

基于小波提升算法的脑电节律提取

何敏¹ 郑日荣¹ 阮经文² 刘攀¹

摘要

小波变换在信号处理中有着广泛的应用,能同时分析时域和频域方面的信息,但是传统的小波变换依赖于傅立叶变换,有大量的卷积运算,运算速度较慢.该文讨论了第二代小波变换的原理,并采用它来处理脑电信号.提升算法作为构造第二代小波的关键技术,通过预测确定高频信息,更新后得到正确的低频信息,它不依赖于傅立叶变换,大大提高了运算速度.通过分析提升算法的基本原理,用第二代小波变换实现了对脑电信号的节律($\delta, \theta, \alpha, \beta$)提取,并得到了令人满意的效果.

关键词

第二代小波变换;脑电信号;提升算法;节律提取

中图分类号 TN911.72

文献标志码 A

收稿日期 2012-04-12

资助项目 广东省科技计划项目(2009B08-0701007)

作者简介

何敏,女,硕士生,研究方向为数字信号处理. hemin-862@163.com

郑日荣,男,博士,副教授,研究方向为信号处理. lctzrr@163.com

1 广东工业大学 自动化学院,广州,510006

2 中山大学附属第一医院,广州,510080

0 引言

小波分析具有多分辨的特点,在时、频域都有表征信号局部信息的能力,时间窗和频率窗都可以根据信号的具体形态进行动态调整^[1-2].近年来,随着小波变换的不断发展,国内外许多研究人员将小波分析用于生物医学信号的处理.如小波变换在癫痫脑电信号的检测和分析方面就很有效,可用于脑电信号去噪的自动检测、癫痫发作过程的多尺度特征分析、癫痫发作预报等^[3-4]方面.同样,小波变换在睡眠自动分阶^[5]和睡眠脑电信号中特定波形的识别与检测^[6]等方面也取得了很大成功.因此,小波分析可实现对信号瞬态成分的检测,并对其频率成分进行细致和概貌观察,被誉为“数学显微镜”,在时频分析领域得到广泛的应用.传统小波在构造小波函数的过程中依赖于 Fourier 变换,对于工程人员而言,要找到一个合适的小波函数并不是一件容易的事情.传统小波被称为第一代小波,其变换在频域中进行,而且仅适于规则数据采样.1994年,Sweldens 博士提出了一种新的小波构造算法,即提升算法(lifting scheme)^[2,7-8],被称为第二代小波变换.与传统小波变换算法相比,它不依赖于 Fourier 变换,且继承了第一代小波的多分辨特性,所有运算在空间域进行,摆脱了对频域的依赖.

本文在讨论了第二代小波变换原理的基础上,采用了 DB4 小波变换的提升算法,其系数形式简单,使得运算简单,实时性更好.将这种变换用于脑电信号的节律提取^[8-9],取得了较好的效果.

1 第二代小波变换原理

小波提升算法是一种新的双正交小波构造方法,通过预测算子,确定高频信息,并初步确定低频信息,然后通过更新算子,对初步确定的低频信息进行修正,从而确定低频信息.提升算法作为第二代小波变换的关键技术,包括3个处理步骤:分裂(split)、预测(predict)和更新(update),其具体实现方案如图1所示.

1.1 分裂

将信号 $X = \{x_k \mid x_k \in \mathbf{R}\}_{k \in \mathbf{Z}}$ 进行懒小波变换:偶下标采样和奇下标采样,得

$$x_e = \{x_{2k}\}_{k \in \mathbf{Z}}, \quad x_o = \{x_{2k+1}\}_{k \in \mathbf{Z}}.$$

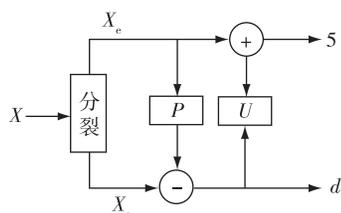


图1 提升算法框

Fig. 1 Lifting scheme diagram

1.2 预测

针对数据间的相关性,用偶数序列预测奇数序列,预测算子为 P ,即:

$$d = x_o - P(x_e). \quad (1)$$

令 $\lambda_{0,2k} = x_{2k}, \lambda_{0,2k+1} = x_{2k+1}, k \in \mathbf{Z}$, 取 $\lambda_{-1,k} = \lambda_{0,2k}, k \in \mathbf{Z}$.

根据式(1),可以由 λ_{-1} 建立预测函数 $P(\lambda_{-1})$, 差值记做 γ_{-1} ,即:

$$\gamma_{-1} = \lambda_{-1} - P(\lambda_{-1}). \quad (2)$$

γ_{-1} 是小波系数,它表示由预测函数引入的误差,反映了两者的逼近程度.这样,原始数据就可以用较小的数据序列 λ_{-1} 和小波系数 γ_{-1} 来表示.然后重复运用这个算法,将 λ_{-1} 变成两个序列 λ_{-2} 和 γ_{-2} ,再用 γ_{-1} 和 $P(\lambda_{-2})$ 之间的差值来代替 γ_{-2} .这样经过 n 步,原来的序列就可以用小波表示 $\{\lambda_{-n}, \gamma_{-n}, \dots, \gamma_{-1}\}$ 来取代.

1.3 更新

为了使 X_e 的整体性质(如均值)与原始数据中的性质一致,所以通过更新算子 U 产生一个更优的数据集 s ,使之保持原数据集 X 的一些特性,即 $s = x_e + U(d)$, 整个提升过程可用下列式子描述:

$$\begin{aligned} X &= x_o + x_e, \quad d = x_o - P(x_e), \\ s &= x_e + U(d). \end{aligned} \quad (3)$$

实际上,小波提升算法的核心就是预测和更新算法,信号 X 通过预测得到它的高频信息,然后再经过更新就得到了正确的低频信息.原位计算及整数提升可以在提升算法中实现,变换中的结果交错排列,在信号处理的硬件实现中,原位计算及整数提升很有应用价值.

2 小波变换的提升实现

2.1 多相位矩阵的因子分解^[2,7]

如果有限滤波器的多相位矩阵 $P(z)$ 的行列式等于1,即 $\det P(z) = 1$.那么,必存在 Laurent 多项式

$u_i(z)$ 和 $p_i(z) (1 \leq i \leq m)$ 及非零常数 K ,使得

$$P(z) = \prod_{i=1}^m \begin{bmatrix} 1 & u_i(z) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ p_i(z) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K & 0 \\ 0 & \frac{1}{K} \end{bmatrix}, \quad (4)$$

其中 $p_m(z) = 0$.

2.2 DB4 小波变换的提升实现

DB4 小波^[1-2]即 Daubechies 正交小波,具有2阶消失矩,紧支集长度为4,其滤波器为

$$\begin{aligned} H(z) &= h_0 + h_1 z^{-1} + h_2 z^{-2} + h_3 z^{-3}, \\ G(z) &= -h_3 z^2 + h_2 z^1 - h_1 + h_0 z^{-1}, \end{aligned} \quad (5)$$

其中

$$h_0 = \frac{1 + \sqrt{3}}{4\sqrt{2}}, h_1 = \frac{3 + \sqrt{3}}{4\sqrt{2}}, h_2 = \frac{3 - \sqrt{3}}{4\sqrt{2}}, h_3 = \frac{1 - \sqrt{3}}{4\sqrt{2}}.$$

经过计算可得,多相位矩阵的一种因子分解式为

$$\begin{aligned} P(z) &= P^*(z) = \begin{bmatrix} h_0 + h_2 z^{-1} & -h_3 z^1 - h_1 \\ h_1 + h_3 z^{-1} & h_2 z^1 + h_0 \end{bmatrix} = \\ & \begin{bmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\sqrt{3}-2}{4} z^{-1} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K & 0 \\ 0 & \frac{1}{K} \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (6)$$

其中 $K = \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{2}}$.

将式(6)作为 $P^*(z)$ 的因子分解式,可得

$$P^*(z^{-1})^T = \begin{bmatrix} K & 0 \\ 0 & \frac{1}{K} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ z^{-1} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\sqrt{3}+2}{4} z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\sqrt{3} & 1 \end{bmatrix}. \quad (7)$$

因此,DB4 小波变换的提升实现算法为

$$\begin{cases} s_l^0 = x_{2l}, & d_l^0 = x_{2l+1}, & d_l^1 = d_l^0 - \sqrt{3}s_l^0, \\ s_l^1 = s_l^0 + \frac{\sqrt{3}}{4}d_l^1 + \frac{\sqrt{3}-2}{4}d_{l+1}^1, & d_l^2 = d_l^1 + s_{l-1}^1, \\ s_1 = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}}s_l^1, & d_1 = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}}d_l^2. \end{cases} \quad (8)$$

最后得到 $s = \{s_1, s_2, s_3, s_4\}$ 和 $d = \{d_1, d_2, d_3, d_4\}$,即为信号 X 经过提升小波分解后的低频分量和高频分量.

3 DB4 小波提升格式变换在脑电信号节律提取中的应用

3.1 脑电数据来源

脑电信号是一种典型的非平稳随机信号^[8-9],根据频带的不同,一般划分为4种基本节律($\delta, \theta, \alpha, \beta$),不同生理或病理状态下,脑电信号节律有显著

差别.

本文采用的数据来自于麻省理工学院提供的 MIT-BIH 中的 The Sleep-EDF database, 编号为 7654321, 57 岁的健康白种男性, 采样频率为 100 Hz. 图 2 中原信号 X 是该男子在 2008 年 6 月 25 日 02:35:00—02:35:10 采集到的 10 s 数据.

3.2 实验结果

图 2 中, X 是从病人身上采集的 10 s 脑电数据, 并用 DB4 小波提升算法对脑电数据进行了 4 层小波分解. s_4 代表 $j = 4$ 近似波形 (δ 节律), d_4 代表 $j = 4$ 细节波形 (θ 节律), d_3 代表 $j = 3$ 细节波形 (α 节律), d_2 代表 $j = 2$ 细节波形 (β 节律), d_1 代表 $j = 1$ 细节波形.

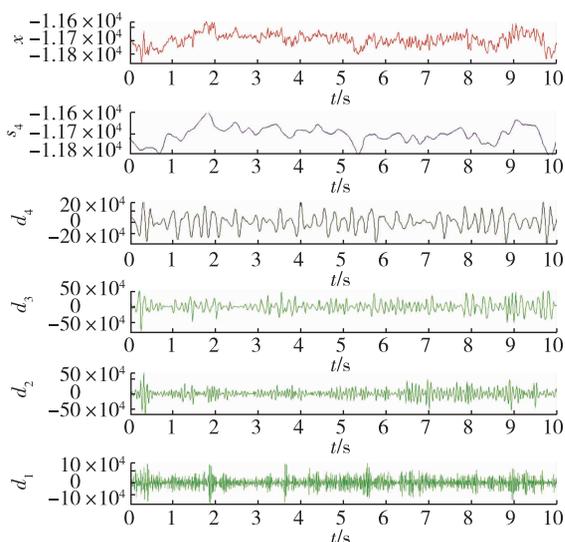


图 2 用 DB4 小波提升算法提取的脑电节律

Fig. 2 Extraction of the EEG rhythms with DB4 wavelet lifting scheme

本文使用的脑电数据采样频率为 100 Hz, 根据采样定理, 信号的频带宽为 0 ~ 50 Hz. 根据 4 种节律的频率范围, 采用 Daubechies 小波按 4 层分解脑电数据, 其最小分辨率为 3.125 Hz, 提取得到各个频带范围的信号, 各节律频率范围及对应的信号分量组合为

$$\begin{cases} \delta(0 \sim 3.125 \text{ Hz}), \\ \theta(3.125 \sim 6.25 \text{ Hz}), \\ \alpha(6.25 \sim 12.5 \text{ Hz}), \\ \beta(12.5 \sim 25 \text{ Hz}). \end{cases}$$

那么 a_4, d_4, d_3, d_2 分别为 $\delta, \theta, \alpha, \beta$ 波.

小波运算复杂度是表示小波变换运算复杂程度

的物理量, 通常以运算中乘法和加法的数量来表示. 由于提升算法运算只包括加、减法和移位操作, 所以运算复杂度较传统算法低, DB4 小波的标准算法运算复杂度为 14, 它对应的提升算法的运算复杂度为 9, 速度提升了 56%, 这就为脑电信号的实时处理打下了基础.

4 结束语

本文用小波提升算法实现了对脑电信号的节律提取, 通过上述实验, 可以看出小波提升算法提取出的信号节律提取效果比较令人满意, 灵活性更大. 小波提升算法分解在准确提取脑电节律和表现其非平稳特性方面, 继承了第一代小波的多分辨率的特性, 但它不依赖傅立叶变换, 且反变换很容易从正变换得到, 只是改变了数据流的方向和正负号. 相对于第一代小波变换, 第二代小波变换 (提升算法) 更加适用于生物医学信号处理, 它更具有实时性, 运算更加简单, 具有更广泛的应用前景.

参考文献

References

- [1] 王大凯, 彭进业. 小波分析及其在信号处理中的应用 [M]. 北京: 电子工业出版社, 2006
WANG Dakai, PENG Jinye. Wavelet analysis and its application in signal processing [M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2006
- [2] 樊启斌. 小波分析 [M]. 武汉: 武汉大学出版社, 2008
FAN Qibin. Wavelet analysis [M]. Wuhan: Wuhan University Press, 2008
- [3] 邵晨曦, 卢继军, 周颢. 基于小波变换的脑电图癫痫波形检测 [J]. 生物医学工程杂志, 2002, 19(2): 259-263
SHAO Chenxi, LU Jijun, ZHOU Hao. Detection of epileptic waves in EEG based on wavelet transform [J]. Journal of Biomedical Engineering, 2002, 19(2): 259-263
- [4] Adeli H, Zhou Z Q, Dadmehr N. Analysis of EEG records in an epileptic patient using wavelet transform [J]. Neurosci Methods, 2003, 123(1): 69-87
- [5] Oropesa E, Cycon H L, Jobert M. Sleep stage classification using wavelet transform and neural network [R]. IC-SI Technical Report, TR-99-008, 1999
- [6] 宦飞, 郑崇勋, 刘峰, 等. 利用小波级数检测睡眠 EEG 中的 K-复合波 [J]. 北京生物医学工程, 2000, 19(1): 1-5
HUAN Fei, ZHENG Chongxun, LIU Feng, et al. Detecting of K-complex from sleep EEG by wavelet series [J]. Beijing Biomedical Engineering, 2000, 19(1): 1-5
- [7] Sweldens W. The lifting scheme: A construction of second generation wavelet [J]. SIAM Journal on Mathematical Analysis, 1998, 29(2): 511-546
- [8] Geva A B, Kerem D H. Forecasting generalized epileptic

- seizures from the EEG signal by wavelet analysis and dynamic unsupervised fuzzy clustering [J]. IEEE Transactions on Biomedical Engineering, 1998, 45 (10): 1205-1216
- [9] 沈民奋,孙丽莎,沈凤麟. 基于小波变换的动态脑电节

- 律提取[J]. 数据采集与处理,1999,14(2):183-186
- SHEN Minfen, SUN Lisha, SHEN Fenglin. Detection of dynamic EEG rhythms based on wavelet transformation [J]. Journal of Data Acquisition & Processing, 1999, 14 (2): 183-186

EEG extraction based on wavelet lifting scheme

HE Min¹ ZHENG Rirong¹ RUAN Jingwen² LIU Pan¹

1 School of Automation, Guangdong University of Technology, Guangzhou 510006

2 The First Affiliated Hospital, Sun Yat-sen University, Guangzhou 510080

Abstract Wavelet transform is widely applied in signal processing, which can analyze time domain or frequency domain information. But the traditional wavelet transform depends on Fourier transform, and its realization is based on a large amount of convolution computation, leading to the low operation speed. This paper discusses the principles of second generation wavelet transform, and applies it to process the electroencephalo-graph (EEG). Lifting scheme is the key technique to construct the second generation wavelet transform. High-frequency information is determined by predicting, and the correct low-frequency information is obtained through update. Lifting scheme does not depend on the Fourier transform, thus greatly improves the speed of operation. By analyzing the basic principles of lifting scheme, we extracted the four rhythms of EEG through second generation wavelet transform, and got satisfactory results.

Key words second generation wavelet transform; EEG; lifting scheme; rhythm extraction