文章编号:1674-7070(2013)02-0188-05

$k=6,7,8,9$ 的一类新几乎差族

张媛[1]　彭茂[1]

摘要

C. Ding 和 J. Yin 推广了几乎差集,定义了新的几乎差族的概念. 通过有限域中分圆类的方法给出了几乎差族新的构造方法,并得到了 $k=6,7,8,9$ 的一类新的几乎差族.

关键词

差族;几乎差族;分圆类

中图分类号 O157.2

文献标志码 A

0　引言

2008 年,文献[1]推广了几乎差集,定义了几乎差族的概念. 设 G 是一个 v 阶 Abel 群,$F=\{D_1,D_2,\cdots,D_s\}$ 是 G 的 k 元子集族. 定义 $D_j(1\leqslant j\leqslant s)$ 的差列表 ΔD_j 为多重集$\{a-b:a,b\in D_j,a\neq b\}$,定义 $\mathscr{F}$的差列表 $\Delta\mathscr{F}$为 $\Delta D_j(j=1,2,\cdots,s)$ 的并集,这里并集指多重集的并. 若 ΔF 中含 G 中 t 个非零元恰好 λ 次,而含 G 中另外 $v-1-t$ 个非零元恰好 $\lambda+1$ 次,则称 F 是一个 (v,k,λ,t) 几乎差族(Almost Difference Family,ADF). 若进一步有群 G 是一个循环群,则称这个几乎差族是循环的. 若一个几乎差族只含有一个 k 元子集,这时它便是一个几乎差集.

不难看出,若一个 (v,k,λ,t)-ADF 含有 s 个 k 元子集时,有

$$sk(k-1)=t\lambda+(v-1-t)(\lambda+1),$$

从而 ADF 存在的一个必要条件是

$$(\lambda+1)(v-1)\equiv t(\mathrm{mod}\ k(k-1)).$$

当 $t=v-1$ 或 $t=0$ 时,(v,k,λ,t)-ADF 是一个 (v,k,λ) 或 $(v,k,\lambda+1)$ 差族(DF). 从这个观点来说,差族是特殊参数的几乎差族.

ADF 能在许多组合与统计问题中给出部分平衡不完全区组设计,循环 ADF 在流密码及通讯地址码方面有特殊优势. 文献[1]用一些构造性方法得到了一些无穷类的 ADF,Wang 等[2-4] 进一步构造了 q 为素数幂且 $k=4,5,6,7$ 的循环 ADF.

本文将给出构造性方法,并得到新的 ADF 的无穷类.

1　预备知识

若 $q=ef+1$ 是一个素数幂,本文用 ω 来表示有限域 GF(q) 的任意一个本原元. GF(q) 的 f 阶子乘群记为

$$C_0^e=\{\omega^{ei}:0\leqslant i\leqslant f-1\},$$

它的乘法陪集为

$$C_j^e=\omega^jC_0^e=\{\omega^{ie+j}:i=0,1,\cdots,f-1\}(0\leqslant j\leqslant e-1),$$

即为 GF(q) 的 e 阶分圆类. 令 R 表示 GF(q) 的一个 e 元子集,若满足 R 中元素分别属于 e 个分圆类$\{C_0^e,C_1^e,\cdots,C_{e-1}^e\}$,则称 R 是一个分圆类代表系,简记为 SDRC(C^e).

Chang 等[5] 应用Weil定理证明了当q为一个素数时,以下引理成立.

引理 1　$q\equiv 1(\mathrm{mod}\ e)$ 为一个素数,满足

收稿日期 2012-09-23

资助项目 国家自然科学基金天元专项(11126291);南京信息工程大学科研基金(20110386,2012X021)

作者简介

张媛,女,博士,讲师,主要研究组合设计与编码理论. zhangyuanmath@yahoo.com.cn

1　南京信息工程大学　数学与统计学院,南京,210044

$$q-\left[\sum_{i=0}^{s-2}\binom{s}{i}(s-i-1)(e-1)^{s-i}\right]\sqrt{q}-se^{s-1}>0,$$

则对于任意给定的$(j_1,j_2,\cdots,j_s)\in\{0,1,\cdots,e-1\}$以及$(c_1,c_2,\cdots,c_s)$,这里$c_1,c_2,\cdots,c_s$是GF$(q)$中两两互异的元素,存在元素$x\in$GF$(q)$,满足$x+c_i\in C_{j_i}^e$.

事实上,当q为一般的素数幂时,可以类似证明此结论成立. 从引理1可以得到一个有用的推论.

推论1[4] 设$q\equiv 1(\mathrm{mod}\ e)$为一个素数幂,满足$q\geqslant A(e,s)^2$,这里

$$A(e,s)=[B(e,s)+\sqrt{B(e,s)^2+4se^{s-1}}]/2,$$

$$B(e,s)=\sum_{i=0}^{s-2}\binom{s}{i}(s-i-1)(e-1)^{s-i},$$

则对于任意给定的$(j_1,j_2,\cdots,j_s)\in\{0,1,\cdots,e-1\}$以及$(c_1,c_2,\cdots,c_s)$,这里$c_1,c_2,\cdots,c_s$是GF$(q)$中两两互异的元素,存在元素$x\in$GF$(q)$,满足$x+c_i\in C_{j_i}^e$.

2 $k=6$时的情形

本节将给出$k=6,q=6es+1$时(q,k,λ,t)-ADF的构造. 当$e=1$时,Wilson[6]证明了$(q,6,5)$-DF的存在性,当$e=2,3,4$,即$q=12s+1,q=18s+1,q=24s+1$时,Wang等[4]证明了相应的$(q,6,\lambda,t)$-ADF存在. 这里着重研究其他的"e".

引理2 设$q=30s+1$为素数幂,$q\geqslant 1\ 894\ 376$,则存在$x\in$GF$^*(q)$和本原元ω,满足$\{1-x,1-\omega^{10s},x-\omega^{10s},1-x\omega^{10s},x-x\omega^{10s}\}$是一个SDRC$(C^5)$.

证明 任取GF(q)的本原元ω,由推论1,取$e=5,s=4$,当$q\geqslant 1\ 894\ 376$时,存在$x\in$GF(q),满足$\{1-\omega^{10s},x(1-\omega^{10s}),x-\omega^{10s},x+\omega^{5s},x+\omega^{15s}\}$分别属于不同的5阶分圆类. 由于$1-x\omega^{10s}=\omega^{25s}(x+\omega^{5s})$,$1-x=\omega^{15s}(x+\omega^{15s})$,说明$\{1-x,1-\omega^{10s},x-\omega^{10s},1-x\omega^{10s},x-x\omega^{10s}\}$是一个SDRC$(C^5)$.

定理1 设$q=30s+1$为素数幂,$q\geqslant 1\ 894\ 376$,则存在循环$(q,6,1)$-DF.

证明 按照引理2取适当的ω和x,令

$$B=\{1,x,\omega^{10s},x\omega^{10s},\omega^{20s},x\omega^{20s}\},$$

$$R=\{1-x,1-\omega^{10s},x-\omega^{10s},1-x\omega^{10s},x-x\omega^{10s}\},$$

则R是一个SDRC(C^5),且

$$\Delta B=\{1,\omega^{5s},\omega^{10s},\omega^{15s},\omega^{20s},\omega^{25s}\}R.$$

令$\mathscr{F}=\{B_i:0\leqslant i\leqslant s-1\}$,这里$B_i=\omega^{5i}B$,则

$$\Delta\mathscr{F}=\sum_{i=0}^{s-1}\Delta B_i=\{1,\omega^5,\cdots,\omega^{5(s-1)}\}\Delta B=$$
$$\{1,\omega^5,\cdots,\omega^{5(s-1)}\}\{1,\omega^{5s},\omega^{10s},\cdots,\omega^{25s}\}R=$$
$$C_0^5\cdot R=\mathrm{GF}^*(q).$$

从而$\mathscr{F}$是一个s个区组的$(q,6,1)$-DF.

对大多数$q<1\ 894\ 376$,仍然能够通过计算机找到满足要求的某$x\in$GF(q). 事实上,本文搜索了$q<10\ 000$的情形,除了$q=61$,对其他q这样的x均存在.

例1 令$s=6$,则$q=181$. 取$\omega=32,x=4$,$\mathscr{F}$含6个区组:$\{1,4,48,11,132,166\}$,$\{32,128,88,171,61,63\}$,$\{119,114,101,42,142,25\}$,$\{7,28,155,77,19,76\}$,$\{43,172,73,111,65,79\}$,$\{109,74,164,113,89,175\}$,是一个$(181,6,1)$-DF.

延续上述思想,当$e\geqslant 6$时,可以得到以下结论.

定理2 设$q=6es+1(e\geqslant 6)$为素数幂并且足够大,则$\left(q,6,0,\frac{(e-5)(q-1)}{e}\right)$-ADF存在.

证明 当q足够大,存在本原元ω和$x\in$GF$^*(q)$,满足$F=\{B_i:0\leqslant i\leqslant s-1\}$构成一个

$$\left(q,6,0,\frac{(e-5)(q-1)}{e}\right)\text{-ADF},$$

$$B_i=\omega^{ei}B,\quad B=\{1,x,\omega^{2es},x\omega^{2es},\omega^{4es},x\omega^{4es}\}.$$

本文以$e=6$为例说明此证明过程.

设$q=36s+1$为素数幂,用类似引理2的证明方法,得到当$q\geqslant 9\ 152\ 353$时,存在本原元ω和$x\in$GF$^*(q)$,满足$\{1-x,1-\omega^{12s},x-\omega^{12s},1-x\omega^{12s},x-x\omega^{12s}\}$分别属于不同的6阶分圆类中. 令

$$B=\{1,x,\omega^{12s},x\omega^{12s},\omega^{24s},x\omega^{24s}\},$$

$$R=\{1-x,1-\omega^{12s},x-\omega^{12s},1-x\omega^{12s},x-x\omega^{12s}\},$$

则

$$\Delta B=\{1,\omega^{6s},\omega^{12s},\omega^{18s},\omega^{24s},\omega^{30s}\}R.$$

令$\mathscr{F}=\{B_i:0\leqslant i\leqslant s-1\}$,这里$B_i=\omega^{6i}B$,则

$$\Delta\mathscr{F}=\sum_{i=0}^{s-1}\Delta B_i=\{1,\omega^6,\cdots,\omega^{6(s-1)}\}\Delta B=$$
$$\{1,\omega^6,\cdots,\omega^{6(s-1)}\}\{1,\omega^{6s},\omega^{12s},\cdots,\omega^{30s}\}R=$$
$$C_0^6R=\mathrm{GF}^*(q)-C_a^6,a\in Z_6.$$

从而$\mathscr{F}$是一个s个区组的$\left(q,6,0,\frac{q-1}{6}\right)$-ADF.

同样,对于大多数$q<9\ 152\ 353$,仍然能够通过计算机找到满足要求的某$x\in$GF(q). 事实上,本文搜索了$q<10\ 000$的情形,除了$q=109$,对其他q这样的x均存在.

例2 令$e=6,s=5$,则$q=181$. 取$\omega=64$,$x=7$,F含5个区组:$\{1,7,48,155,132,19\}$,$\{64,86,176,146,122,130\}$,$\{114,74,42,113,25,175\}$,$\{56,30,154,173,152,159\}$,$\{145,110,82,31,135,$

40},是一个(181,6,0,30)-ADF.

3 $k=7$ 时的情形

本节通过在上一节得到的区组中添加元素"0",从而得到 $k=7$ 的新的 ADF.

与引理 2 的证明类似,可以得到:

引理 3 设 $q=30s+1$ 为素数幂,$q\geqslant 1\,894\,376$,存在本原元 ω 和 $x\in \mathrm{GF}^*(q)$,满足$\{1,x,x-\omega^{10s},1-x\omega^{10s},1-x\}$ 是一个 $\mathrm{SDRC}(C^5)$.

定理 3 设 $q=30s+1$ 为素数幂,$q\geqslant 1\,894\,376$,存在循环 $\left(q,7,1,\frac{3(q-1)}{5}\right)$-ADF.

证明 如引理 3 所述取适当的 ω 和 x,令

$$B=\{0,1,x,\omega^{10s},x\omega^{10s},\omega^{20s},x\omega^{20s}\},$$

$$R=\{1,x,1-x,1-\omega^{10s},x-\omega^{10s},1-x\omega^{10s},x-x\omega^{10s}\}=\mathrm{SDRC}(C^5)\cup\{1-\omega^{10s},x-x\omega^{10s}\},$$

则

$$\Delta B=\{1,\omega^{5s},\omega^{10s},\omega^{15s},\omega^{20s},\omega^{25s}\}R.$$

令 $\mathscr{F}=\{B_i:0\leqslant i\leqslant s-1\}$,这里 $B_i=\omega^{5i}B$,则

$$\Delta\mathscr{F}=\sum_{i=0}^{s-1}\Delta B_i=\{1,\omega^5,\cdots,\omega^{5(s-1)}\}\Delta B=\{1,\omega^5,\cdots,\omega^{5(s-1)}\}\{1,\omega^{5s},\omega^{10s},\cdots,\omega^{25s}\}R=C_0^5R=\mathrm{GF}^*(q)+C_0^5\{1-\omega^{10s},x-x\omega^{10s}\}.$$

由于 $x\notin C_0^5,1-\omega^{10s},x-x\omega^{10s}$ 分属不同的分圆类,从而 F 是一个 s 个区组的 $\left(q,7,1,\frac{3(q-1)}{5}\right)$-ADF.

类似地,可以得到以下结论.

引理 4 设 $q=36s+1$ 为素数幂,$q\geqslant 9\,152\,353$,存在本原元 ω 和 $x\in \mathrm{GF}^*(q)$,满足$\{x,1-x\omega^{12s},x-\omega^{12s},1-x\omega^{12s},x-x\omega^{12s},1-x\}$ 是一个 $\mathrm{SDRC}(C^6)$.

定理 4 设 $q=36s+1$ 为素数幂,$q\geqslant 9\,152\,353$,存在循环 $\left(q,7,1,\frac{3(q-1)}{5}\right)$-ADF.

证明 如引理 4 所述取适当的 ω 和 x,令

$$B=\{0,1,x,\omega^{12s},x\omega^{12s},\omega^{24s},x\omega^{24s}\},$$

$$R=\{1,x,1-x,1-\omega^{12s},x-\omega^{12s},1-x\omega^{12s},x-x\omega^{12s}\}=\mathrm{SDRC}(C^6)\cup\{1\},$$

则

$$\Delta B=\{1,\omega^{6s},\omega^{12s},\omega^{18s},\omega^{24s},\omega^{30s}\}R.$$

令 $\mathscr{F}=\{B_i:0\leqslant i\leqslant s-1\}$,这里 $B_i=\omega^{6i}B$,则

$$\Delta\mathscr{F}=\sum_{i=0}^{s-1}\Delta B_i=\{1,\omega^6,\cdots,\omega^{6(s-1)}\}\Delta B=\{1,\omega^6,\cdots,\omega^{6(s-1)}\}\{1,\omega^{6s},\omega^{12s},\cdots,\omega^{30s}\}R=C_0^6R=\mathrm{GF}^*(q)+C_0^6.$$

从而 F 是一个 s 个区组的 $\left(q,7,1,\frac{5(q-1)}{6}\right)$-ADF.

定理 5 设 $q=6es+1(e\geqslant 7)$ 为素数幂并且足够大,若存在本原元 ω 满足 $1-\omega^{2es}\notin C_0^e$,则 $e=7$ 时,$(q,7,1)$-DF 存在;$e>7$ 时,$\left(q,7,0,\frac{(e-7)(q-1)}{m}\right)$-ADF 存在.

证明 只需要注意到当 q 足够大,若存在本原元 ω 满足 $1-\omega^{2es}\notin C_0^e$,则存在 $x\in \mathrm{GF}^*(q)$ 满足

$$\{1,x,1-x,1-\omega^{2es},x-\omega^{2es},1-x\omega^{2es},x-x\omega^{2es}\}$$

分属不同的分圆类. 剩余证明细节略去.

4 $k=8$ 时的情形

$k=8$ 时,$q=8s+1$ 时,Wilson[6] 证明了$(q,8,7)$-DF 的存在性. 本节将分析 $q=12s+1,16s+1,20s+1$ 的情形.

定理 6 设 $q=12s+1$ 为素数幂,$q\geqslant 323\,434$,存在循环$\left(q,8,4,\frac{q-1}{3}\right)$-ADF.

证明 任取本原元 ω,由推论 1,$e=3,s=5$ 时,当 $q\geqslant 323\,434$,存在 $x\notin C_0^3$ 满足$\{x+1,x+\omega^{3s},x-1,x-\omega^{3s},1+\omega^{3s},x+x\omega^{3s}\}$ 构成两个 $\mathrm{SDRC}(C^3)$. 令

$$B=\{1,x,\omega^{3s},x\omega^{3s},-1,-x,-\omega^{3s},-x\omega^{3s}\},$$

$$R_1=\{x+1,x-1,x+\omega^{3s},x-\omega^{3s},1+\omega^{3s},x+x\omega^{3s}\},$$

$$R_2=\{2,2x\},$$

则

$$\Delta B=\{1,\omega^{3s},\omega^{6s},\omega^{9s}\}(R_1\cup R_1\cup R_2).$$

令 $\mathscr{F}=\{B_i:0\leqslant i\leqslant s-1\}$,这里 $B_i=\omega^{3i}B$,则

$$\Delta\mathscr{F}=\sum_{i=0}^{s-1}\Delta B_i=\{1,\omega^3,\cdots,\omega^{3(s-1)}\}\Delta B=C_0^3(2R_1+R_2)=4\mathrm{GF}^*(q)+C_a+C_b,(a,b\in\{0,1,2\},a\neq b).$$

从而 $\mathscr{F}$ 是一个 s 个区组的$\left(q,8,4,\frac{q-1}{3}\right)$-ADF.

定理 7 设 $q=16s+1$ 为素数幂,$q\geqslant 7\,938\,049$,存在循环$\left(q,8,3,\frac{q-1}{2}\right)$-ADF.

证明 取定本原元 ω,令 $e=4,s=5$,由推论 1,当 $q\geqslant 7\,938\,049$,存在 $x\notin C_0^4$满足$\{2,2x,x+1,x+\omega^{4s},x-1,x-\omega^{4s},1+\omega^{4s},x+x\omega^{4s}\}$ 构成 2 个 $\mathrm{SDRC}(C^4)$.

令

$$B=\{1,x,\omega^{4s},x\omega^{4s},-1,-x,-\omega^{4s},-x\omega^{4s}\},$$

$$F=\{B_i:0\leqslant i\leqslant s-1\},$$

这里 $B_i=\omega^{4i}B$,易证明 F 是一个 $\left(q,8,3,\frac{q-1}{2}\right)$-ADF.

同理可证明以下定理.

定理8 设 $q=24s+1$ 为素数幂,$q\geqslant 606\,403\,585$,则存在循环 $\left(q,8,2,\frac{2(q-1)}{3}\right)$-ADF.

5 $k=9$ 时的情形

本节通过在上节得到的区组中加"0"的方法得到 $k=9$ 的 ADF.

定理9 设 $q=12s+1$ 为素数幂,$q\geqslant 323\,434$,如果存在本原元 ω 满足 $1+\omega^{3s}\notin C_0^3$,则存在循环 $(q,9,6)$-DF.

证明 由推论1,$e=3$,$s=5$,当 $q>323\,434$ 且 $1+\omega^{3s}\notin C_0^3$ 时,存在 $x\in C_0^3$ 满足

$\{2,x+1,x+\omega^{3s},x-1,x-\omega^{3s},1+\omega^{3s},x+x\omega^{3s},1,x\}$

构成 3 个 SDRC(C^3). 令

$B=\{0,1,x,\omega^{3s},x\omega^{3s},-1,-x,-\omega^{3s},-x\omega^{3s}\}$,

$R_1=\{x+1,x-1,x+\omega^{3s},x-\omega^{3s},1+\omega^{3s},x+x\omega^{3s}\}$,

$R_2=\{2,2x\}$,$R_3=\{1,x\}$,

则

$$\Delta B=\{1,\omega^{3s},\omega^{6s},\omega^{9s}\}(2R_1\cup 2R_3\cup R_2).$$

令 $\mathscr{F}=\{B_i:0\leqslant i\leqslant s-1\}$,这里 $B_i=\omega^{3i}B$,则 $\Delta\mathscr{F}=6\mathrm{GF}^*(q)$. 从而 F 是一个循环 $(q,9,6)$-DF.

定理10 设 $q=16s+1$ 为素数幂,$q\geqslant 7\,938\,049$,则存在循环 $\left(q,9,4,\frac{q-1}{2}\right)$-ADF.

证明 取本原元 ω 和 $e=4$,$s=5$,由推论1,当 $q\geqslant 7\,938\,049$ 时,存在 $x\notin C_0^4$ 满足

$\{x+1,x+\omega^{4s},x-1,x-\omega^{4s},1+\omega^{4s},x+x\omega^{4s},1,x\}$

构成 2 个 SDRC(C^4). 令

$B=\{0,1,x,\omega^{4s},x\omega^{4s},-1,-x,-\omega^{4s},-x\omega^{4s}\}$,

$\mathscr{F}=\{B_i:0\leqslant i\leqslant s-1\}$,

这里 $B_i=\omega^{4i}B$,不难验证 $\mathscr{F}$ 是一个 $\left(q,9,4,\frac{q-1}{2}\right)$-ADF.

定理11 设 $q=20s+1$ 为素数幂,$q\geqslant 87\,915\,626$,若存在本原元 ω 满足 $(2,1+\omega^{5s})\notin C_0^5\times C_0^5$,则存在循环 $\left(q,9,3,\frac{2(q-1)}{5}\right)$-ADF

证明 若 $(2,1+\omega^{5s})\notin C_0^5\times C_0^5$,由推论1,当 $q\geqslant 87\,915\,626$ 时,存在 $x\notin C_0^5$ 满足

$\{2,2x,1,x,x+1,x+\omega^{5s},x-1,x-\omega^{5s},1+\omega^{5s},x+x\omega^{5s}\}$

构成 2 个 SDRC(C^5). 令

$B=\{1,x,\omega^{5s},x\omega^{5s},-1,-x,-\omega^{5s},-x\omega^{5s}\}$,

$\mathscr{F}=\{B_i:0\leqslant i\leqslant s-1\}$,

这里 $B_i=\omega^{5i}B$,则 F 是一个 $\left(q,9,3,\frac{2(q-1)}{5}\right)$-ADF.

类似地可以得出以下结论.

定理12 设 $q=32s+1$ 为素数幂且 q 足够大,若存在本原元 ω 满足 $1+\omega^{8s}\notin C_0^8$,则存在循环 $\left(q,9,2,\frac{3(q-1)}{4}\right)$-ADF.

定理13 设 $q=40s+1$ 为素数幂且 q 足够大,若存在本原元 ω 满足 $(2,1+\omega^{10s})\notin C_0^{10}\times C_0^{10}$,则存在循环 $\left(q,9,1,\frac{q-1}{5}\right)$-ADF.

6 主要构造

本节总结了此构造方法的主要思想,并将之推广至一般形式,从而得到一些几乎差族的无穷类.

构造1 当 m 是奇数,$q=2mes+1$ 为素数幂且足够大时,选取适当的 $x\in \mathrm{GF}^*(q)$,令

$B=\{1,x,\omega^{2es},x\omega^{2es},\omega^{4es},x\omega^{4es},\cdots,\omega^{2(m-1)es},x\omega^{2(m-1)es}\}$,

$\mathscr{F}=\{B_i:0\leqslant i\leqslant s-1\}$,

这里 $B_i=\omega^{ei}B$,则 F 可构成一个循环 $(q,2m,\lambda,t)$-ADF(或 $(q,2m,\lambda)$-DF).

构造2 当 m 是偶数,$q=mes+1$ 为素数幂且足够大时,选取适当的 $x\in \mathrm{GF}^*(q)$,令

$B=\{1,x,\omega^{es},x\omega^{es},\cdots,\omega^{(m-1)es},x\omega^{(m-1)es},-1,$

$-x,-\omega^{es},-x\omega^{es},\cdots,-\omega^{(m-1)es},-x\omega^{(m-1)es}\}$,

$\mathscr{F}=\{B_i:0\leqslant i\leqslant s-1\}$,

这里 $B_i=\omega^{ei}B$,则 F 可构成一个循环 $(q,2m,\lambda,t)$-ADF(或 $(q,2m,\lambda)$-DF).

构造3 在上述构造的区组中加"0",得到循环 $(q,2m+1,\lambda,t)$-ADF(或 $(q,2m+1,\lambda)$-DF).

参考文献

References

[1] Ding C,Yin J. Constructions of almost difference families [J]. Discrete Mathematics,2008,308(21):4941-4954

[2] Wang X,Wu D. The existence of almost difference families[J]. Journal of Statistical Planning and Inference,2009,139(12):4200-4205

[3] Wang X,Wu D,Cheng M. The existence of (q,k,λ,t)-ADFs for $k=4,5,6$[J]. Journal of Statistical Planning and Inference,2010,140(11):3243-3251

[4] Wang X,Wang J. A note on cyclic almost difference families[J]. Discrete Mathematics,2011,311(8/9):628-633

[5] Chang Y, Ji L. Optimal (4up, 5, 1) optical orthogonal codes[J]. Journal of Combinatorial Designs, 2004, 12(5): 346-361
[6] Wilson R M. Cyclotomy and difference families in elementary abelian groups[J]. Journal of Number Theory, 1972, 4(1): 17-47
[7] Arasu K T, Ding C, Helleseth T, et al. Almost difference sets and their sequences with optimal autocorrelation[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2001, 47(7): 2934-2943
[8] Davis J A. Almost difference sets and reversible divisible difference sets[J]. Archiv der Mathematik, 1992, 59(6): 595-602
[9] Ding C. Autocorrelation values of generalized cyclotomic sequences of order two[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1998, 44(4): 1699-1702
[10] Ding C, Helleseth T, Martinsen H. New families of binary sequences with optimal three-level autocorrelation[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2001, 47(1): 428-433
[11] Fan C. Perfect difference systems of sets and the unit group of Z_{pn}[J]. Journal of Statistical Planning and Inference, 2010, 140(11): 3442-3445
[12] Wang X, Wang J. Partitioned difference families and almost difference sets[J]. Journal of Statistical Planning and Inference, 2011, 141(5): 1899-1909
[13] Yin J. Some combinatorial constructions for optical orthogonal codes[J]. Discrete Mathematics, 1998, 185(1/2/3): 201-219
[14] Zhang Y, Lei J, Zhang S. A new family of almost difference sets and some necessary conditions[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(5): 2052-2061

Some new almost difference families with $k = 6, 7, 8, 9$

ZHANG Yuan[1] PENG Mao[1]
1 School of Math & Statistics, Nanjing University of Information Science & Technology, Nanjing 210044

Abstract Almost difference family is a useful generalization of almost difference set, which was introduced by C. Ding and J. Yin. In this paper, some constructions are stated and then several new infinite classes of almost difference families with $k = 6, 7, 8, 9$ are constructed.

Key words difference family; almost difference family; cyclotomic class