文章编号:1674-7070(2012)04-0340-05

基于神经网络方法的不确定非线性微分-代数子系统的鲁棒反推镇定控制

臧强[1]　叶薛飞[1]　林前程[2]　孙宁[1]　胡凯[1]　周颖[3]

摘要

对于指数 1 且关联可测的不确定非线性微分-代数子系统,将反推方法和神经网络相结合,研究了其鲁棒渐近镇定控制问题.基于反推方法来构造镇定控制器,利用 3 层的神经网络来逼近每一步控制器构造过程中的不确定项.提出一种新的自适应算法对神经网络权值进行在线调节,并适当选取每一步虚拟控制器的参数,最终得到的控制器使得闭环系统是渐近稳定的.

关键词

微分-代数系统;子系统;神经网络;反推

中图分类号 TP13

文献标志码 A

收稿日期 2012-04-20

资助项目 国家自然科学基金(61004001;61104103;60904025);江苏省自然科学基金(BK2011826);南京信息工程大学科研基金(S8110046001)

作者简介

臧强,男,博士,讲师,主要从事非线性控制研究.autozang@163.com

1 南京信息工程大学 信息与控制学院,南京,210044

2 江苏省生态环境监控中心,南京,210036

3 南京邮电大学 自动化学院,南京,210003

0 引言

许多物理系统如电力系统、经济系统以及受限机器人系统等都被描述为微分-代数(Differential-Algebraic Equations,DAE)系统模型.目前线性 DAE 系统已经初步形成了与线性常微分方程系统相平行的理论体系[1].对于非线性 DAE 系统的研究近年来也取得了一定的进展[2-3],然而已有结果大多将受控 DAE 系统作为孤立系统来研究,不考虑外部对于被控系统的影响,但在实际工程应用中,更常见的却是如下的子系统控制问题:被控系统是大系统中的一个非线性 DAE 子系统,与大系统其余部分之间存在相互约束(这些约束是从物理角度考虑,如物质、能量守恒等,是自然产生的)和影响.典型的,文献[4]为研究电力系统元件分散控制问题所提出的所谓"元件结构化模型",本质上便是一种非线性 DAE 子系统模型.总体而言,对于非线性 DAE 子系统控制问题的研究还较为初步[5-6],其中鲁棒控制问题的研究则更为少见.

由于对非线性函数良好的逼近能力,神经网络被越来越多地应用于自适应控制和鲁棒控制.文献[7]将神经网络与反推控制方法相结合,利用神经网络来逼近控制器构造过程中的不确定函数,从而避免了冗长的递归矩阵的计算.其通过自适应算法来在线调节神经网络的权值,最终设计的控制器使得闭环系统是全局最终一致有界的.然而上述研究仅限于严格反馈形式的不确定非线性系统,对被控系统的系统结构限制仍然较强,同时,所提出的自适应算法仅能保证闭环系统全局最终一致有界,而不是更符合实际工程应用的渐近稳定,结果较为保守.

对指数 1 且关联可测的一类不确定非线性 DAE 子系统,本文将反推控制和神经网络相结合,研究了其鲁棒渐近镇定控制问题.基于反推方法来构造镇定控制器,利用 3 层的神经网络来逼近每一步控制器构造过程中的不确定项,提出一种新的自适应算法来对神经网络权值进行在线调节,并通过一步步适当选取虚拟控制器的参数,最终得到的控制器使得整个闭环系统是渐近稳定的.本文不要求等价系统满足严格反馈形式,使系统形式更具一般性,同时本文渐近稳定的结果也更为理想.

1 系统的描述和问题的提出

考虑大系统中如下的不确定非线性 DAE 子系统:

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{\xi}} = \boldsymbol{f}_1(\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\gamma},\bar{\boldsymbol{v}},\boldsymbol{\theta}) + \boldsymbol{f}_2(\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\gamma},\bar{\boldsymbol{v}},\boldsymbol{\theta})u,\\ 0 = \boldsymbol{g}(\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\gamma},\bar{\boldsymbol{v}},\boldsymbol{\theta}),\\ y = h(\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\gamma},\bar{\boldsymbol{v}},\boldsymbol{\theta}).\end{cases} \tag{1}$$

其中 $\boldsymbol{\xi}\in\mathbf{R}^n$ 为微分变量,$\boldsymbol{\gamma}\in\mathbf{R}^m$ 为代数变量,$\bar{\boldsymbol{v}}\in\mathbf{R}^s$ 为关联输入变量,反映了大系统其余部分对于非线性 DAE 子系统(1)的影响,$u\in\mathbf{R}$ 为控制输入,$y\in\mathbf{R}$ 为控制输出,$\boldsymbol{\theta}\in\mathbf{R}^k$ 则表征系统(1)参数化的和非参数化的不确定性,$\boldsymbol{f}_1,\boldsymbol{f}_2\in\mathbf{R}^n$,$\boldsymbol{g}\in\mathbf{R}^m$,$h\in\mathbf{R}$ 均为光滑向量映射. 不失一般性,设原点是非线性 DAE 子系统(1)的孤立平衡点.

许多实际系统如多机电力系统同步发电机等,均具有模型(1)所示的形式. 关于模型(1)更详尽的描述请参见文献[4-6].

对系统(1),有如下假设.

假设 1 系统(1)是指数 1 的,即代数方程 $\boldsymbol{g}(\cdot)$ 关于代数变量 $\boldsymbol{\gamma}$ 的 Jacobian 矩阵 $\frac{\partial\boldsymbol{g}}{\partial\boldsymbol{\gamma}}$ 是非奇异的,且关联输入变量 $\bar{\boldsymbol{v}}$ 及其低阶导数(一般指一阶导数)是本地有界可测的.

假设 1 对于电力系统元件来讲是成立的[4-6]. 文献[8]表明,若非线性 DAE 子系统(1)在原点对 $\bar{\boldsymbol{v}}$,$\boldsymbol{\theta}$ 具有一致相对阶 n,那么存在一个微分同胚,使得非线性 DAE 子系统(1)等价变换为如下形式:

$$\begin{cases}\dot{x}_1 = x_2 + \phi_1(\boldsymbol{x},\bar{\boldsymbol{v}},\dot{\bar{\boldsymbol{v}}},\boldsymbol{\theta}),\\ \quad\vdots\\ \dot{x}_{n-1} = x_n + \phi_{n-1}(\boldsymbol{x},\bar{\boldsymbol{v}},\dot{\bar{\boldsymbol{v}}},\boldsymbol{\theta}),\\ \dot{x}_n = L_{\boldsymbol{F}f_1}^n h + uL_{\boldsymbol{F}g}L_{\boldsymbol{F}f_1}^{n-1}h + \phi_n(\boldsymbol{x},\bar{\boldsymbol{v}},\dot{\bar{\boldsymbol{v}}},\boldsymbol{\theta}),\\ \boldsymbol{g}(\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\gamma},\bar{\boldsymbol{v}},\boldsymbol{\theta}) = 0.\end{cases} \tag{2}$$

其中 $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\gamma},\bar{\boldsymbol{v}}) = \begin{bmatrix}\boldsymbol{I}_n\\ -\left(\frac{\partial\boldsymbol{g}}{\partial\boldsymbol{\gamma}}\right)^{-1}\frac{\partial\boldsymbol{g}}{\partial\boldsymbol{\xi}}\end{bmatrix}$,$\boldsymbol{x} = (x_1,\cdots,x_n)^{\mathrm{T}}$.

更一般性的,有如下假设.

假设 2 存在一个微分同胚,使得非线性 DAE 子系统(1)可等价转化为如下形式:

$$\begin{cases}\dot{x}_1 = F_1(\boldsymbol{x},\bar{\boldsymbol{v}},\dot{\bar{\boldsymbol{v}}},\boldsymbol{\theta}) + G_1(x_1,\bar{\boldsymbol{v}},\dot{\bar{\boldsymbol{v}}})x_2,\\ \quad\vdots\\ \dot{x}_n = F_n(\boldsymbol{x},\bar{\boldsymbol{v}},\dot{\bar{\boldsymbol{v}}},\boldsymbol{\theta}) + G_n(\boldsymbol{x},\bar{\boldsymbol{v}},\dot{\bar{\boldsymbol{v}}})u,\\ 0 = \boldsymbol{g}(\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\gamma},\bar{\boldsymbol{v}},\boldsymbol{\theta}),\\ y = x_1.\end{cases} \tag{3}$$

其中 $G_i(i=1,\cdots,n)$ 为已知的非线性函数,$\boldsymbol{x} = (x_1,\cdots,x_n)^{\mathrm{T}}$. 显然系统(3)比系统(2)在形式上更为一般. 称等价系统(3)为“约束”下的非线性常微分方程系统(即系统(3)的状态 $\boldsymbol{x}$ 受代数方程 $\boldsymbol{g}(\cdot)$ 的约束).

假设 3 对(3)中的 $F_i(i=1,\cdots,n)$,有如下等式成立:

$$F_i(\underbrace{0,\cdots,0}_{i},x_{i+1},\cdots,x_n,\bar{\boldsymbol{v}},\dot{\bar{\boldsymbol{v}}},\boldsymbol{\theta}) = 0,\quad i=1,\cdots,n. \tag{4}$$

为描述方便以及行文的完整性,假设 4 在这里一并给出.

假设 4 存在未知的界函数 $B_i(i=1,\cdots,n)$,使得

$$|\phi_{i,j}^*(z_1,\cdots,z_i,x_{i+1},\cdots,x_n,\bar{\boldsymbol{v}},\dot{\bar{\boldsymbol{v}}},\boldsymbol{\theta})| \leqslant B_i(z_1,\cdots,z_i),\quad i=1,\cdots,n,\quad j=1,\cdots,i, \tag{5}$$

同时存在理想的权值函数 $\boldsymbol{W}_i(i=1,\cdots,n)$,使得 $B_i(\cdot)$ 能够由 3 层神经网络来逼近

$$B_i = \boldsymbol{W}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\psi}_i + \varepsilon_i,\quad |\varepsilon_i| < c,\quad i = 1,2,\cdots,n. \tag{6}$$

式(5)中的 $z_j(j=1,\cdots,i)$ 为误差变量,式(6)中的 $\boldsymbol{\psi}_i$ 为第 i 个神经网络的径向基函数,$c>0$ 为已知的正常数. $\phi_{i,j}^*$,B_i,z_j 以及 $\boldsymbol{\psi}_i$ 的定义将在下文给出.

本文的目标是对不确定非线性 DAE 子系统(1),设计基于状态反馈的动态补偿器,使得闭环系统(1)在原点是渐近稳定的.

2 主要结果

在给出本文的主要结果之前,先给出一个有用的引理.

引理 1[7] 一般的非线性函数 $f(\boldsymbol{x})\in\mathbf{C}^m(\boldsymbol{S})$,$\boldsymbol{x}\in\boldsymbol{S}$,可以由一个 3 层神经网络来逼近:

$$f(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{W}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\psi}(\boldsymbol{x}) + \varepsilon(\boldsymbol{x}), \tag{7}$$

其中 $\boldsymbol{S}\subset\mathbf{R}^n$ 为一个闭的单连集,$\varepsilon(\boldsymbol{x})$ 为神经网络的逼近误差向量,$\boldsymbol{\psi}(\boldsymbol{x})$ 为径向基函数.

接下来针对等价系统(3),基于反推方法构造系统鲁棒镇定控制器. 在每一步反向递推过程中都利用一个 3 层神经网络来逼近系统的不确定项 F_i,从而避免了通常反推控制中冗长的递归矩阵的计算,同时提出一种新的自适应算法对神经网络的权值进行在线调节,最终得到的控制器使得整个闭环系统是全局渐近稳定的. 下面是详细的设计步骤.

第 1 步. 考虑(3)中的第 1 个子系统

$$\dot{x}_1 = F_1(\boldsymbol{x},\bar{\boldsymbol{v}},\dot{\bar{\boldsymbol{v}}},\boldsymbol{\theta}) + G_1(x_1,\bar{\boldsymbol{v}},\dot{\bar{\boldsymbol{v}}})x_2, \tag{8}$$

定义误差变量 $z_1 = x_1$,$z_2 = x_2 - \alpha_1$,这里 α_1 是待设计的第 1 个虚拟控制项. 同时定义

$$\bar{G}_1(z_1,\bar{\boldsymbol{v}},\dot{\bar{\boldsymbol{v}}}) = G_1(x_1,\bar{\boldsymbol{v}},\dot{\bar{\boldsymbol{v}}}),$$
$$\phi_1(z_1,x_2,x_3,\cdots,x_n,\bar{\boldsymbol{v}},\dot{\bar{\boldsymbol{v}}},\boldsymbol{\theta}) \triangleq F_1(z_1,x_2,x_3,\cdots,x_n,\bar{\boldsymbol{v}},\dot{\bar{\boldsymbol{v}}},\boldsymbol{\theta}). \tag{9}$$

由假设3可知,ϕ_1 为一个光滑函数,且满足 $\phi_1(0,x_2,x_3,\cdots,x_n,\bar{\boldsymbol{v}},\dot{\bar{\boldsymbol{v}}},\boldsymbol{\theta})=0$. 由 ϕ_1 的光滑性可知存在一个光滑函数 $\phi_1^* = \phi_{1,1}^*(z_1,x_2,x_3,\cdots,x_n,\bar{\boldsymbol{v}},\dot{\bar{\boldsymbol{v}}},\boldsymbol{\theta})$,使得

$$\phi_1(z_1,x_2,x_3,\cdots,x_n,\bar{\boldsymbol{v}},\dot{\bar{\boldsymbol{v}}},\boldsymbol{\theta}) = \phi_{1,1}^*(z_1,x_2,x_3,\cdots,x_n,\bar{\boldsymbol{v}},\dot{\bar{\boldsymbol{v}}},\boldsymbol{\theta})z_1, \tag{10}$$

其中

$$\phi_{1,1}^*(z_1,x_2,x_3,\cdots,x_n,\bar{\boldsymbol{v}},\dot{\bar{\boldsymbol{v}}},\boldsymbol{\theta}) = \int_0^1 \frac{\partial\phi_1(\zeta,x_2,\cdots,x_n,\bar{\boldsymbol{v}},\dot{\bar{\boldsymbol{v}}},\boldsymbol{\theta})}{\partial\zeta}\bigg|_{\zeta=\sigma z_1}\mathrm{d}\sigma.$$

由假设4知 $\phi_{1,1}^*(\cdot)$ 有界,由引理1可知其界函数 B_1 可由如下的神经网络逼近:

$$\hat{B}_1(z_1) = \hat{\boldsymbol{W}}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\psi}_1, \tag{11}$$

其中 $\hat{\boldsymbol{W}}_1$ 为第1个神经网络的估计权值,将由下文给出的自适应律在线调节.

对子系统(8)选取第1个Lyapunov函数 $V_1=\frac{1}{2}z_1^2$,则 V_1 沿子系统(8)对时间 t 的导数为

$$\dot{V}_1 = z_1(\phi_1+\bar{G}_1(z_1,\bar{\boldsymbol{v}},\dot{\bar{\boldsymbol{v}}})x_2) \leqslant z_1\bar{G}_1(z_1,\bar{\boldsymbol{v}},\dot{\bar{\boldsymbol{v}}})z_2 + z_1B_1z_1 + z_1\bar{G}_1(z_1,\bar{\boldsymbol{v}},\dot{\bar{\boldsymbol{v}}})\alpha_1, \tag{12}$$

显然若选取第1个虚拟控制器为

$$\alpha_1(z_1) = \bar{G}_1(z_1,\bar{\boldsymbol{v}},\dot{\bar{\boldsymbol{v}}})^{-1}(-c_1z_1-(n-1)z_1-\hat{B}_1(z_1)z_1), \tag{13}$$

这里 $c_1>0$ 为设计参数,那么将(13)代入(12)可得

$$\dot{V}_1 \leqslant -c_1z_1^2-(n-1)z_1^2+z_1\bar{G}_1(z_1,\bar{\boldsymbol{v}},\dot{\bar{\boldsymbol{v}}})z_2+\tilde{B}_1z_1^2, \tag{14}$$

其中 $\tilde{B}_1 = B_1-\hat{B}_1$.

第 $k(k=2,3,\cdots,n-1)$ 步. 一般性的,与第1步类似,设直到第 $k-1$ 步,对 $j=1,\cdots,k-1$ 都已经定义了虚拟控制器 α_j、$\bar{G}_j$、ϕ_j、Lyapunov函数 $V_j=V_{j-1}+\frac{1}{2}\mathrm{e}_j^2$ 以及误差变量 $z_1=x_1,\cdots,z_k=x_k-\alpha_{k-1}$,使得Lyapunov函数 V_{k-1} 满足

$$\dot{V}_{k-1} \leqslant -\sum_{i=1}^{k-1}c_iz_i^2-(n-k+1)\sum_{i=1}^{k-1}z_i^2 + z_{k-1}\bar{G}_{k-1}z_k+\sum_{i=1}^{k-1}\sum_{j=1}^{i}\tilde{B}_i|z_iz_j|, \tag{15}$$

这里

$$\alpha_{k-1} = \bar{G}_{k-1}^{-1}(-c_{k-1}z_{k-1}-(n-k+1)z_{k-1}-\bar{G}_{k-2}z_{k-2}) + \bar{G}_{k-1}^{-1}(-(k-2)\hat{B}_{k-1}^2z_{k-1}-\hat{B}_{k-1}z_{k-1}), \tag{16}$$

$c_{k-1}>0$ 为设计参数. 定义新的误差变量 $z_{k+1}=x_{k+1}-\alpha_k$,其中 α_k 为待设计的第 k 个虚拟控制器. 由 $z_i(i=1,\cdots,k)$ 的定义可得第 k 个子系统为

$$\begin{cases}\dot{z}_1 = -c_1z_1-(n-1)z_1-\hat{B}_1z_1+F_1+\bar{G}_1z_2,\\ \vdots\\ \dot{z}_k = F_k+\bar{G}_k\alpha_k+\bar{G}_kz_{k+1}-\sum\limits_{i=1}^{k-1}\dfrac{\partial\alpha_{k-1}}{\partial z_i}\dot{z}_i.\end{cases} \tag{17}$$

其中

$$\bar{G}_k(z_1,z_2,\cdots,z_k,\bar{\boldsymbol{v}},\dot{\bar{\boldsymbol{v}}}) = G_k(z_1,z_2+\alpha_1,\cdots,z_k+\alpha_{k-1},\bar{\boldsymbol{v}},\dot{\bar{\boldsymbol{v}}}).$$

定义

$$\phi_k(z_1,\cdots,z_k,x_{k+1},\cdots,x_n,\bar{\boldsymbol{v}},\dot{\bar{\boldsymbol{v}}},\boldsymbol{\theta}) \triangleq F_k(z_1,\cdots,z_k+\alpha_{k-1},x_{k+1},\cdots,x_n,\bar{\boldsymbol{v}},\dot{\bar{\boldsymbol{v}}},\boldsymbol{\theta})-\dot{\alpha}_{k-1}. \tag{18}$$

由(16)可以验证 $\alpha_{k-1}(0,\cdots,0)=0$,同时由假设3可得 $\phi_k(0,\cdots,0,x_{k+1},\cdots,x_n,\bar{\boldsymbol{v}},\dot{\bar{\boldsymbol{v}}},\boldsymbol{\theta})=0$. 由 ϕ_k 的光滑性可知存在函数 $\boldsymbol{\phi}_k^* = [\phi_{k,1}^*,\phi_{k,2}^*,\cdots,\phi_{k,k}^*] \in \mathbf{R}^{1\times k}$,使得

$$\phi_k = \boldsymbol{\phi}_k^* \cdot \begin{bmatrix}z_1\\ \vdots\\ z_k\end{bmatrix} = \phi_{k,1}^*z_1+\cdots+\phi_{k,k}^*z_k, \tag{19}$$

这里

$$\boldsymbol{\phi}_k^*(z_1,\cdots,z_k,x_{k+1},\cdots,x_n,\bar{\boldsymbol{v}},\dot{\bar{\boldsymbol{v}}},\boldsymbol{\theta}) = \int_0^1\frac{\partial\phi_k(\boldsymbol{\zeta},x_{k+1},\cdots,x_n,\bar{\boldsymbol{v}},\dot{\bar{\boldsymbol{v}}},\boldsymbol{\theta})}{\partial\boldsymbol{\zeta}}\bigg|_{\boldsymbol{\zeta}=\sigma\left[\begin{smallmatrix}z_1\\ \vdots\\ z_k\end{smallmatrix}\right]}\mathrm{d}\sigma.$$

由假设4知 $\phi_{k,j}^*(\cdot)(j=1,\cdots,k)$ 有界,且其界函数 B_k 可由如下的神经网络逼近

$$\hat{B}_k(z_1,\cdots,z_k) = \hat{\boldsymbol{W}}_k^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\psi}_k, \tag{20}$$

其中 $\hat{\boldsymbol{W}}_k$ 为第 k 个神经网络的估计权值,将由下文给出的自适应律在线估计.

对子系统(17)选取Lyapunov函数为 $V_k=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{k}z_i^2$,同时选取第 k 个虚拟控制器 α_k 为

$$\alpha_k = \bar{G}_k^{-1}(-c_kz_k-(n-k)z_k-\bar{G}_{k-1}z_{k-1}) + \bar{G}_k^{-1}(-(k-1)\hat{B}_k^2z_k-\hat{B}_kz_k), \tag{21}$$

则 V_k 沿(17)对时间 t 的导数为

$$\dot{V}_k \leqslant -\sum_{i=1}^{k-1}c_iz_i^2-(n-k+1)\sum_{i=1}^{k-1}z_i^2 + \sum_{i=1}^{k-1}\sum_{j=1}^{i}\tilde{B}_i|z_iz_j|+B_k|z_1z_k|+\cdots+ B_k|z_{k-1}z_k|+B_kz_k^2+ z_k(\bar{G}_k\alpha_k+\bar{G}_{k-1}z_{k-1})+z_k\bar{G}_kz_{k+1}. \tag{22}$$

同时容易验证如下不等式成立

$$-z_i^2+\hat{B}_k|z_iz_k|-\hat{B}_k^2z_k^2 \leqslant 0,\quad i=1,\cdots,k-1. \tag{23}$$

因此有

$$\dot{V}_k \leqslant -\sum_{i=1}^{k} c_i z_i^2 - (n-k)\sum_{i=1}^{k} z_i^2 + z_k \bar{G}_k z_{k+1} + \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{i} \tilde{B}_i \mid z_i z_j \mid, \tag{24}$$

其中 $\tilde{B}_k = B_k - \hat{B}_k$.

第 n 步. 类似于前面的步骤,在最后一步给出真正的控制器 u 设计. 定义误差变量 $z_n = x_n - \alpha_{n-1}$,此时整个误差子系统为

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = -c_1 z_1 - (n-1)z_1 - \hat{B}_1 z_1 + F_1 + \bar{G}_1 z_2, \\ \vdots \\ \dot{z}_n = F_n + \bar{G}_n u - \dot{\alpha}_{n-1}. \end{cases} \tag{25}$$

其中 $\bar{G}_n(z_1,\cdots,z_n,\bar{\boldsymbol{v}},\dot{\bar{\boldsymbol{v}}}) \triangleq G_n(z_1,\cdots,z_n+\alpha_{n-1},\bar{\boldsymbol{v}},\dot{\bar{\boldsymbol{v}}})$.

定义 $\phi_n(z_1,\cdots,z_n,\bar{\boldsymbol{v}},\dot{\bar{\boldsymbol{v}}},\boldsymbol{\theta}) \triangleq F_n - \dot{\alpha}_{n-1}$,类似于前面的推导可知存在函数 $\boldsymbol{\phi}_n^* = [\phi_{n,1}^*,\phi_{n,2}^*,\cdots,\phi_{n,n}^*] \in \mathbf{R}^{1\times n}$,使得

$$\phi_n = \boldsymbol{\phi}_n^* \cdot \begin{bmatrix} z_1 \\ \vdots \\ z_n \end{bmatrix} = \phi_{n,1}^* z_1 + \cdots + \phi_{n,n}^* z_n. \tag{26}$$

其中

$$\boldsymbol{\phi}_n^*(z_1,\cdots,z_n,\bar{\boldsymbol{v}},\dot{\bar{\boldsymbol{v}}},\boldsymbol{\theta}) = \int_0^1 \frac{\partial \phi_n(\boldsymbol{\zeta},\bar{\boldsymbol{v}},\dot{\bar{\boldsymbol{v}}},\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\zeta}}\Bigg|_{\boldsymbol{\zeta}=\sigma\begin{bmatrix} z_1 \\ \vdots \\ z_n \end{bmatrix}} \mathrm{d}\sigma.$$

由假设 4 知 $\phi_{n,j}^*(\cdot)(j=1,\cdots,n)$ 有界,且其界函数 B_n 可由如下的神经网络逼近

$$\hat{B}_n(z_1,\cdots,z_n) = \hat{\boldsymbol{W}}_n^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\psi}_n, \tag{27}$$

其中 $\hat{\boldsymbol{W}}_n$ 为第 n 个神经网络的估计权值,将由下文给出的自适应律在线估计.

此时选取真正的控制器 u 为

$$u = \bar{G}_n^{-1}(-c_n z_n - \bar{G}_{n-1} z_{n-1} - (n-1)\hat{B}_n^2 z_n - \hat{B}_n z_n), \tag{28}$$

同时对整个误差系统(25)取 Lyapunov 函数为 $V_n = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} z_i^2$,类似于第 k 步,此时 V_n 沿整个误差系统(25)对时间 t 的导数为

$$\dot{V}_n \leqslant -\sum_{i=1}^{n} c_i z_i^2 + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{i} \tilde{B}_i \mid z_i z_j \mid, \tag{29}$$

其中 $\tilde{B}_n = B_n - \hat{B}_n$.

有了上述分析,便有如下定理.

定理 1 若对神经网络估计权值 $\hat{\boldsymbol{W}}_i, i=1,\cdots,n$ 选取如下的自适应律

$$\dot{\hat{\boldsymbol{W}}}_i = \sum_{j=1}^{i} \boldsymbol{\Gamma}_i \boldsymbol{\psi}_i \mid z_i z_j \mid, i = 1,2,\cdots,n, \tag{30}$$

其中常矩阵 $\boldsymbol{\Gamma}_i = \boldsymbol{\Gamma}_i^{\mathrm{T}} > 0, i=1,\cdots,n$,那么在控制器(28)作用下,整个闭环系统(1)和(24)是渐近稳定的.

证明 对整个闭环系统(1)和(24),考虑如下的 Lyapunov 函数

$$V = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} z_i^2 + \frac{1}{2}\mathrm{tr}(\tilde{\boldsymbol{W}}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\Gamma}^{-1} \tilde{\boldsymbol{W}}), \tag{31}$$

其中 $\tilde{\boldsymbol{W}} = \mathrm{diag}\{\tilde{\boldsymbol{W}}_1,\cdots,\tilde{\boldsymbol{W}}_n\}, \boldsymbol{\Gamma} = \mathrm{diag}\{\boldsymbol{\Gamma}_1,\cdots,\boldsymbol{\Gamma}_n\}$. 可得 V 沿(25)和(30)对时间 t 的导数为

$$\begin{aligned} \dot{V} \leqslant & -\sum_{i=1}^{n} c_i z_i^2 + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{i} \tilde{B}_i \mid z_i z_j \mid + \sum_{i=1}^{n} \tilde{\boldsymbol{W}}_i \boldsymbol{\Gamma}_i^{-1} \dot{\tilde{\boldsymbol{W}}}_i = \\ & -\sum_{i=1}^{n} c_i z_i^2 + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{i} (\boldsymbol{\varepsilon}_i \mid z_i z_j \mid) + \\ & \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{i} (\tilde{\boldsymbol{W}}_i(\boldsymbol{\psi}_i \mid z_i z_j \mid + \boldsymbol{\Gamma}_i^{-1} \dot{\tilde{\boldsymbol{W}}}_i)) \leqslant \\ & -\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{i} (c_i z_i^2 + \boldsymbol{\varepsilon}_i \mid z_i z_j \mid) \leqslant \\ & -\sum_{i=1}^{n} c_i z_i^2 + cn\sum_{i=1}^{n} z_i^2, \end{aligned} \tag{32}$$

其中最后一个不等式第 2 项中的 $c>0$,是由假设 4 确定的某个正常数. 显然若选取每一步反向设计中的设计参数满足

$$c_i - cn = \bar{c}_i > 0, \quad i = 1,2,\cdots,n, \tag{33}$$

其中 $\bar{c}_i$ 为某个确定正常数,由式(32)、(33)可得

$$\dot{V} < -\sum_{i=1}^{n} \bar{c}_i z_i^2 \leqslant 0. \tag{34}$$

因此闭环系统所有信号是有界的,即 $z_i \in L_\infty, i=1,2,\cdots,n$. 由式(28)可知 $z_i \in L_2, i=1,2,\cdots,n$,同时由 $\dot{z}_i$ 的微分方程可知 $\dot{z}_i \in L_\infty, i=1,2,\cdots,n$. 由 Barbalat 引理可知 $z_i \to 0(t\to\infty), i=1,2,\cdots,n$,整个闭环误差系统是渐近稳定的. 由误差子系统(25)与非线性 DAE 子系统(1)的等价性可知,非线性 DAE 子系统(1)是渐近稳定的. 证毕.

3 结束语

对于指数 1 且关联可测的不确定非线性微分-代数子系统,本文将反推控制和神经网络相结合,研究了其鲁棒渐近镇定控制问题. 本文的主要贡献在于:1)不要求等价系统满足严格反馈形式,系统形式更具一般性;2)提出了一种新的自适应算法对神经网络权值进行在线调节,最终得到的控制器使得整个闭环系统是全局渐近稳定的. 本文的研究对象在系统形式上更为一般,所得到的结果保守性较小,具有更好的应用性.

参考文献
References

[1] Campbell S L, Nichols N, Terrell W J. Duality, observability and controllability for linear time-varying descriptor systems[J]. Circuits, Systems, and Signal Processing, 1991, 10 (4): 455-470

[2] Hill D J, Mareels I M Y. Stability theory for differential/algebraic systems with application to power systems[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems, 1990, 37 (11): 1416-1423

[3] 臧强,戴先中.非线性微分-代数系统的输出反馈镇定控制[J].自动化学报,2009,35(9):1244-1248
ZANG Qiang, DAI Xianzhong. Output feedback stabilization control for nonlinear differential-algebraic equation systems[J]. Acta Automatica Sinica, 2009, 35 (9): 1244-1248

[4] 张凯锋,戴先中,齐辉,等.复杂电力系统的元件结构化模型分析与应用[J].中国电机工程学报,2007,27(13):24-28
ZHANG Kaifeng, DAI Xianzhong, QI Hui, et al. Analysis and application of component structural model of complex power systems[J]. Proceedings of the CSEE, 2007, 27 (13): 24-28

[5] 戴先中,张凯锋,臧强.基于结构化模型的电力系统元件非线性分散控制方法[J].中国电机工程学报,2008,28(22):15-22
DAI Xianzhong, ZHANG Kaifeng, ZANG Qiang. Nonlinear decentralized control method of power systems based on component structural model[J]. Proceedings of the CSEE, 2008, 28(22): 15-22

[6] 戴先中,臧强,张凯锋.非线性微分-代数子系统的逆系统的构造[J].自动化学报,2009,35(8):1094-1100
DAI Xianzhong, ZANG Qiang, ZHANG Kaifeng. Construction of inverse system for nonlinear differential-algebraic equations subsystems[J]. Acta Automatica Sinica, 2009, 35(8): 1094-1100

[7] Kwan C, Lewis L F L. Robust backstepping control of nonlinear systems using neural networks[J]. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics-Part A: Systems and Humans, 2000, 30(6): 753-766

[8] Zang Q, Dai X Z, Zhang K F. Backstepping control for a class of nonlinear differential-algebraic equations subsystems with application to power systems[C]// 7th World Congress on Intelligent Control and Automation, 2008: 4668-4673

Robust backstepping stabilization control for uncertain nonlinear differential-algebraic equations subsystems based-on artificial neural networks

ZANG Qiang[1] YE Xuefei[1] LIN Qiancheng[2] SUN Ning[1] HU Kai[1] ZHOU Ying[3]

1 School of Information and Control, Nanjing University of Information Science & Technology, Nanjing 210044

2 Environmental Monitoring Center of Jiangsu Province, Nanjing 210036

3 College of Automation, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210003

Abstract For a class of uncertain nonlinear differential-algebraic equations subsystems whose index is one and interconnection is locally measurable, the problem of robust stabilization is considered by combining the backstepping method and artificial neural networks. The robust stabilization controller is proposed based on backstepping approach by using three-layer artificial neural networks to approximate the uncertain terms arisen in the procedure of controller design. The weights of neural networks are updated online with a new self-adaptive algorithm. By choosing the gain parameters of the virtual controllers step-by-step, a stabilization controller is obtained through which the closed-loop systems are made asymptotically stable.

Key words differential-algebraic equations systems; subsystems; artificial neural networks; backstepping