

一类光滑 Chua's 电路的自适应同步

周芳¹ 镇方雄¹ 周国鹏²

摘要

讨论了一种变形的光滑 Chua's 电路的自适应同步控制问题. 当从动系统对主动系统的参数未知时, 采用 Lyapunov 稳定性理论和自适应设计方法, 设计出一个自适应控制器. 通过该控制器, 实现了主从系统间的自适应同步. 仿真结果表明该设计方法是有效的.

关键词

Chua's 电路; 自适应控制; 同步; Lyapunov 稳定性理论

中图分类号 O23
文献标志码 A

0 引言

1983 年, Chua's 电路^[1]首次被提出, 它是迄今为止在非线性电路中产生复杂动力学行为的最有效且最简单的混沌振荡电路之一. 通过对 Chua's 电路参数的改变, 可产生十分丰富的混沌现象, 从而使人们能从电路的角度较为方便地对混沌机理与特性进行研究. Fujisaka 等^[2]对混沌同步的研究和 Pecora 等^[3]对混沌同步的实验研究引起了人们的广泛重视. 这一突破性的进展, 使混沌理论应用于通信领域成为可能, 开始了混沌同步在保密通信中应用的新阶段. 关于混沌系统的同步, 主要包括一般性同步、相位同步^[4]、频率同步^[5]、滞后同步^[6]等, 实现同步的控制方法有驱动-响应方法^[7]、回步设计法^[8]、自适应方法^[9]. 本文应用自适应方法实现 2 个变形的 Chua's 电路的同步.

变形的 Chua's 电路, 由以下的方程组给出:

$$\begin{cases} \dot{x} = \alpha \left(y - \frac{1}{7} (2x^3 - x) \right), \\ \dot{y} = x - y + z, \\ \dot{z} = -\beta y - \gamma z. \end{cases} \quad (1)$$

对于系统(1), 文献[10]讨论了主动系统的参数和从动系统的常参数已知且结构一致的情况下的混沌同步控制问题. 当从动系统对主动系统的参数未知时, 即参数 α, β, γ 未知时, 同步控制问题的研究显得更有意义. 本文将采用 Lyapunov 稳定性理论及自适应控制理论, 设计出一个自适应控制器, 实现主从系统的状态自适应同步.

1 2 个系统的同步

主动系统如下:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \alpha \left(y_1 - \frac{1}{7} (2x_1^3 - x_1) \right), \\ \dot{y}_1 = x_1 - y_1 + z_1, \\ \dot{z}_1 = -\beta y_1 - \gamma z_1. \end{cases} \quad (2)$$

式(2)中 x_1, y_1, z_1 为系统的状态变量, α, β, γ 未知, 为常数.

从动系统如下:

$$\begin{cases} \dot{x}_2 = \hat{\alpha}(t) \left(y_2 - \frac{1}{7} (2x_2^3 - x_2) \right) + u_1(t), \\ \dot{y}_2 = x_2 - y_2 + z_2 + u_2(t), \\ \dot{z}_2 = -\hat{\beta}(t) y_2 - \hat{\gamma}(t) z_2 + u_3(t). \end{cases} \quad (3)$$

收稿日期 2011-10-14

资助项目 湖北省自然科学基金(2010CDZ-069); 湖北省教育厅自然科学基金(Q20102801; T201009); 咸宁学院校级项目(KY10046)

作者简介

周芳, 女, 讲师, 硕士, 主要研究微分方程理论以及优化计算. xnzhoufang@163.com

1 咸宁学院 数学与统计学院, 咸宁 437100

2 咸宁学院 电子与信息工程学院, 咸宁 437100

式(3)中: x_2, y_2, z_2 为从动系统的状态变量, $\hat{\alpha}(t), \hat{\beta}(t), \hat{\gamma}(t)$ 分别为未知参数 α, β, γ 的估计值.

控制的目的是如何选取控制输入 $u_1(t), u_2(t), u_3(t)$ 及估计参数的自适应律, 使系统(3)的状态渐近跟踪系统(2)的状态. 令

$$e_1 = x_2 - x_1, e_2 = y_2 - y_1, e_3 = z_2 - z_1, \\ \tilde{\alpha}(t) = \hat{\alpha}(t) - \alpha, \tilde{\beta}(t) = \hat{\beta}(t) - \beta, \tilde{\gamma}(t) = \hat{\gamma}(t) - \gamma, \\ \text{则可得误差动力系统}$$

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = \hat{\alpha}(t) \left(e_2 + \frac{1}{7}e_1 - \frac{2}{7}e_1(e_1^2 + 3x_1x_2) \right) + \\ \tilde{\alpha}(t) \left(y_1 - \frac{1}{7}(2x_1^3 - x_1) \right) + u_1(t), \\ \dot{e}_2 = e_1 - e_2 + e_3 + u_2(t), \\ \dot{e}_3 = -\tilde{\beta}(t)e_2 - \hat{\gamma}(t)e_3 - \tilde{\beta}(t)y_1 - \tilde{\gamma}(t)z_1 + u_3(t). \end{cases} \quad (4)$$

定理 1 对于系统(3) 选取如下动态控制输入:

$$\begin{cases} u_1(t) = -\hat{\alpha}(t) \left(e_2 + \frac{1}{7}e_1 - \frac{2}{7}e_1(e_1^2 + 3x_1x_2) \right) - ke_1, \\ u_2(t) = -(e_1 - e_2 + e_3) - ke_2, \\ u_3(t) = \hat{\beta}(t)e_2 + \hat{\gamma}(t)e_3 - ke_3, \quad k > 0, \\ \dot{\hat{\alpha}} = -e_1 \left(y_1 - \frac{1}{7}(2x_1^3 - x_1) \right), \\ \dot{\hat{\beta}} = e_3y_1, \\ \dot{\hat{\gamma}} = e_3z_1. \end{cases} \quad (5)$$

则系统(3)的状态能渐近跟踪系统(2)的状态.

证明 取正定径向无界的 Lyapunov 函数

$$V(t) = \frac{1}{2}(e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 + \tilde{\alpha}^2(t) + \tilde{\beta}^2(t) + \tilde{\gamma}^2(t)) \quad (6)$$

沿系统(4)对 V 求关于时间 t 的导数, 得

$$\left. \frac{dV}{dt} \right|_{(4)} = e_1 \cdot \dot{e}_1 + e_2 \cdot \dot{e}_2 + e_3 \cdot \dot{e}_3 + \tilde{\alpha}(t) \cdot \dot{\tilde{\alpha}}(t) + \\ \tilde{\beta}(t) \cdot \dot{\tilde{\beta}}(t) + \tilde{\gamma}(t) \cdot \dot{\tilde{\gamma}}(t) = \\ e_1 \left[\hat{\alpha}(t) \left(e_2 + \frac{1}{7}e_1 - \frac{2}{7}e_1(e_1^2 + 3x_1x_2) \right) + \right.$$

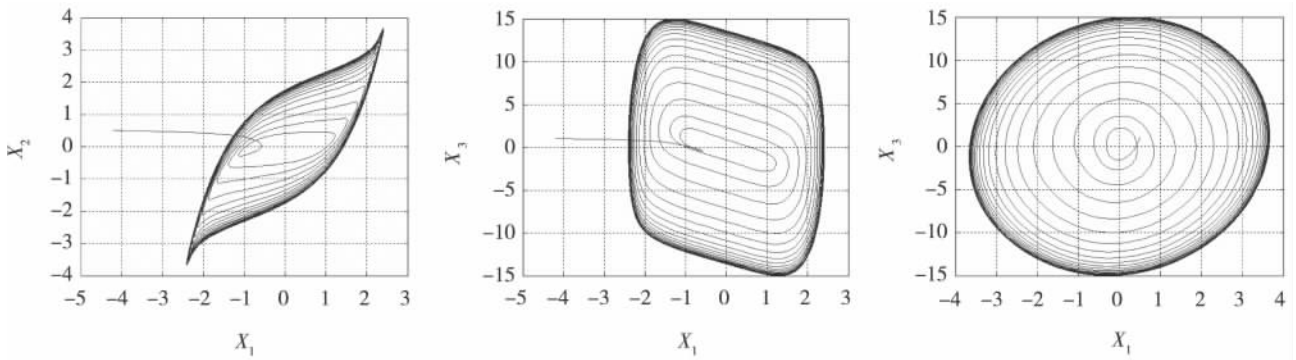


图 1 初值取(-1, 0.5, 1)时系统(2)的相平面

Fig. 1 Phase of system(2) with initial value(-1, 0.5, 1)

$$\tilde{\alpha}(t) \left(y_1 - \frac{1}{7}(2x_1^3 - x_1) \right) \Big] + \\ e_1 u_1(t) + e_2(e_1 - e_2 + e_3 + u_2(t)) + \\ e_3(-\tilde{\beta}(t)e_2 - \hat{\gamma}(t)e_3 - \tilde{\beta}(t)y_1 - \tilde{\gamma}(t)z_1 + u_3) + \\ \tilde{\alpha}(t) \cdot \dot{\tilde{\alpha}}(t) + \tilde{\beta}(t) \cdot \dot{\tilde{\beta}}(t) + \tilde{\gamma}(t) \cdot \dot{\tilde{\gamma}}(t), \quad (7)$$

利用 $\dot{\tilde{\alpha}} = \dot{\hat{\alpha}} - \dot{\alpha}, \dot{\tilde{\beta}} = \dot{\hat{\beta}} - \dot{\beta}, \dot{\tilde{\gamma}} = \dot{\hat{\gamma}} - \dot{\gamma}$, 将(5)代入式(7) 得

$$\left. \frac{dV}{dt} \right|_{(4)} = e_1 \left[\hat{\alpha}(t) \left(e_2 + \frac{1}{7}e_1 - \frac{2}{7}e_1(e_1^2 + 3x_1x_2) \right) + \right.$$

$$\tilde{\alpha}(t) \left(y_1 - \frac{1}{7}(2x_1^3 - x_1) \right) \Big] - \\ e_1 \left[\hat{\alpha}(t) \left(e_2 + \frac{1}{7}e_1 - \frac{2}{7}e_1(e_1^2 + 3x_1x_2) \right) - ke_1 \right] + \\ e_2(e_1 - e_2 + e_3 - (e_1 - e_2 + e_3) - ke_2) + \\ e_3(-\tilde{\beta}(t)e_2 - \hat{\gamma}(t)e_3 - \tilde{\beta}(t)y_1 - \tilde{\gamma}(t)z_1 + \\ \hat{\beta}(t)e_2 + \hat{\gamma}(t)e_3 - ke_3) + \\ \tilde{\alpha}(t) \cdot \left[-e_1 \left(y_1 - \frac{1}{7}(2x_1^3 - x_1) \right) \right] + \\ \tilde{\beta}(t) \cdot e_3y_1 + \tilde{\gamma}(t) \cdot e_3z_1 = -k(e_1^2 + e_2^2 + e_3^2) \leq 0. \quad (8)$$

故 $\frac{dV}{dt}$ 关于全体变元是常负的, 关于部分变元 e_1, e_2, e_3 是负定的. 故误差系统(4)、(5)的平衡点 $e_1 = 0, e_2 = 0, e_3 = 0, \tilde{\alpha} = 0, \tilde{\beta} = 0, \tilde{\gamma} = 0$ 是稳定的. 根据部分变元的渐近稳定理论^[12], 关于 e_1, e_2, e_3 是全局渐近稳定的, 即有 $\lim_{t \rightarrow +\infty} e_1 = 0, \lim_{t \rightarrow +\infty} e_2 = 0, \lim_{t \rightarrow +\infty} e_3 = 0$.

即系统(3)的状态渐近跟踪系统(2)的状态. 证毕!

2 数值仿真

对于误差系统(4)和动态控制输入(5), 利用 Matlab 软件进行仿真.

取系统(2)的初始值为 $(x_1, y_1, z_1) = (-1, 0.5, 1)$, 系统(3)的初始值为 $(x_2, y_2, z_2) = (0.3, -0.2, 1.1)$. 取 $\alpha = 10, \beta = 16, \gamma = -0.3$, 估计参数初值取为 $\hat{\alpha}(0) = 0, \hat{\beta}(0) = 0, \hat{\gamma}(0) = 0$. 仿真结果见图 1—3.

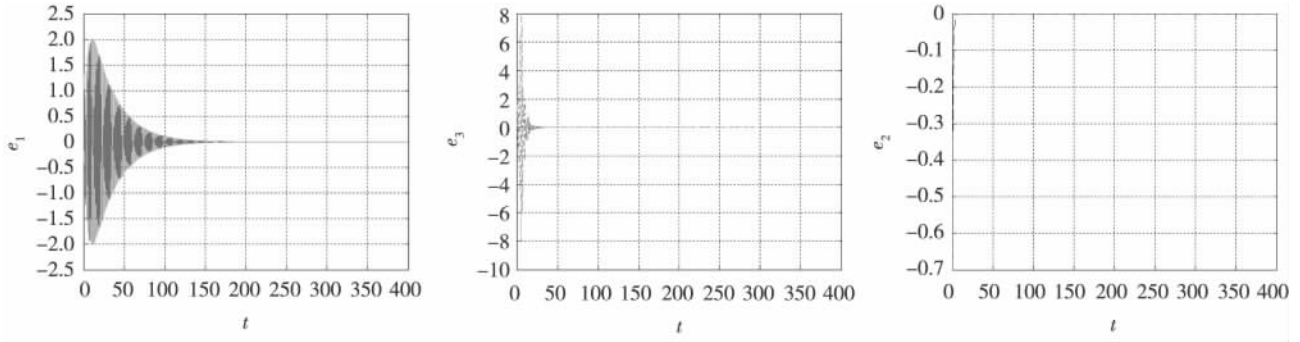


图2 e_1, e_2, e_3 的变化
Fig.2 Change of e_1, e_2, e_3

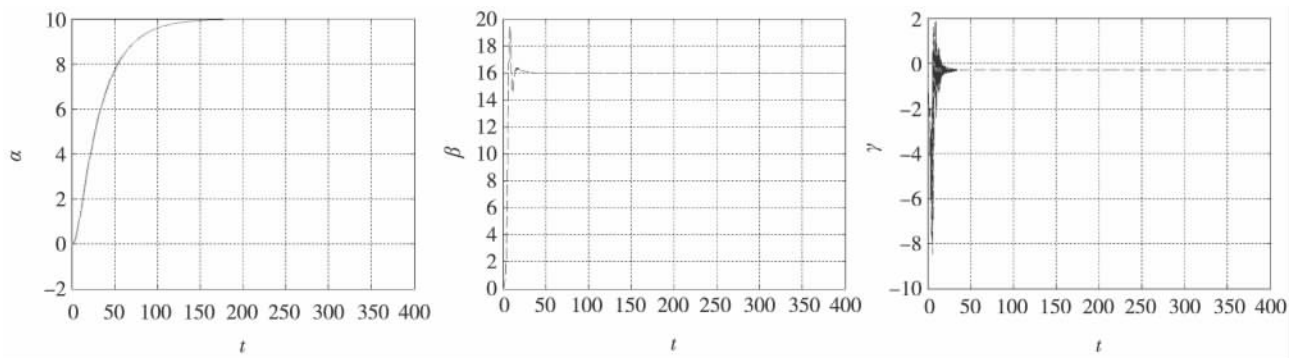


图3 参数 $\hat{\alpha}(t), \hat{\beta}(t), \hat{\gamma}(t)$ 的变化
Fig.3 Change of $\hat{\alpha}(t), \hat{\beta}(t), \hat{\gamma}(t)$

从图 1 可以看出: 系统 (2) 的相平面图是混沌的, 具有拟周期性; 从图 2 可以看出: 系统误差最终趋于 0; 从图 3 可以看出: 估计的参函数最终趋于初始值.

3 结论

本文讨论了利用自适应方法实现变形的 Chua's 电路的同步. 首先利用 Lyapunov 稳定性理论从理论上证明系统 (3) 能渐近跟踪系统 (2), 实现 2 个系统的同步; 然后利用 Matlab 软件进行实验仿真, 也证明了该设计方法是有效的.

参考文献

References

[1] Chua L O. The genesis of Chua's circuit [J]. Archiv Fur Elektronik und Ubertragungstechnik , 1992 , 46 (4) : 250-257
[2] Fujisaka H , Yamada T. Stability theory of synchronized motion in coupled-oscillator systems [J]. Progress of Theoretical Physics , 1983 , 69 (1) : 32-47
[3] Pecora L M , Carroll T L. Synchronization in chaotic sys-

tems [J]. Physical Review Letters , 1990 , 64 (8) : 821-824
[4] Rosenblum M G , Pikovsky A S , Kurths J. Phase synchronization of chaotic oscillators [J]. Physical Review Letters , 1996 , 76 (11) : 1804-1807
[5] Anishchenko V S , Vadivasova T E , Postnov D E , et al. Synchronization of chaos [J]. International Journal of Bifurcation and Chaos , 1992 , 2 (3) : 633-644
[6] Taherion S , Lai Y C. Observability of lag synchronization of coupled chaotic oscillators [J]. Physical Review E , 1999 , 59 (6) : 6247-6250
[7] Kocarev L , Parlitz U. Generalized synchronization , predictability , and equivalence of unidirectionally coupled dynamical systems [J]. Physical Review Letters , 1996 , 76 (11) : 1816-1819
[8] Tan X H , Zhang J Y , Yang Y R. Synchronization chaotic system using backstepping design [J]. Chaos , Solitons and Fractals , 2003 , 16 (1) : 37-45
[9] Huang D B. Adaptive feedback control algorithm [J]. Physical Review E , 2006 , 73 (6) : 1539-1555
[10] Yassen M T. Adaptive control and synchronization of a modified Chua's circuit system [J]. Applied Mathematics and Computation , 2003 , 135 (1) : 113-128
[11] 李伟峰 , 王中生 , 廖晓昕. 一个混沌电路的自适应同步 [J]. 华中科技大学学报: 自然科学版 , 2007 , 35 (8) : 74-76
LI Weifeng , WANG Zhongsheng , LIAO Xiaoxin. Adaptive

synchronization of a class of chaotic circuits [J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology: Nature Science Edition 2007 35(8): 74-76

[12] 廖晓昕. 稳定性的理论、方法和应用 [M]. 2 版. 武汉:

华中科技大学出版社 2010

LIAO Xiaoxin. Theory methods and application of stability [M]. 2rd Ed. Wuhan: Huazhong University of Science & Technology Press 2010

Adaptive synchronization of some modified smooth Chua's circuits

ZHOU Fang¹ ZHEN Fangxiong¹ ZHOU Guopeng²

1 Department of Mathematics and Statistics ,Xianning University ,Xianning 437100

2 Department of Electronics and Information Engineering ,Xianning University ,Xianning 437100

Abstract In this paper ,adaptive synchronization of one modified smooth Chua's circuits is discussed. When the parameter of the master system is unknown to that of the slave system ,an adaptive controller is designed to realize the synchronization of the two systems by using Lyapunov stability theorem and adaptive control method. The effectiveness of the controller is verified by Matlab simulation.

Key words Chua's circuits; adaptive control; synchronization; Lyapunov stability theorem