

# 基于星座图改进的 QAM 盲均衡算法

张艳萍<sup>1</sup> 薛全琪<sup>1</sup>

## 摘要

针对多模辅助算法均方误差高的缺点,提出了两种基于星座图改进的盲均衡算法.首先利用 16QAM 星座图信息,增加多模辅助算法代价函数中信号点的均衡数目,得到改进的多模辅助算法,与多模辅助算法相比,改进后的算法稳态均方误差更低,而且收敛速度略有提高;其次将改进的多模辅助算法和判决引导算法相结合,根据均方误差调整两种算法的比例,得到的混合算法进一步降低了稳态均方误差.水声信道仿真结果表明:提出的两种算法都可以有效地降低均方误差,适用于对精度要求较高的场合.

## 关键词

水声信道;盲均衡;正交幅度调制;星座图

中图分类号 TN91

文献标志码 A

## 0 引言

正交幅度调制信号 QAM (Quadrature Amplitude Modulation) 是一种振幅和相位相结合的数字调制方式,它在保证传输速率的同时,双倍扩展有效带宽,具有较高的频带利用率,因而成为带宽受限数字通信系统(特别是水声通信系统)中广泛采用的信号形式.但这种调制方式的抗误码性能和抗衰落性能较差,因此有必要对 QAM 信号盲均衡算法做进一步的研究.

文献[1]提出了一种面向判决模的盲均衡算法 DAMA (Decision Adjusted Modulus Algorithm),它结合了 CMA 和 DD 算法的优点,利用 QAM 信号固定在已知半径上的特点来设计代价函数,但未考虑信道失真严重时的相位旋转问题.文献[2]对文献[1]进行了修改,算法的判决边界还是圆形,但增加了载波相位恢复的算法,并命名为 RDE (Radius Decision Equalization),虽然该算法可以恢复相位旋转,但是通过增加额外的算法来实现的.文献[3]提出了基于正方形的多模辅助算法 MAMA (MMA-Assisted Modulus Algorithm),该算法将圆形判决区域改为方形判决区域,减少了判决区域的数目,加快了算法的收敛速度,并将信号点分为实部和虚部,不需要增加额外的算法,有效地纠正了相位旋转,但收敛后的稳态均方误差较高.本文对文献[3]中提出的代价函数进行修改,得到了改进的多模辅助算法 M-MAMA (Modified MAMA),该算法具有较小的稳态均方误差和较快的收敛速度,并提出了基于 M-MAMA 算法的混合盲均衡算法 HY-M-MAMA,进一步降低了稳态均方误差.

## 1 多模辅助算法

多模辅助算法是多模算法 MMA (Multi-Modulus Algorithm) 的辅助算法,该算法利用了 MMA 算法将实部和虚部分开的特点,有效地纠正了相位旋转,并利用了星座图的先验信息,把 QAM 信号星座图划分为若干个正方形区域,比圆形判决区域减少了判决次数,而且这些正方形在同相和正交上都是对称的,把两个相邻的正方形之间的区域称为“均衡区域”.如 MAMA 算法的 16QAM 信号星座图可以被划分为两个均衡区域 1 和 2,如图 1 所示.

MAMA 算法的代价函数如下<sup>[3]</sup>:

$$J(k) = E[(y_R^2(k) - a_v^2)^2] + E[(y_I^2(k) - a_{Qi}^2)^2], \quad 1 \leq i \leq M. \quad (1)$$

收稿日期 2011-10-11

资助项目 江苏省自然科学基金(BK2009410)

作者简介

张艳萍,女,博士,教授,研究方向为通信信号处理和水声通信. zypgic@163.com

<sup>1</sup> 南京信息工程大学 电子与信息工程学院, 南京,210044

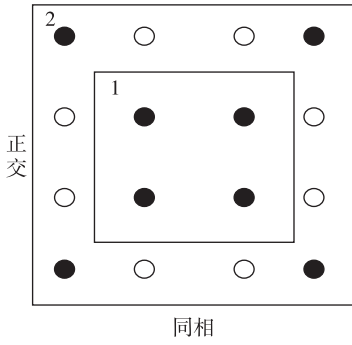


图1 16QAM 信号星座图划分及均衡区域

Fig. 1 Constellations and equalization regions of 16QAM

其中,  $y_R(k)$  和  $y_I(k)$  分别表示均衡器输出  $y(k)$  的实部和虚部,  $a_{i_v}$  和  $a_{i_q}$  分别是  $y(k)$  所在均衡区域内模值最大的信号点的同相分量和正交分量, 图 1 中黑色点表示为模值最大的信号点,  $M$  是星座正方形的数目.

对于不同的区域, MAMA 算法试图将均衡器输出和星座图的信号点之间的误差最小化, 因此对于 16QAM 信号, 若信号点落在在均衡区域 1 内, 则使均衡器输出的实部与均衡区域 1 内模值最大的信号点的同相分量之差最小, 同时使均衡器输出的虚部与其正交分量之差最小; 若信号点落在在均衡区域 2 内, 则使均衡器输出的实部与均衡区域 2 内模值最大的信号点的同相分量之差最小, 同时使均衡器输出的虚部与其正交分量之差最小. MAMA 算法将信号分为实部和虚部, 因此也将均衡器系数分为实部和虚部:

$$\mathbf{f}(k) = \mathbf{f}_R(k) + j\mathbf{f}_I(k). \quad (2)$$

$\mathbf{f}_R(k)$  和  $\mathbf{f}_I(k)$  分别表示  $\mathbf{f}(k)$  的实部和虚部, 分别计算它们的复梯度, 得:

$$\mathbf{f}_R(k+1) = \mathbf{f}_R(k) - \mu y_R(k) (y_R^2(k) - a_{i_v}^2) \mathbf{X}^*(k), \quad (3)$$

$$\mathbf{f}_I(k+1) = \mathbf{f}_I(k) - \mu y_I(k) (y_I^2(k) - a_{i_q}^2) \mathbf{X}^*(k). \quad (4)$$

将式(3)和(4)代入式(2), 得到均衡器系数的更新式如下:

$$\mathbf{f}(k+1) = \mathbf{f}(k) - \mu \mathbf{e}(k) \mathbf{X}^*(k). \quad (5)$$

其中误差函数为

$$e(k) = e_R(k) + j e_I(k), \quad (6)$$

$$\begin{cases} e_R(k) = y_R(k) (y_R^2(k) - a_{i_v}^2) \\ e_I(k) = y_I(k) (y_I^2(k) - a_{i_q}^2) \end{cases}, \quad 1 \leq i \leq M. \quad (7)$$

其中:  $\mathbf{X}(k)$  为均衡器的输入向量;  $\mathbf{f}(k)$  为均衡器抽头权系数向量;  $\mu$  为迭代步长;  $e(k)$  为误差函数;  $e_R(k)$  和  $e_I(k)$  分别为  $e(k)$  的实部和虚部,  $*$  表示复共轭运算.

## 2 基于星座图改进的多模辅助算法

在基于梯度下降的自适应盲均衡代价函数中, 如果能包含部分或全部信号星座图信息, 则可以有效地改善接收机的性能<sup>[4]</sup>. 从图 1 中可以看出, 在 MAMA 算法中  $a_{i_v}$  和  $a_{i_q}$  分别是  $y(k)$  所在均衡区域内模值最大的信号点的同相和正交分量, 也就是说, MAMA 算法只考虑了两个区域内模值最大的点, 而没有对其他的信号点(图 1 中的空心点)进行均衡. 如果能充分利用星座图的先验信息, 选择更合适的误差模型匹配 QAM 星座图, 则可以进一步降低稳态误差.

基于以上思想, 考虑修改 MAMA 算法的代价函数, 增加信号点的均衡数目. 对于 16QAM 信号, 令该算法均衡器输出的实部与其所在均衡区域内(区域 1 或区域 2)的信号点的同相分量之差最小, 同时使均衡器输出的虚部与其所在均衡区域内(区域 1 或区域 2)的信号点的正交分量之差最小, 没有将区域 1 和区域 2 单独均衡, 从而达到对每个信号点都进行均衡的目的. 因此得到如下改进的代价函数:

$$J(k) = E[(y_R^2(k) - a_{i_v}^2)^2] + E[(y_I^2(k) - a_{i_q}^2)^2], \quad 1 \leq i \leq M, \quad 1 \leq j \leq M. \quad (8)$$

下面从理论上说明改进的算法的有效性. 该算法将信号点  $a_{i_v}$  和  $a_{i_q}$  改为  $a_{i_v}$  和  $a_{i_q}$ ,  $i$  和  $j$  取值可以相同也可以不同, 当  $i = j$  时,  $a_{i_v}$  和  $a_{i_q}$  在同一个区域内, 式(8)就变成了 MAMA 的代价函数(1), 当  $i \neq j$ ,  $a_{i_v}$  和  $a_{i_q}$  在分别在两个区域内,  $a_{i_v}$  和  $a_{i_q}$  就代表了除最大模值点外其他信号点的同相分量和正交分量. 所以改进的代价函数可以对区域内的每个信号点进行均衡, 利用了全部星座图信息, 降低了均方误差.

但为了防止改进的  $J(k)$  较大时放大梯度噪声, 因此有必要对误差项  $e(k)$  进行归一化处理. 这里选用  $1 + J(k)$  作为归一化因子<sup>[5]</sup>, 则得到权系数更新式如下:

$$\mathbf{f}(k+1) = \mathbf{f}(k) - \mu \frac{\partial J(\mathbf{y})}{\partial \mathbf{y}(k)} \mathbf{X}^*(k). \quad (9)$$

求得误差函数

$$e(k) = \frac{4y_R(k)(y_R^2(k) - a_{i_v}^2(k))}{1 + (y_R^2(k) - a_{i_v}^2(k))^2} + j \frac{4y_I(k)(y_I^2(k) - a_{i_q}^2(k))}{1 + (y_I^2(k) - a_{i_q}^2(k))^2}, \quad 1 \leq i \leq M, \quad 1 \leq j \leq M. \quad (10)$$

由式(8)—(10)得到一种基于星座图改进的多模辅助算法, 并命名为 M-MAMA (Modified MAMA).

### 3 混合盲均衡算法

M-MAMA 算法的优点是使代价函数与星座图更加匹配,对 QAM 信号能达到更小的均方误差. 判决引导算法 DD (Decision Direction) 是一种利用传输码元瞬时特性的盲均衡算法, 剩余误差较小, 但在信道眼图闭合或突发干扰时, 错误判决的比例很大, 造成算法无法收敛而发散. 该算法实际应用中一般做跟踪处理. 当判决错误率达到足够低的水平时, 切换到 DD 算法, 但实践中发现突然的算法切换会造成算法的不稳定, 引起误码率升高, 因此选择合适的切换方法非常重要.

混合盲均衡算法通过控制不同收敛过程中不同特性的误差信号在总误差信号中所占的比例来突出某一误差信号的作用. 算法之间没有直接的切换, 而是根据均方误差 MSE (Mean Square Error) 平滑的调整两种算法的比例, 不会造成算法的不稳定, 而且相比并行的双模算法<sup>[7]</sup>, 计算量减少了很多. 因此利用此思想, 将 M-MAMA 算法和 DD 算法结合, 得到了一种混合盲均衡算法 HY-M-MAMA. 该算法的代价函数如下:

$$\theta(k) = \lambda(k)J(k)/\gamma + (1 - \lambda(k))E(|y(k) - \hat{a}(k)|^2). \quad (11)$$

其中  $\lambda(k)$  为误差控制系数, 取  $\lambda(k) \in [0, 1]$ ,  $\gamma = E\{|s(k)|^2\}$ , 因为高阶 QAM 信号时  $J(k)$  远比均方误差大, 引入  $\gamma$  的目的是在代价函数中突出均方误差的影响,  $\hat{a}(k)$  为判决器的输出. 从式(11) 得到混合盲均衡算法的误差函数如下:

$$\begin{cases} e_r(k) = \lambda(k)y_r(y_r^2(k) - a_{r_i}^2(k))/\gamma + (1 - \lambda(k))E(|y_r(k) - \hat{a}_r(k)|), \\ e_i(k) = \lambda(k)y_i(y_i^2(k) - a_{i_j}^2(k))/\gamma + (1 - \lambda(k))E(|y_i(k) - \hat{a}_i(k)|), \\ 1 \leq i \leq M, \quad 1 \leq j \leq M. \end{cases} \quad (12)$$

其中  $\hat{a}_r(k)$  和  $\hat{a}_i(k)$  分别为  $\hat{a}(k)$  的实部和虚部. 由于误差信号的统计平均均方误差大具有较好的抗噪声能力, 因此采用均方误差 MSE (记其量值为  $E_{MS}$ ) 来控制  $\lambda(k)$ . 本文用文献[6] 给出的带有遗忘因子  $\eta$  的 MSE 估计式来实时估计迭代过程中的 MSE:

$$E_{MS}(k+1) = \eta E_{MS}(k) + (1 - \eta) |y(k) - \hat{a}(k)|^2. \quad (13)$$

其中  $\eta$  体现了对数据的记忆性, 反映了算法的跟踪能力, 本文取  $\eta = 0.99$ .  $\lambda(k)$  与 MSE 的关系为

$$\lambda(k) = \begin{cases} 1, & E_{MS} \geq d, \\ E_{MS}, & E_{MS} < d. \end{cases} \quad (14)$$

其中  $d$  为星座图中判决区域中的点与对应的判决点的最大距离的一半<sup>[8]</sup>.  $\lambda(k)$  的初始值为 1, 保证均衡器一开始工作在 M-MAMA 模式. 在算法初始收敛阶段, M-MAMA 误差所占的比例较大, 但随着信号眼图张开, MSE 迅速减小, 使 DD 算法占主导地位, 当  $\lambda(k)$  逐渐趋于 0 时, 均衡器工作在 DD 模式, 这种转换是自动完成的.

### 4 算法性能仿真

为了验证本文提出的 2 种基于星座图的改进的 QAM 信号的盲均衡算法的性能, 进行了计算机仿真实验. 本仿真采用横向均衡器, 均衡器的长度为 11, 发射信号为 16QAM, 信噪比取 25 dB, 信道噪声为高斯白噪声, 仿真选取文献[9] 给出的信道:  $h = [-0.005 - 0.004j, 0.009 + 0.030j, -0.024 - 0.104j, 0.854 + 0.520j, -0.218 + 0.273j, 0.049 - 0.074j, -0.016 + 0.020j] \exp(-j\pi/3)$ , 算法中 HY-M-MAMA 步长取 0.05, 其他各部分步长取 0.012, 迭代 8 000 次, 20 次蒙特卡罗实验. 均衡器的收敛性能剩余码间干扰 ISI (Inter-Symbol Interference) 表示为<sup>[10]</sup>

$$|SI| = \frac{\sum_i |h_i|^2 - |h|_{\max}^2}{|h|_{\max}^2}. \quad (15)$$

其中  $|h|_{\max}$  表示合成信道  $h$  中绝对值最大的项.

为了比较算法的性能, 本文同时给出了 MAMA 算法、M-MAMA 算法、HY-M-MAMA 算法的星座图和剩余码间干扰曲线.

图 2 给出了 3 种算法的均衡器输出结果. 其中图 2a 给出了输入信号星座, 该图具有明显的相位旋转. 图 2b、c、d 分别给出了 MAMA 算法、M-MAMA 算法和 HY-M-MAMA 算法的星座. 因为 3 种算法都是基于正方形判决的, 且将输出分为实部和虚部, 所以图 2 反映出 3 种算法都可以有效地纠正相位旋转. M-MAMA 算法基于全部星座图信息, MAMA 只考虑了部分星座图信息, 所以图 2b 和图 2c 表明 M-MAMA 的星座点比 MAMA 更为紧凑和清晰. HY-M-MAMA 结合了 DD 算法, 进一步降低了均方误差, 所以图 2d 比图 2c 星座点更为紧凑和清晰.

图 3 给出了 3 种算法的收敛性能比较. 从图 3 可以看出, MAMA 收敛速度较慢, 且收敛后剩余码间干扰最大, 修改后的 M-MAMA 算法收敛速度比 MAMA 略快且剩余码间干扰比 MAMA 降低了 3 dB, HY-M-MAMA 算法收敛速度比前 2 种算法有所减慢

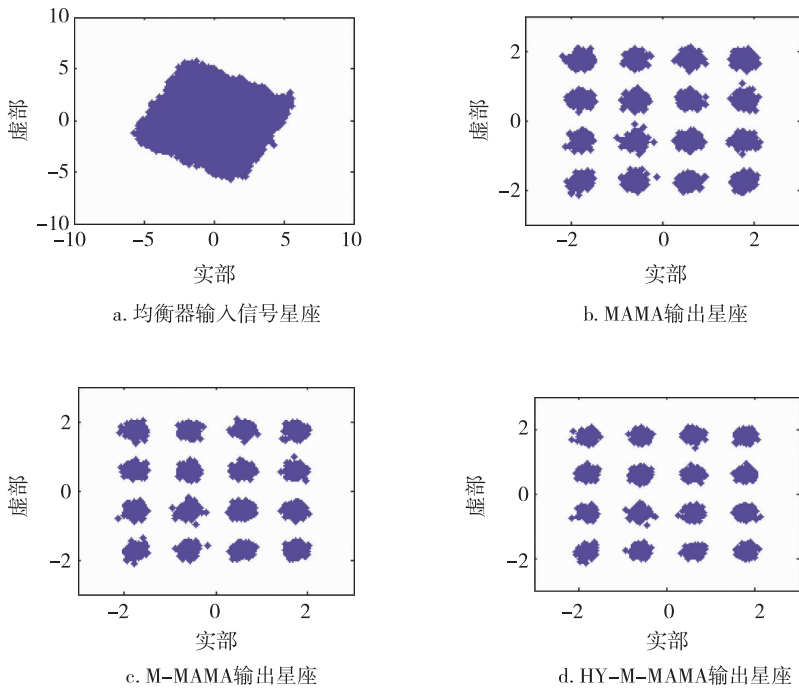


图2 均衡器输出结果

Fig.2 Output of equalizer

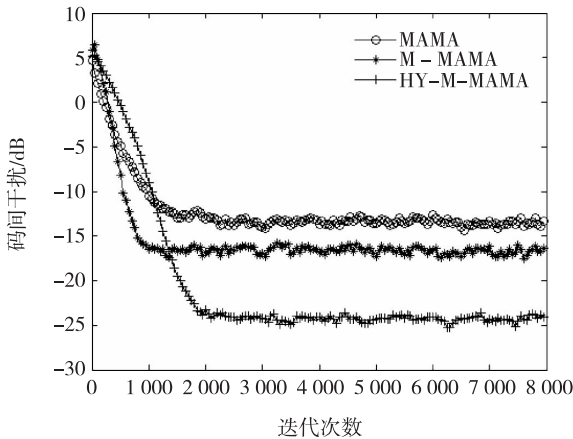


图3 收敛性能比较

Fig.3 Convergence performance comparison  
between three algorithms

但剩余码间干扰比 M-MAMA 降低了 8 dB,比 MAMA 算法降低了 11 dB,从而证明了本文改进的两种盲均衡算法都可以有效地降低均方误差。

## 5 结论

在对多模辅助算法分析的基础上,结合 QAM 信号星座图的特点,通过修改代价函数中的判决点的数目,得到了一种基于星座图改进的多模辅助算法 (M-MAMA),该算法降低了稳态均方误差并略提高

了均衡器收敛速度;然后通过结合 DD 算法提出了基于 M-MAMA 算法的混合盲均衡算法 HY-M-MAMA,该算法进一步的降低了均方误差但收敛速度有所减慢.水声信道仿真结果表明:2 种改进的盲均衡算法对水声信道具有良好的均衡性能。

## 参考文献

### References

- [1] Sethares W A, Rey G A, Johnson C R Jr. Approaches to blind equalization of signals with multiple modulus [C] // IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1989, 2: 972-975
- [2] Ready M J, Gooch R P. Blind equalization based on radius directed adaptation [C] // IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1990, 3: 1699-1702
- [3] Shahmohammadi M, Kahaei M H. A new dual-mode approach to blind equalization of QAM signals [C] // Proceedings of the Eighth IEEE International Symposium on Computers and Communication, 2003, 1: 277-281
- [4] He L, Amin M G, Reed C. A new adaptive equalizer for QAM signals [C] // Proceedings of the IEEE Sarnoff Symposium, 2001
- [5] 张艳萍,郭业才,赵远东. 适用于高阶 QAM 信号的水声信道盲均衡算法 [J]. 舰船科学技术, 2008, 30(5): 135-137  
ZHANG Yanping, GUO Yecai, ZHAO Yuandong. A blind equalization algorithm of underwater acoustic channel

- suitable for high-order quadrature amplitude modulation signals[J]. Ships Science and Technology, 2008, 30(5): 135-137
- [ 6 ] Labat J, Macchi O. Adaptive decision feedback equalization: Can you skip the training period[J]. IEEE Transactions on Communications, 1998, 46(7): 921-930
- [ 7 ] De Castro F C C, De Castro M C F, Arantes D S. Concurrent blind deconvolution for channel equalization[C] // Proc ICC, 2001: 366-371
- [ 8 ] 吴迪, 霍亚娟, 葛临东, 等. 高阶 QAM 信号盲均衡算法及其 FPGA 实现[J]. 计算机工程, 2010, 36(15): 233-239
- WU Di, HUO Yajuan, GE Lindong, et al. Blind equalization algorithm of high-order QAM signal and its FPGA-based implementation[J]. Computer Engineering, 2010, 36(15): 233-239
- [ 9 ] Picchi G, Prati G. Blind equalization and carrier recovery using a "stop-and-go" decision-directed algorithm[J]. IEEE Transactions on Communications, 1987, 35(9): 877-887
- [ 10 ] Shalvi O, Weinstein E. New criteria for blind deconvolution of nonminimum phase systems(channels)[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1990, 36(2): 312-321

## Improved QAM blind equalization algorithm based on constellation chart

ZHANG Yanping<sup>1</sup> XUE Quanqi<sup>1</sup>

<sup>1</sup> School of Electronic and Information Engineering, Nanjing University of Information Science & Technology, Nanjing 210044

**Abstract** Two improved blind equalization algorithms based on constellation chart are put forward, aiming to solve the high mean square error in MMA-Assisted Modulus Algorithm. Firstly, the 16QAM constellation chart information is used to increase the signal point number of cost function of MMA-Assisted Modulus Algorithm, thus get the improved blind equalization algorithm, which reduces the steady-state mean square error and slightly improves the convergence speed of equalizer. Secondly, integrate the improved blind equalization algorithm and decision direction algorithm, adjust the proportion of the two algorithm according to the mean square error, and get a hybrid algorithm, which can further reduce the steady-state mean square error. The acoustic channel simulation results show that the two improved blind equalization algorithms have smaller mean square error, and are suitable for applications with high accuracy requirement.

**Key words** acoustic channel; blind equalization; quadrature amplitude modulation; constellation chart