产更有价值,因此

$$C\leqslant S. \tag{8}$$

图 6 说明了式(7)和式(8)的上下界.横轴代表初始时刻的资产价格 S,纵轴是代表初始时刻期权价值 C,则 C 必在给定区域内.

实例 2 通过类似讨论,可以估计 P 对应的上下界:

$$\max(Ee^{-rT}-S,0)\leqslant P\leqslant Ee^{-rT}. \tag{9}$$

通过以下方法:

1) 构造恰当的投资组合,利用类似于得到式(7)—(8)的讨论方法;

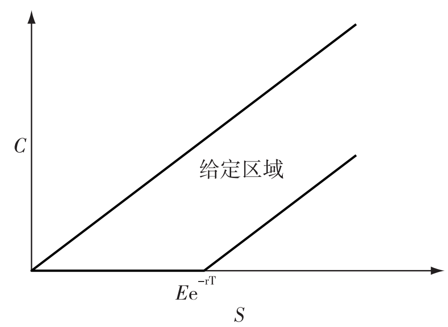

图 6 欧式看涨期权的上下界
Fig. 6 Upper and lower bounds (7) and (8) for European call option

2) 或者利用不等式(7)—(8)以及平价关系(5),就可以得到不等式(9).

按照第一个原则,可证得的最终结论:"初始时刻欧式看涨期权的价值 C 是到期时间 T 的非减函数".

为说明这点,考虑具有相同合约价 E,到期时间分别为 T_1 和 T_2 的欧式看涨期权,其中 $T_2>T_1$.本文将证明 T_2 期权的持有人收益至少与 $e^{r(T_2-T_1)}\max(S(T_1)-E,0)$ 持平.假设 T_2 持有人在 $t=T_1$ 时刻采取如下措施:

情形 1:如果 $S(T_1)\leqslant E$,不作为(T_1 期权零收益,因此 T_2 期权的收益不会更差).

情形 2:如果 $S(T_1)>E$,那么在 $t=T_1$ 时刻沽空一单位资产,把钱投资到银行,并在 $t=T_2$ 时刻回购资产(直观地说,T_1 期权创造了正收益.为了匹配,T_2 的持有人为防范未来资产价格下跌,采取一旦资产下跌仍能收益的投资).

对情形 1,毫无疑问 T_2 期权的持有人的整体利润至少为 $e^{r(T_2-T_1)}\max(S(T_1)-E,0)=0$;对情形 2,$T_2$ 期权的持有人在 $t=T_2$ 的收益由以下几部分构成:

1) $\max(S(T_2)-E,0)$,产生于原始 T_2 期权;

2) $e^{r(T_2-T_1)}S(T_1)$,产生于 $t=T_1$ 时刻沽空资产的投资收益;

3) $-S(T_2)$,产生于弥补沽空.

因此 $t=T_2$ 时刻的收益总额为

$$\begin{aligned}&\max(S(T_2)-E,0)+e^{r(T_2-T_1)}S(T_1)-S(T_2)=\\&\quad\max\{e^{r(T_2-T_1)}S(T_1)-E,e^{r(T_2-T_1)}S(T_1)-S(T_2)\}\geqslant\\&\quad e^{r(T_2-T_1)}S(T_1)-E\geqslant\\&\quad e^{r(T_2-T_1)}(S(T_1)-E)=\\&\quad e^{r(T_2-T_1)}\max(S(T_1)-E,0)\end{aligned}$$

(因为针对情形 2,第二行成立).已经证明了凭借投

资策略,在贴现利息后 T_2 期权的持有人保证有相当于或大于 T_1 期权持有人的收益,因此,由无套利原则,T_2 期权的持有人必须有相当于或大于 T_1 期权持有人的价值.

下面提及略简单的金融衍生品来结束本文.

实例 3 远期合约,类似于期货合约,执行如下:现在,即 $t=0$ 时刻,甲方同意以指定的价格 F,在指定交付时间 $t=T$ 向乙方采购资产(甲方承诺未来按照约定的价格采购,相比之下,欧式看涨期权的持有人有权利,而非义务),要求遵循无套利假设,证明 F 的公平价值为 $S(0)\mathrm{e}^{rT}$.

实例 3 答案 A 指代甲方(买方),B 指代乙方(卖方):

情形 1:假设 $F<S(0)\mathrm{e}^{rT}$(合约的作价被低估,因此卖方一直受益),A 可以在初始时刻沽空资产,将所得 $S(0)$ 存入银行.在 T 时刻,A 收益 $S(0)\mathrm{e}^{rT}$,随后必须为资产支付 F,然后才可能弥补沽空,因此在 T 时刻,A 拥有一份保证的收益 $S(0)\mathrm{e}^{rT}-F$.由假设,这是严格正的,因此存在套利机会.

情形 2:假设 $F>S(0)\mathrm{e}^{rT}$(合约的作价被高估,因此买方一直受益),B 可以在初始时刻从银行借入 $S(0)$ 购买资产.在 T 时刻,B 向银行支付 $S(0)\mathrm{e}^{rT}$,并且向 A 以金额 F 售出资产,因此在 T 时刻,B 拥有一份保证的收益 $F-S(0)\mathrm{e}^{rT}$.由假设,这是严格正的,因此存在套利机会.

市场不允许实例 3 答案情形 1 或情形 2(没有套利机会产生),因此,必须有 $F=S(0)\mathrm{e}^{rT}$.

8 其他金融衍生品

欧式看涨和看跌期权是金融衍生品的经典案例.衍生这个术语表明它们的价值来源于标的资产,与衍生的数学意义毫无关系.本文专注于期权,对欧式期权开展了数学上的分析,但是对其他类型的期权也是可行的.

美式期权与欧式期权差别在于持有人可以在开始日期和到期日期之间的任何时刻行权.更确切地说,美式看涨期权赋予持有人在开始日期和指定的到期日期之间任意时刻,以指定的价格从期权卖方购买指定资产的权利(而没有义务).美式看跌期权赋予持有人在开始日期和指定的到期日期之间任意时刻,以指定的价格将指定资产卖给期权卖方的权利(而没有义务).

美式期权的持有人因此要面对抉择两难境地,决定是否行权和何时行权.如果 t 时刻期权处于价外状态(也就是零收益),那么最好不去行权.然而,如果期权处于价内状态(也就是正收益),等到收益可能较大的时间行权是有利的.

所谓的"奇异"期权包括:

1) 亚式期权:收益取决于在开始和到期日期之间的资产平均价格;

2) 回望期权:收益取决于开始和到期日期之间,资产价格的最大值和最小值;

3) 百慕大期权:持有人可以在指定的多个日期中任意一个行权.

期权可以在许多官方交易所进行交易.第一个交易所是始建于 1973 年的芝加哥期权交易所(CBOE),现有 50 多家分支机构遍布全世界.大多数交易由做市商运作.做市商是指无论何时买入或卖出期权时被要求执行的个体.一经要求,做市商将对期权进行报价,更准确地说,叫价和问价这 2 种价格将被报出.叫价是做市商向你购买期权的价格,问价是做市商向你售出期权的价格.因为做市商需要谋生,所以叫价低于问价.问价和叫价的差被称为买卖差价.通常情况下,做市商的目的是从买卖差价上盈利,并且他们不愿进行投机性交易,他们利用后续论文涵盖的技术类型寻求如何规避风险.

期权也在大型金融机构间直接进行交易,即所谓的场外交易或 OTC 交易.这些期权通常根据相关当事人的特殊需求而具有非标准的特性.

英国《金融时报》将一些可能在伦敦国际金融期货及期权交易所(LIFFE)进行交易的期权价格制成表格,《华尔街日报》以类似的形式发布期权数据,许多供应商提供电子数据接口,这使得一些基本信息可以在公共领域获取.

本文给出了欧式期权在第一原则下的一些简单结果.接下来需要对标的资产的行为作出假设,这将引出经典的 Cox-Ross-Rubinstein 模型[6].

参考文献
References

[1] 宋鸿兵.货币战争[M].北京:中信出版社,2011
SONG Hongbing. The war of currencies [M]. Beijing: CITIC Press Group,2011

[2] Venables W N, Smith D M, the R Development Core Team.An introduction to R:A programming environment for data analysis and graphics,Version 2.10.1[R].2009

[3] Samuelson P A.Rational theory of warrant pricing[J].Industrial Management Review,1965,6(2):13-39

[4] Black F,Scholes M.The pricing of options and corporate liabilities[J].The Journal of Political Economy,1973,81(3):637-654
[5] Merton R C.Theory of rational option pricing[J].The Bell Journal of Economics and Management Science,1973,4(1):141-183
[6] Cox J C,Ross S A,Rubinstein M.Option pricing:A simplified approach[J].Journal of Financial Economics,1979,7(3):229-263
[7] Cox J C,Ingersoll J E,Ross S A.A theory of the term structure of interest rates[J].Econometrica,1985,53(2):385-407
[8] Karatzas I,Shreve S E.Brownian motion and stochastic calculus[M].New York:Springer-Verlag,1988
[9] Mao X R. Stochastic differential equations and applications[M].2nd Ed.Cambridge:Woodhead Publishing,2007
[10] Tretyakov M V.Introductory course on financial mathematics[M].London:Imperial College Press,2013
[11] Baduraliya C, Mao X R. The Euler-Maruyama approximation for asset price in the mean-reverting-theta stochastic volatility model[J].Computers & Mathematics with Applications,2012,64(7):2209-2223
[12] Bernard P,Fleury G.Convergence of numerical schemes for stochastic differential equations[J].Monte Carlo Methods and Applications,2001,7(1/2):35-44
[13] Gyöngy I.A note on Euler's approximations[J].Potential Anal,1998,8(3):205-216
[14] Gyöngy I,Krylov N.Existence of strong solutions for Itô's stochastic equations via approximations[J].Probability Theory Related Fields,1996,105(2):143-158
[15] Higham D J,Mao X R,Stuart A M.Strong convergence of Euler-type methods for nonlinear stochastic differential equations[J].SIAM Journal on Numerical Analysis,2002,40(3):1041-1063
[16] Mao X R.Numerical solutions of stochastic differential delay equations under the generalized Khasminskii-type conditions[J].Applied Mathematics and Computation,2011,217(12):5512-5524
[17] Mao X R,Szpruch L.Strong convergence and stability of implicit numerical methods for stochastic differential equations with non-globally Lipschitz continuous coefficients[J].Journal of Computational and Applied Mathematics,2013,238(1):14-28
[18] Milstein G N,Tretyakov M V.Stochastic numerics for mathematical physics[M].Berlin:Springer-Verlag,2004

Stochastic modelling in finance and Monte Carlo simulations with R.Part A:Finance options

MAO Xuerong[1] LI Xiaoyue[2]
1 Department of Mathematics and Statistics,University of Strathclyde,Glasgow G1 1XT,Scotland,UK
2 School of Mathematics and Statistics,Northeast Normal University,Changchun 130024

Abstract The aim of this series articles is to help more persons to know options and other financial derivatives.We will introduce several classical models for the behavior of the asset price in the field of financial mathematics systematically,then give the method of computing the option values from the point of mathematics and computer simulations.This paper introduce the definitions of European options and their study necessity,give the interpretation of the relevant financial names and estimate the option bounds.

Key words European options;option value;portfolio;upper and lower bounds