文章编号:1674-7070(2012)05-0476-05

带有习惯形成的最优消费-投资与闲暇选择问题

朱永王[1]　费为银[1]　苏凯[1]

摘要

研究了在带有习惯形成,随机机会集,随机工资和劳动供给弹性的生命周期模型下的消费-投资和闲暇选择问题.在股票支付红利情形下,利用随机微分方程,建立了带有红利情形的证券市场模型.在投资者偏好由不可分离的冯诺依曼·摩根斯坦指数刻画下,给出了投资者最优消费-投资与闲暇选择策略的显式表达式.

关键词

效用函数;最优消费-投资与闲暇选择;随机控制;红利;习惯形成

中图分类号　F224.9
文献标志码　A

收稿日期　2011-06-09
资助项目　国家自然科学基金(71171003);安徽省自然科学基金(090416225);安徽省高校自然科学基金(KJ2010A037)

作者简介

朱永王,男,硕士生,研究方向为金融工程.zhuyongwang1987@163.com

费为银(通信作者),男,博士,教授,研究方向为金融数学与金融工程、随机分析与随机控制.wyfei@ahpu.edu.cn

1　安徽工程大学　金融工程系,芜湖,241000

0　引言

最优消费和投资问题一直是数理金融中的基本问题.Bodie 等[1]研究了当经济代理人存在弹性劳动供给时的最优消费投资问题,第一次将劳动闲暇决策加入跨期消费-投资组合选择模型中,表明了人力资本对最优策略有显著的影响.Bodie 等[2]继续验证了在带有习惯形成、随机机会集、随机工资和劳动供给弹性的生活周期模型下的消费和投资决策,并结合习惯形成、生命周期中 2 个不同的时期(如累积期、退休期)以及在多资产和随机系数情形下,研究了最优消费投资组合以及退休选择问题.Karatzas 等[3]研究了关于最优消费投资组合选择问题,特别是经济代理人能够自由选择退休.Choi 等[4]研究了工资收入者通过考虑收入和劳动所带来的负效用之间的平衡,来选择消费-投资策略以及退休时间问题.Dybvig 等[5]考虑了退休弹性以及不能借助未来劳动收入进行借贷,它们能够显著地影响最优的消费和投资,进一步研究了自发的退休以及带有借贷约束的自发退休.

赵培峰等[6]对现有的在风险度量约束下的投资组合模型进行了推广,建立带有红利支付的随机股票市场模型,给出了投资组合关于这些风险度量约束下的最优化结果.陈超等[7]研究了经济代理人在退休选择问题中考虑风险资产派发红利的情形,经济代理人效用来自消费和闲暇,代理人能在其最小工作时间上灵活地调整劳动时间,且有退休选择权.陈超等[8]研究了经济代理人面临红利支付和劳动负效用情形下投资与退休选择问题,利用变分不等式的方法去解自由边值问题,得到了代理人临界财富水平和最优消费投资组合策略显式解.本文在文献[2]的基础上,考虑股票支付红利,扩展现有模型,得到股票在红利支付情况下的最优消费-闲暇投资组合策略.

1　金融市场模型

考虑一个完备的概率空间$(\Omega,\mathscr{F},P)$,其中Ω是自然状态下的集合,$\mathscr{F}$表示可测事件的σ-代数,P是$(\Omega,\mathscr{F})$上的概率测度.在完备概率空间$(\Omega,\mathscr{F},P)$上定义一个d维布朗运动$\boldsymbol{W}$.市场由$d+1$支证券组成,其价格为$\boldsymbol{S}^i$,$i=0,1,\cdots,d$,S^0表示无风险资产,它的价格满足$S_t^0=S_0^0\exp\left[\int_0^t r_u\mathrm{d}u\right]$,其中$S_0^0$是一个严格正的数,无风险利率$r$是一个有界过程.$d$个风险的股票,价格$S$遵循 Ito 过程:

$$\mathrm{d}S_t^i = S_t^i\left[\boldsymbol{\mu}_t^i\mathrm{d}t + \sum_{j=1}^{d}\boldsymbol{\sigma}_t^{ij}\mathrm{d}W_t^j\right],$$
$$t \in [0,T],\quad S_0 > 0,$$

其中,$\boldsymbol{\mu}$ 是 d 维有界过程,$\boldsymbol{\sigma}$ 是一个 $d\times d$ 阶有界矩阵,系数 $r,\boldsymbol{\mu},\boldsymbol{\sigma}$ 关于 $\{\mathscr{F}_t\}$ 循序可测. 假定波动率矩阵 $\boldsymbol{\sigma}$ 是可逆的,那么风险的市场价格为 $\boldsymbol{\theta}_t = \boldsymbol{\sigma}_t^{-1}(\boldsymbol{\mu}_t + \boldsymbol{\phi}_t - r_t\mathbf{1}_d)$,其中 $\mathbf{1}_d$ 是 d 维每个分量为1的向量,$\boldsymbol{\phi}_t$ 为股票支付的红利率过程. 有关股票支付红利的分析可见文献[9]. 由于相关的状态价格密度(SPD)为

$$\xi_t = \exp\left\{-\int_0^t r_v\mathrm{d}v - \frac{1}{2}\int_0^t \boldsymbol{\theta}'_v\boldsymbol{\theta}_v\mathrm{d}v - \int_0^t \boldsymbol{\theta}'_v\mathrm{d}W_v\right\},$$

于是 t 时刻的条件密度(SPD)可以表示成 $\xi_{t,v} = \xi_v/\xi_t$.

金融资产投资是不受约束的,投资策略 $\boldsymbol{\pi}$ 是 d 维循序可测过程,表示投资在风险资产上的金额,并且满足 $\int_0^T \|\boldsymbol{\pi}'_t\boldsymbol{\sigma}_t\|^2\mathrm{d}t < \infty$. 假定个人拥有2种选择,一种叫做消费 c,另一种叫做闲暇 l. 闲暇和劳动的实际供应标准化为1,那么劳动的供给为 $1-l$. 因此,定义一个消费-闲暇对 (c,l),它是循序可测的且有界,取值范围为 $[0,\infty)\times[0,1]$. 劳动工资 w 假定遵循如下Ito过程:$\mathrm{d}\boldsymbol{w}_t = \boldsymbol{w}_t[\boldsymbol{\mu}_t^w\mathrm{d}t + \boldsymbol{\sigma}_t^{w'}\mathrm{d}W_t]$,$t\in[0,T]$,$w_0 > 0$. 过程 $\boldsymbol{\mu}^w$ 和 d 维过程 $\boldsymbol{\sigma}^w$ 均有界,且关于 $\{\mathscr{F}_t\}$ 循序可测.

类似文献[9],财富过程 X_t 满足随机微分方程

$$\mathrm{d}X_t = (r_t\boldsymbol{X}_t + (1-l_t)\boldsymbol{w}_t - \boldsymbol{c}_t)\mathrm{d}t + \boldsymbol{\pi}'_t\boldsymbol{\sigma}_t[\boldsymbol{\theta}_t\mathrm{d}t + \mathrm{d}W_t],$$
$$t\in[0,T],\quad X_0 = x > 0,$$

财富过程 X 满足无破产条件

$$X_t + E_t\left[\int_t^T \xi_{t,s}\boldsymbol{w}_s(1-l_s)\mathrm{d}s\right] \geqslant 0,\quad t\in[0,T],$$

偏好由不可分离的冯诺依曼·摩根斯坦指数表示如下:

$$U(c,l) \equiv E\left[\int_0^T v(c_t - z_t, l_t, t)\mathrm{d}t\right],$$

其中 $v(c_t - z_t, l_t, t)$ 是依赖于当前消费 c、指数 z、闲暇 l 以及时间 t 的瞬时效用函数. z 表示标准生活过程. 从0到 T 表示个人从他的工作时期一直延续到他死亡. $T_1 \in [0,T]$ 表示个人的退休日期,因此 T_1 将整个生命期划分为2个部分,$[0,T_1]$ 表示累积期,$[T_1,T]$ 表示退休期,对于所有的 $t\in[T_1,T]$,$l_t \equiv 1$.

采用Detemple等[10-11]假定的标准生活过程满足如下简单的线性过程:

$$\mathrm{d}z_t = (\delta_t\boldsymbol{c}_t - \alpha_t\boldsymbol{z}_t)\mathrm{d}t,\quad t\in[0,T],\quad z_0 \geqslant 0,$$

其积分形式为 $z_t = z_0\boldsymbol{b}_t^a + \int_0^t \delta_v\boldsymbol{b}_{v,t}^a\boldsymbol{c}_v\mathrm{d}v$, 其中 $\boldsymbol{b}_t^\alpha = \exp\left[-\int_0^t \alpha_v\mathrm{d}v\right]$,系数 α 和 δ 都是循序可测正的有界过程,$\boldsymbol{b}_{v,t}^\alpha = \boldsymbol{b}_t^\alpha/\boldsymbol{b}_v^\alpha$ 表示 t 时刻的条件折现因子,初始值 z_0 表示基于年轻时经历的生活标准(继承的生活标准).

为了构建习惯的目的,假定过去的消费经历对于当前消费的享受有不利的影响. 如果个人决定减少闲暇的消费即增加劳动供给,那么效用就减少了,因此对于效用函数强加如下约束.

假设1 瞬时效用函数 $v(\cdot,\cdot,\cdot):[0,\infty)\times[0,1]\times[0,\mathrm{T}]\rightarrow\mathscr{R}\cup\{-\infty\}$ 为

$$v(x,y,t) = \begin{cases} u(x,y,t), & x\geqslant 0,\quad y\in[0,1],\quad t\in[0,T],\\ -\infty, & x<0,\quad y\in[0,1],\quad t\in[0,T]. \end{cases}$$

定义折现因子 $\boldsymbol{b}_t^{\alpha-\delta} = \exp\left[-\int_0^t(\alpha_v - \delta_v)\mathrm{d}v\right]$,其条件形式为 $\boldsymbol{b}_{t,v}^{\alpha-\delta} = \boldsymbol{b}_v^{\alpha-\delta}/\boldsymbol{b}_t^{\alpha-\delta}$. 设初始融资财富 x 与劳动收入的折现值之和满足如下条件:

$$\hat{x} \equiv x + E\left[\int_0^{T_1}\xi_t\boldsymbol{w}_t\mathrm{d}t\right] - z_0E\left[\int_0^T\xi_t\boldsymbol{b}_t^{\alpha-\delta}\mathrm{d}t\right] \geqslant 0.$$

x 与累积劳动收入 $E\left[\int_0^{T_1}\xi_t\boldsymbol{w}_t\mathrm{d}t\right]$ 之和为累积期积累的财富,$z_0E\left[\int_0^T\xi_t\boldsymbol{b}_t^{\alpha-\delta}\mathrm{d}t\right]$ 为维持生存消费的策略,因此确保了个人拥有足够的财富来维持自己的消费水平,即使个人不工作也不会受到惩罚. 详细可见文献[2].

2 最优消费-投资与闲暇策略

设效用函数为 $u(x,y,t)$,定义 $I(x,y,t)$,$J(x,y,t)$ 为二维效用梯度的二维反函数,满足:

$$u_1(I(x,y,t),J(x,y,t),t) = x;$$
$$u_2(I(x,y,t),J(x,y,t),t) = y,$$

由于效用函数 $u(x,y,t)$ 是关于 (x,y) 严格凹的,且只有唯一一对反函数. 对于退休期,固定闲暇 l,则存在唯一的函数 $i(x,l,t)$,满足

$$u_1(i(x,l,t),l,t) = x.$$

定义适应的SPD过程 $\bar{\gamma} = \{\bar{\gamma}_t : t\in[0,T]\}$ 如 $\bar{\gamma}_t = \xi_t\left(1 + \delta_tE_t\left[\int_t^T\xi_{t,v}\boldsymbol{b}_{t,v}^{\alpha-\delta}\mathrm{d}v\right]\right)$. 令

$$I(t) \equiv I(y^*\bar{\gamma}_t, y^*\xi_tw_t, t),$$
$$J(t) \equiv J(y^*\bar{\gamma}_t, y^*\xi_tw_t, t),$$
$$i(t) \equiv i(y^*\bar{\gamma}_t, 1, t),$$

且 y^* 满足下列方程

$$\hat{x} = E\left(\int_0^T \bar{\gamma}_t (I(t)1_{\{t<T_1\}} + i(t)1_{\{t\geqslant T_1\}})\mathrm{d}t\right) + E\left(\int_0^{T_1} \xi_t w_t J(t)\mathrm{d}t\right), \quad (1)$$

因此有如下最优策略.

定理 1 考虑带有习惯形成偏好的投资者,如果假设 1 成立,那么最优消费-闲暇策略选择为

$$\boldsymbol{c}_t^* = \begin{cases} I(y^*\bar{\gamma}_t, y^*\xi_t w_t, t) + z_0 \boldsymbol{b}_t^{\alpha-\delta} + \\ \quad \int_0^t \delta_s \boldsymbol{b}_{s,t}^{\alpha-\delta} I(y^*\bar{\gamma}_s, y^*\xi_s w_s, s)\mathrm{d}s, \quad t \in [0, T_1), \\ i(y^*\bar{\gamma}_t, 1, t) + z_{T_1}^* \boldsymbol{b}_{T_1,t}^{\alpha-\delta} + \\ \quad \int_{T_1}^t \delta_s \boldsymbol{b}_{s,t}^{\alpha-\delta} i(y^*\bar{\gamma}_s, 1, s)\mathrm{d}s, \quad t \in [T_1, T], \end{cases}$$

$$\boldsymbol{l}_t^* = \begin{cases} J(y^*\bar{\gamma}_t, y^*\xi_t w_t, t), & t \in [0, T_1), \\ 1, & t \in [T, T_1], \end{cases}$$

其中相关的生活标准为

$$\boldsymbol{z}_t^* = \begin{cases} z_0 \boldsymbol{b}_t^{\alpha-\delta} + \int_0^t \delta_s \boldsymbol{b}_{s,t}^{\alpha-\delta} I(y^*\bar{\gamma}_s, y^*\xi_s w_s, s)\mathrm{d}s, \quad t \in [0, T_1], \\ z_{T_1}^* \boldsymbol{b}_{T_1,t}^{\alpha-\delta} + \int_{T_1}^t \delta_s \boldsymbol{b}_{s,t}^{\alpha-\delta} i(y^*\bar{\gamma}_s, 1, s)\mathrm{d}s, \quad t \in (T_1, T]. \end{cases}$$

在 t 时刻的最优财富为

$$X_t^* = E_t\left[\int_t^T \xi_{t,v}(c_v^* - w_v(1 - l_v^*)1_{\{v<T_1\}})\mathrm{d}v\right].$$

证明 定义变量 $m_t = c_t - z_t$, 静态最优化问题可以表示为

$$\sup_{m,l} E\left[\int_0^{T_1} u(m_t, l_t, t)\mathrm{d}t + \int_{T_1}^T u(m_t, 1, t)\mathrm{d}t\right],$$

遵从

$$x = E\left(\int_0^{T_1} (\xi_t(m_t + z_t) - \xi_t w_t(1 - l_t))\mathrm{d}t\right) + E\left(\int_{T_1}^T \xi_t(m_t + z_t)\mathrm{d}t\right), \quad (2)$$

$$\boldsymbol{z}_t = z_0 \boldsymbol{b}_t^{\alpha-\delta} + \int_0^t \delta_v \boldsymbol{b}_{v,t}^{\alpha-\delta} m_v \mathrm{d}v, \quad t \in [0, T], \quad z_0 > 0. \quad (3)$$

使用分部积分公式 $\int_a^b x_t \int_a^t y_s \mathrm{d}s\mathrm{d}t = \int_a^b y_t \int_t^b x_s \mathrm{d}s\mathrm{d}t$, 以及递推期望法则得

$$E\left(\int_0^T \xi_t \boldsymbol{z}_t \mathrm{d}t\right) = E\left(\int_0^T \xi_t\left(z_0 \boldsymbol{b}_t^{\alpha-\delta} + \int_0^T \delta_v \boldsymbol{b}_{v,t}^{\alpha-\delta} m_v \mathrm{d}v\right)\mathrm{d}t\right) = z_0 E\left(\int_0^T \xi_t \boldsymbol{b}_t^{\alpha-\delta}\mathrm{d}t\right) + E\left(\int_0^T E_t\left(\int_t^T \xi_v \boldsymbol{b}_{t,v}^{\alpha-\delta}\mathrm{d}v\right)\delta_t m_t \mathrm{d}t\right).$$

将上式代入静态约束(2)得

$$\hat{x} = E\left(\int_0^T \bar{\gamma}_t m_t \mathrm{d}t\right) + E\left(\int_0^{T_1} \xi_t w_t l_t \mathrm{d}t\right).$$

静态最优化的拉格朗日问题为

$$\inf_{y>0} \sup_{m,l} L(m, l, y),$$

其中

$$L(m, l, y) \equiv E\left[\int_0^T u(m_t, l_t 1_{\{t<T_1\}} + 1_{\{t\geqslant T_1\}}, t)\mathrm{d}t\right] + y\left[\hat{x} - E\left(\int_0^T (\xi_t w_t l_t 1_{\{t<T_1\}} + \bar{\gamma}_t m_t)\mathrm{d}t\right)\right].$$

最优化的必要条件为

$$\begin{cases} u_1(m_t, l_t, t) = y\bar{\gamma}_t, \quad t \in [0, T_1), \\ u_2(m_t, l_t, t) = y\xi_t w_t, \quad t \in [0, T_1), \\ u_1(m_t, 1, t) = y\bar{\gamma}_t, \quad t \in [T_1, T], \\ \hat{x} = E\left(\int_0^{T_1} \xi_t w_t l_t \mathrm{d}t\right) + E\left(\int_0^T m_t \bar{\gamma}_t \mathrm{d}t\right), \\ y > 0, \quad m_t \geqslant 0, \quad t \in [0, T]; \\ 1 \geqslant l_t \geqslant 0, \quad t \in [0, T_1]. \end{cases}$$

由于效用函数的凹性,这些条件都是充分的. 由最优化条件得

$$m_t = I(y\bar{\gamma}_t, y\xi_t w_t, t)1_{\{t<T_1\}} + i(y\bar{\gamma}_t, 1, t)1_{\{t\geqslant T_1\}}$$

以及

$$l_t = J(y\bar{\gamma}_t, y\xi_t w_t, t)1_{\{t<T_1\}} + 1_{\{t\geqslant T_1\}},$$

其中 I, J 和 i 是二维效用函数的二维反函数,代 m 到(3)中得

$$\boldsymbol{z}_t = z_0 \boldsymbol{b}_t^{-\delta} + \int_0^t \delta_v \boldsymbol{b}_{v,t}^{\alpha-\delta}(I(y\bar{\gamma}_v, y\xi_v w_v, v)1_{\{v<T_1\}} + i(y\bar{\gamma}_v, 1, v)1_{\{t\geqslant T_1\}})\mathrm{d}v.$$

将这个表达式代入消费策略 $c_t = m_t + z_t$, 得出由预算乘子 y 约束的消费 - 闲暇策略,为了获得 y,将策略 m, l 代入静态预算约束获得非线性等式

$$\hat{x} = E\left(\int_0^T \bar{\gamma}_t (I(t)1_{\{t<T_1\}} + i(t)1_{\{t\geqslant T_1\}})\right)\mathrm{d}t + E\left(\int_0^{T_1} \xi_t w_t J(t)\mathrm{d}t\right). \quad (4)$$

其中 $I(t) \equiv I(y^*\bar{\gamma}_t, y^*\xi_t w_t, t)$, $J(t) \equiv J(y^*\bar{\gamma}_t, y^*\xi_t w_t, t)$, $i(t) \equiv i(y^*\bar{\gamma}_t, 1, t)$. 假设 1 表明式(4)的右边是在区域$[0, \infty)$内关于 y 的减函数,由定理条件不难得出(4)的左边是严格正的. 表明式(1)有唯一的解 y^*, 将这个解代入消费-闲暇策略,得出最优策略.

投资者在面临退休之前,需要有一个财富累积期. 为了方便最优投资策略的描述,定理 2 集中于描述最优财富,提供直观的分解.

定理 2 考虑带有习惯形成偏好的投资者,且假设 1 成立. 在累积期, 即 $t \in [0, T_1)$,最优财富 X_t^* 分解为 $X_t^* = X_{1t}^* + X_{2t}^*$, 其中

$$X_{1t}^{*}=E_{t}\left[\int_{t}^{T_1}\xi_{t,v}c_{v}^{*}\mathrm{d}v\right]-E_{t}\left[\int_{t}^{T_1}\xi_{t,v}w_{v}(1-l_{v}^{*})\mathrm{d}v\right],$$

$$X_{2t}^{*}=E_{t}\left[\int_{T_1}^{T}\xi_{t,v}c_{v}^{*}\ \mathrm{d}v\right],$$

这里,X_{1t}^{*} 表示融资累积期的消费与该期劳动收入的净值,X_{2t}^{*} 表示融资退休期消费.

证明 最优财富

$$X_{t}^{*}=E_{t}\left[\int_{t}^{T}\xi_{t,v}(c_{v}^{*}-w_{v}(1-l_{v}^{*})1_{\{v<T_1\}})\mathrm{d}v\right]$$

如定理1给定,将此式重新排列即得定理2.

基于对最优财富过程的分解,将投资组合同样分解为融资累积期消费投资组合以及融资退休期消费投资组合,定理如下.

定理3 考虑带有习惯形成偏好的投资者,市场系数$(r,\boldsymbol{\theta},\boldsymbol{\mu}^{w},\boldsymbol{\sigma}^{w})$,偏好系数$(\alpha,\delta)$是确定性的,函数$I(\cdot,\cdot,t)$,$J(\cdot,\cdot,t)$,$i(\cdot,\cdot,t)$是确定性的,且假设1成立,在累积期即$t\in[0,T_1)$,最优投资组合为

$$\xi_{t}\boldsymbol{\pi}_{t}^{*}=-(\boldsymbol{\sigma}'_{t})^{-1}\boldsymbol{\theta}_{t}E_{t}\left[\int_{t}^{T_1}((I_1\bar{\gamma}_{v}+I_2\xi_{v}w_{v})y^{*}\bar{\gamma}_{v}+(J_1\bar{\gamma}_{v}+J_2\xi_{v}w_{v})y^{*}\xi_{v}w_{v})\mathrm{d}v+\int_{T_1}^{T}i_1y^{*}\bar{\gamma}_{v}^{2}\mathrm{d}v\right]+(\boldsymbol{\sigma}'_{t})^{-1}\boldsymbol{\sigma}_{t}^{w}\ E_{t}\left[\int_{t}^{T_1}(I_2y^{*}\gamma_{v}+J_2y^{*}\xi_{v}w_{v}+J-1)\xi_{v}w_{v}\mathrm{d}v\right].$$

在退休期$t\in[T_1,T]$,最优投资组合为

$$\boldsymbol{\pi}_{t}^{*}=(\boldsymbol{\sigma}'_{t})^{-1}\boldsymbol{\theta}_{1}F_{3}(t)=-\xi_{t}^{-1}(\boldsymbol{\sigma}'_{t})^{-1}\boldsymbol{\theta}_{t}E_{t}\left[\int_{t}^{T}i_{1}y^{*}\bar{\gamma}_{v}^{2}\mathrm{d}v\right].$$

其中$I_i=I_i(y^{*}\bar{\gamma}_{t},y^{*}\xi_{t}w_{t},t)$,$i=1,2$,表示对$I(\cdot,\cdot,t)$中第$i$个变量求偏导,同理$J_i=J_i(y^{*}\bar{\gamma}_{t},y^{*}\xi_{t}w_{t},t)$,$i=1,2$,表示对$J(\cdot,\cdot,t)$中第$i$个变量求偏导,$i_1=i_1(y^{*}\bar{\gamma}_{t},l,t)$表示对$i(\cdot,l,t)$中第一个变量求偏导.

证明 类似文献[2]中 Theorem 3 的证明,故略.

3 小结

本文研究了股票在支付红利的情况下,代理人最优消费-投资与闲暇选择问题.对模型进行了推广.运用随机控制的方法,建立了股票带有红利的市场中投资者最优消费-闲暇和投资组合策略,所得结论更加符合实际,为个人最优消费-投资与闲暇选择问题提供参考,使得问题研究具有实际意义.

参考文献
References

[1] Bodie Z,Merton R C,Samuelson W F. Labor supply flexibility and portfolio choice in a life cycle model[J]. Journal of Economic Dynamics & Control,1992,16(3/4):427-449

[2] Bodie Z,Detemple J B,Otruba S,et al. Optimal consumption portfolio choices and retirement planning[J]. Journal of Economic Dynamics & Control, 2004, 28 (6): 1115-1148

[3] Karatzas I,Lehoczky J P,Sethi S P,et al. Explicit solution of a general consumption investment problem[J]. Mathematics of Operations Research, 1986, 11 (2): 261-294

[4] Choi K J,Shim G. Disutility,optimal retirement,and portfolio selection[J]. Mathematical Finance,2006,16(2):443-467

[5] Dybvig P H, Liu H. Lifetime consumption and investment:retirement and constrained borrowing[J]. Journal of Economic Theory,2010,145(3):885-907

[6] 赵培峰,费为银,王芳.不同风险度量约束下带有红利的投资组合模型研究[J].经济数学,2009,26(1):41-48
ZHAO Peifeng,FEI Weiyin,WANG Fang. Study on portfolio model with dividend under constrained risk measures [J]. Mathematics in Economics, 2009, 26 (1): 41-48

[7] 陈超,费为银,李淑娟,等.考虑红利的最优消费-闲暇投资组合和退休问题研究[C]//中国智能计算大会论文集.香港:Global-Link Publisher,2010:27-34
CHEN Chao,FEI Weiyin,LI Shujuan,et al. Research on optimal consumption-leisure portfolio and retirement problem with dividend-payment[C]//Proceedings of the Fourth China Intelligent Computing Conference. Hong Kong:Global-Link Publisher,2010:27-34

[8] 陈超,费为银,鲍品娟,等.在红利支付情形下考虑负效用的消费投资问题研究[J].南京信息工程大学学报:自然科学版(已录用)
CHEN Chao,FEI Weiyin,BAO Pinjuan,et al. Research on consumption and portfolio policies under dividend-payment and negative utility[J]. Journal of Nanjing University of Information Science & Technology:Natural Science Edition(Accepted)

[9] Karatzas I,Shreve S E. Methods of mathematical finance [M]. New York:Springer,1998

[10] Detemple J B,Zapatero F. Optimal consumption-portfolio policies with habit formation[J]. Mathematical Finance, 1992,2(4):251-274

[11] Detemple J B,Zapatero F. Asset prices in an exchange economy with habit formation[J]. Econometrica,1991,56 (6):1633-1657

Optimal consumption-portfolio and leisure problem with habit formation

ZHU Yongwang[1] FEI Weiyin[1] SU Kai[1]
1 Department of Financial Engineering, Anhui Polytechnic University, Wuhu 241000

Abstract This paper studies consumption-portfolio and leisure choices in a life-cycle model with habit formation, stochastic opportunity set, stochastic wages and labor supply flexibility. In the case of stock dividend payments, the model of securities is established by the use of stochastic differential equations. Investors' preferences are represented by the nonseparable von Neumann Morgenstern index. Finally, the explicit expressions of optimal choices are obtained for optimal consumption-portfolio and leisure.

Key words utility function; optimal consumption-portfolio and leisure; stochastic control; dividend; habit formation