

三维分形树的虚拟仿真研究

叶小岭¹ 肖云¹ 王伟亮¹

摘要

首先介绍了模型树的构成和分类,讨论了模型树仿真时存在的问题,继而研究了如何利用迭代函数系统(IFS)仿真出树枝,并提出了一种结合 IFS 和布告栏的方法来仿真出三维树,最后,采用该方法拟合出 2 种三维树的分形模拟结果.模拟结果表明,该方法具有较高的真实性、多样性和实时性,对模拟三维场景有一定的实用价值.

关键词

迭代函数系统;虚拟现实;分形维树

中图分类号 TP391

文献标志码 A

收稿日期 2012-03-09

资助项目 江苏省产学研联合创新资金——前瞻性联合研究资助项目(BY20111111);江苏省高校优势学科建设工程资助项目;公益性行业(气象)科研专项(GYHY201106040)

作者简介

叶小岭,女,教授,主要从事系统优化与控制、智能仪器仪表、信号处理等方面的研究工作. xyz.nim@163.com

0 引言

分形理论是 20 世纪 70 年代 Mandelbrot^[1] 为描述具有自相似性的自然碎片或不规则结构而提出的一种探索复杂结构新的科学方法与理论.分形方法根据分形理论来表现植物生长的拓扑形态结构.实现分形几何建模的方法主要包括迭代函数系统(Iterated Function System, IFS)、分枝矩阵、粒子系统、正规文法、A 系统以及其他特定的分形方法等^[2-3].

利用分形技术仿真自然场景,前人做了不少工作,如 Cui 等^[4], Huang 等^[5]模拟了变幻无常的云彩, Wang 等^[6]、Li 等^[7]模拟连绵起伏的山脉, Zeng 等^[8]模拟了植物的生长变化.这些自然景物都体现了分形的特征,特别是在植物世界里,分形更加普遍,树的构造就体现了分形特征^[9].利用分形算法实现树木建模也已经有不少研究成果,迭代函数系统(IFS)是目前用于模拟生物形态最成功的系统之一,它不仅可以很好地表现出植物的整体形态不规则性,而且能够较好地表现出整体与局部细节的自相似性,是一种非常有效的简化的方法.但是目前基于 IFS 的植物模拟研究主要集中在灰度图形的自动生成方面,其表达的颜色比较单一枯燥,另外,大部分研究是局限于二维的,三维的应用研究还比较少^[10].本文利用 IFS 算法实现了虚拟场景中三维树木的模拟,根据所给算法能够快速得到相当逼真的树干和枝叶.

1 IFS 基本原理

迭代函数系统(IFS)是一种基于分形的、采用点的构造模型的方法^[11].其基本思想是具有自相似性或自仿射性结构,即将局部放大后与原图是相似的,局部是整体的一个小复制品,只是存在一些不等比例变换和扭曲变换等.几何对象的整体被定义后,选定若干仿射变换,将整体形态变换到局部,用少量的数据描述复杂的图形,且这一过程可以借助计算机强大的迭代计算能力进行下去,直到得到满意的效果.

1.1 仿射变换

IFS 是以仿射变换为框架,根据几何对象的整体与局部具有自相似性结构,经过迭代而产生的.实际上,只需给出几个仿射变换的参

1 南京信息工程大学 信息与控制学院,南京, 210044

数,就可以基本确定一个物体的迭代函数系统. 仿射变换是 IFS 比例放大以及平移等中的重要概念,它包括图形作绕原点的旋转、比例放大以及平移等.

定义一个变换 $W: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^2$ 的形式为

$$W \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e \\ f \end{pmatrix}, \quad (1)$$

其中, a, b, c, d, e, f 均为实数,则称 W 为二维仿射变换. 可以将其分解为平移和比例放大等,表示为

$$W \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r \cos \phi & -q \sin \phi \\ r \sin \phi & q \cos \phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e \\ f \end{pmatrix}, \quad (2)$$

其中 e 和 f 分别是 x 和 y 方向上的平移分量, ϕ 和 φ 分别是绕 x, y 轴的转角, r 和 q 可以分别看作是 x 和 y 方向上的比例放大倍数.

1.2 拼贴定理

IFS 的实质是将待生成的图像看成是由许多与整体相似(或自相似性)或经过一定变换与整体相似的子图拼贴在一起的过程^[12].

设 (X, d) 为完备度量空间,存在一个压缩仿射的 IFS 码 $\{X; W_n; n = 1, 2, \dots, N\}$, 其压缩因子为 $0 \leq s \leq 1$, 又 $E \in X(X)$ 是任意给定的集合, $\varepsilon > 0$, 则有

$$h(A, E) \leq (1 - S)^{-1} h \left(E, \bigcup_{i=1}^n W_i(E) \right), \quad (3)$$

其中 $h(A, E)$ 表示距离, A 是 IFS 的吸引子.

拼贴定理表明,对于任意图形 E ,只要选择适当的仿射变换,就可以使给定集在变换后的并(拼贴)与给定集近似,使拼贴后的重构图形 $W(E)$ 非常逼近 E .

2 三维分形树的实现算法

虽然树木种类繁多,形态各异,但是可以把树木模型统一定义为枝元、树枝和树叶 3 个部分. 枝元包括主干枝元和侧边枝元,每根树枝由一个主干枝元和若干侧边枝元构成,树叶出现在树枝的末端,如图 1 所示.

枝元是树的基本组成单位,采用圆柱体来近似表示. 如图 2 所示,树枝模型是由 3 个枝元组成的. 主干枝元由 5 个参数控制:

$$U_{mb} = \{r_1, r_2, h, \sigma_z, \sigma_y\},$$

其中, r_1 是枝元的底面半径, r_2 是枝元的顶面半径, h 是枝元的高度, σ_z 是枝元绕 Z 轴的旋转角度, σ_y 是枝元绕 Y 轴的旋转角度. r_1, r_2 和 h 一起控制着枝元的整体缩放大小,枝元先绕 Z 轴旋转,再绕 Y 轴旋转, σ_z 和 σ_y 一起控制着枝元的整体旋转角度.

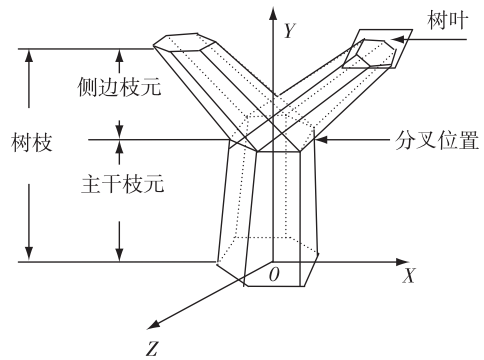


图 1 树木模型

Fig. 1 Tree model

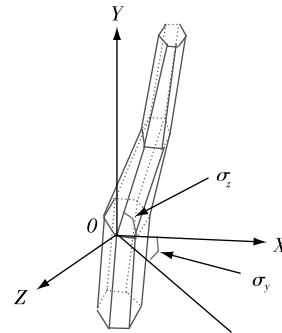


图 2 树枝模型

Fig. 2 Branch model

2.1 带参数的变换矩阵的确定

根据分枝模式构造侧边枝元时,侧边枝元将在主干枝元的坐标位置基础上,形成一个新的坐标空间,即主干枝元与侧边枝元的分叉位置的三维坐标. 设三维空间上的仿射变换 W 的形式为^[13-14]

$$W \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \end{pmatrix}, \quad (4)$$

可简写为 $W(B) = AB + t$, 其中 $B = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$, $A =$

$$\begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{pmatrix} \text{ 为仿射变换矩阵, } t = \begin{pmatrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \end{pmatrix} \text{ 为平移量. 其}$$

中 A 由 4 个基本仿射变换矩阵构成,分别是缩放矩阵 $S(r_x, r_y, r_z)$, 绕 X 轴旋转 α 的旋转矩阵 $R_x(\alpha)$, 绕 Y 轴旋转 β 的旋转矩阵 $R_y(\beta)$, 绕 Z 轴旋转 θ 的旋转矩阵 $R_z(\theta)$.

$$\text{新的坐标空间的转换方式: } \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{D} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix},$$

其中

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \cos \beta \cos \theta & \cos \beta \sin \theta & \sin \beta & t_1 \\ d_1 & d_3 & -\cos \beta \sin \theta & t_2 \\ d_2 & d_4 & \cos \beta \cos \theta & t_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$d_1 = \sin \alpha \sin \beta \cos \theta - \sin \theta \cos \alpha,$$

$$d_2 = -\sin \alpha \sin \beta \sin \theta - \sin \theta \sin \alpha,$$

$$d_3 = \sin \alpha \sin \beta \sin \theta - \cos \theta \cos \alpha,$$

$$d_4 = -\sin \theta \sin \beta \cos \alpha + \sin \alpha \cos \theta.$$

确定好侧边枝元生长位置的三维坐标,就可以利用树木生长的自相似性构造树枝的生长算法.为了增强树木模拟的真实性,迭代方程中包含随机参数 H_r 、 $A_{r,z}$ 和 $A_{r,y}$. 其中 H_r 表示枝元的高度随机数, $A_{r,z}$ 表示枝元绕 Z 轴的旋转角度随机数, $A_{r,y}$ 表示枝元绕 Y 轴的旋转随机数. 由上文可知主枝单元的参数为 $U_{mb} = \{r_1, r_2, h, \sigma_z, \sigma_y\}$, 则侧枝单元的参数控制式为

$$U_{sb} = \{r_1', r_2', h', \sigma_z', \sigma_y'\} = \begin{cases} r_1' = r_2, \\ r_2' = p \cdot r_2, \quad p \in (0, 1), \\ h' = \kappa \cdot h + H_r, \quad \kappa \in (0, 1), \\ \sigma_z' = \sigma_z + A_{r,z}, \\ \sigma_y' = \sigma_y + A_{r,y}. \end{cases} \quad (5)$$

侧枝单元的继续分枝与主干枝元的分枝方式完全相似,如果不考虑各种客观环境对树木生长的影响,树木生长中的这种规律性分枝方法将趋于无穷,所以任何一段树枝的放大,趋近于一棵完整的树,一棵树就是大自然中的一个分形. 根据树木分枝模式的分形特征构造生成分形树木的 IFS $\{X; W_1, W_2, \dots, W_n\}$ 迭代函数系统.

2.2 IFSP 码的确定

本文采用随机迭代算法,在该算法中采用了带概率 IFS (IFSP)^[15], IFSP 为 $\{X; W_n; P_n; n = 1, 2, \dots, N\}$. 如前所述,可确定 IFS 码包括:分枝绕 X 轴的旋转角度 α , 绕 Y 轴的旋转角度 β , 绕 Z 轴的旋转角度 θ , X 方向上的压缩因子 S_x , Y 方向上的压缩因子 S_y , Z 方向上的压缩因子 S_z , 仿射变换的概率 P_n , X 方向上的偏移量 m_x , Y 方向上的偏移量 m_y , Z 方向上的

偏移量 m_z .

2.3 树叶模型实现

树叶是树的重要组成部分,不同类型树木的树叶形态各不相同. 由于树叶数量巨大,边缘信息丰富,一般情形下很难按照实际形态来绘制^[16]. 为了提高程序的运行效率,本文采用 billboard 方法来模拟树叶,一个 billboard 模型代表一片树叶,其原理是利用一个矩形面贴上的纹理来实现二维图形的三维模拟,当检测到观察者相机发生移动或旋转时,同时移动或旋转矩形的 4 个顶点,使矩形面的法向量始终面对着观察者相机,这样位于矩形面里的纹理图形看起来是三维的. 然后通过且利用 Alpha 测试来模拟有着不规则边缘的树叶,同时,通过缩放、旋转控制树叶模型的形状.

3 三维分形树在虚拟场景中的应用

采用本文算法,可以生成较好的三维树和叶. 本文采用具体如表 1 和 2 所述的 IFSP 参数生成了 2 种三维分形树,分别如图 3a、3c、3e 和图 3b、3d、3f 所示, L 为 IFS 的复杂度,即迭代次数.

表 1 IFSP 参数(1)

Table 1 IFS Parameters(1)

$\alpha/(\circ)$	$\beta/(\circ)$	$\theta/(\circ)$	S_x	S_y	S_z	P_n	m_x	m_y	m_z
0	38	-30	0.60	0.60	0.70	0.50	0	0	0.90
0	-49	180	0.60	0.60	0.80	0.50	0	0	0.89

表 2 IFSP 参数(2)

Table 2 IFS Parameters(2)

$\alpha/(\circ)$	$\beta/(\circ)$	$\theta/(\circ)$	S_x	S_y	S_z	P_n	m_x	m_y	m_z
0	0	0	0.80	0.82	0.90	0.33	0	0	1.00
0	33	180	0.62	0.58	0.73	0.33	0	0	0.80
0	30	-30	0.59	0.58	0.70	0.34	0	0	0.60

本文所提供的算法能够有效、快速地绘制场景,树的模拟使得虚拟场景更加真实,具有更好的临场感,如图 4 所示.

4 结束语

虚拟现实具有很好的应用前景^[17-18]. 基于分形技术建立的树木模型可应用于虚拟现实、动画制作、园林设计等领域. 利用本文所提供的算法模拟的三维分形树具有以下几点优势:1) 构造出来的三维树

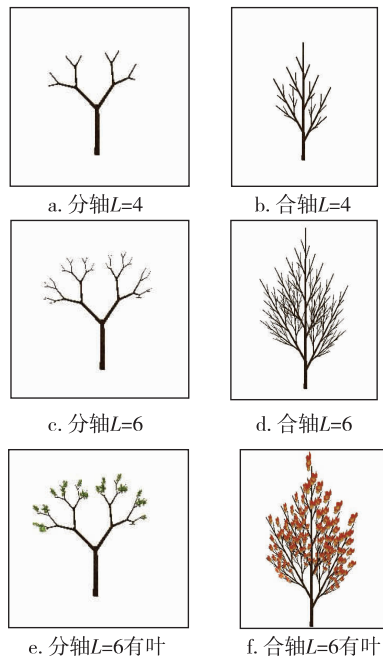


图3 2种3D分形树

Fig. 3 Two classes of 3D fractal dimension tree



图4 三维分形树在虚拟场景中的应用

Fig. 4 Application of fractal dimension trees in virtual scene

木模型细节程度高,更加符合自然规律,也更逼真和形象;2)能够实时的对三维树进行调整,包括树的种类、形状、大小和复杂度等;3)可控制三维树在虚拟场景中不同季节的状态,即生长过程.下一步的工作将考虑树木的光照、阴影和风力等影响,使模拟效果更加具有临场感和灵活性.

参考文献

References

- [1] Mandelbrot B B. The fractal geometry of nature[M]. San Francisco: Free Man, 1982
- [2] Jaeger M, de Reffy P. Basic concepts of computer simulation of plant growth[J]. Journal of Biosciences, 1992, 17(3): 275-291
- [3] Chen S G, Impens I, Ceulemans R, et al. Measurement of gap fraction of fractal generated canopies using digitalized image analysis[J]. Agricultural and Forest Meteorology, 1993, 65(3/4): 245-259
- [4] Cui H L, Qi M, Li D J. 3D Cloud modeling base on fractal particle method[C] // International Conference on Electrical and Control Engineering, 2011: 5639-5643
- [5] Huang B, Chen J L, Wan W G, et al. Study and implement about rendering of clouds in flight simulation[C] // International Conference on Audio, Language and Image Processing, 2008, 1250-1254
- [6] Wang H R, Chen W L. An improving algorithm for generating real sense terrain and parameter analysis based on fractal[C] // International Conference on Machine Learning and Cybernetics, 2010: 686-691
- [7] Li K R, Lei X F. An accumulated method based on fractal for automatic terrain generation[C] // International Conference on E-Health Networking, Digital Ecosystems and Technologies, 2010, 1: 426-430
- [8] Zeng L L, Wang G Z. Interactive plant modeling based on fractal[C] // International Conference on Natural Computation, 2008, 4: 644-648
- [9] Chen J, Liu H. 3D fractal tree based on growth simulation system[C] // International Conference on Computer Supported Cooperative Work in Design, 2006: 1-5
- [10] Jiang L, Guo X C, Lu L. An algorithm of fractal tree generate base on controllable random transform[C] // International Conference on Computer Modeling and Simulation, 2009: 262-264
- [11] Zhang H Q, Liu M. Tree growth simulation method based on improved IFS algorithm[C] // International Conference on Computational Intelligence and Software Engineering, 2009: 1-5
- [12] Zhuang Y X, Xiong Y S, Liu F Y. IFS fractal morphing based on coarse convex-hull[C] // Information Technology and Artificial Intelligence Conference, 2011, 2: 225-228
- [13] Wang Y, Zeng L L, Qi Y. Golden section in 3D plants IFS reconstruction[C] // International Conference on Young Computer Scientists, 2008: 2962-2967
- [14] Liu M, Zhang H Q, Lu K N. Research on three-dimensional simulation of tree's morphology based on tree-crown growth model[C] // International Conference on Computational Intelligence and Software Engineering, 2010: 1-4
- [15] Han Y P, Liu P S. The simulation of natural scenery based on object ARX[C] // International Symposium on Intelligent Information Technology and Security Informatics, 2009: 74-76
- [16] Zhou J, Chen L T, Liu Q H, et al. Fractal-based 3d tree modeling[C] // International Conference on Computer Design and Applications, 2010: 454-457
- [17] 程甜甜, 陈亮亮, 何伟, 等. 面向虚拟环境的真实感漫游湖面建模算法[J]. 计算机工程与应用, 2008, 44(33): 184-187
CHENG Tiantian, CHEN Liangliang, HE Wei, et al. Modeling algorithm for realistic travelling lake surface simulation in virtual environment[J]. Computer Engineering and Applications, 2008, 44(33): 184-187

- [18] 常勇. 框架式地形建模在城市虚拟仿真中的应用[J]. 计算机工程与应用, 2010, 46(8): 225-227
CHANG Yong. Application of frame terrain modeling in urban virtual simulation [J]. Computer Engineering and Applications, 2010, 46(8): 225-227

Study on three-dimensional fractal dimension tree

YE Xiaoling¹ XIAO Yun¹ WANG Weiliang¹

¹ School of Information and Control, Nanjing University of Information Science & Technology, Nanjing 210044

Abstract This paper introduced the composition and classification of tree models, discussed the problem that branches and leaves with varying shapes be simulated by regulating their parameters. Then, we researched on how to use Iterated Function System (IFS) and billboard to simulate branches and leaves. Finally, by using this method, two classes of three-dimensional trees are simulated and applied to virtual scene. The results show that, three-dimensional trees simulated by this method have advantage of high vividness, diversity and real time response, which is valuable in 3D virtual scene simulation.

Key words Iterated Function System (IFS); virtual reality; fractal dimension tree