# 双基地天气雷达系统的有效照射体积

王振会<sup>12</sup> 吴迪<sup>12</sup> 王惠莹<sup>12</sup> 胡方超<sup>2</sup> 张培昌<sup>2</sup>

#### 摘要

根据"有效照射体"的基本概念,采 用微分理论来回避椭球面近似为平面的 假设 推导了双基地雷达系统有效照射 体积表达式,证明双基地雷达系统有效 照射体积与单基地雷达有效照射体积之 比值 V<sub>b</sub>/V<sub>m</sub> 在数值上等于双基地系统主 站极轴长度 R. 相对于半长轴长度 a 的 导数.有效照射体积数值计算结果与以 往相同 放宽了推导过程中的假设条件, 显得更加严谨、易懂.还给出了双基地雷 达系统各几何量( $\mu V_{\rm h}/V_{\rm m}$ 、 $R_{\rm t}$ 、主站共面 方位  $\Phi$ 、辅站极轴长度  $R_r$ 、辅站共面方位  $\Phi_x$  双基地角  $\beta$ ) 之间的一些关系式 ,分 析了在双基地雷达系统探测过程中有效 照射体积随有关量变化的特征,为双基 地偏振雷达系统天线控制、资料处理、旁 瓣影响分析、探测精度提高等提供理论 依据.

#### 关键词

双基地雷达;有效照射体积;微分 理论

中图分类号 P415.2 文献标志码 A

# 0 引言

双基地多普勒天气雷达系统可以直接而廉价测得三维矢量风 场,并有利于获得云结构特征,因此在大气探测领域越来越受到重 视.目前国内外对双基地多普勒天气雷达系统的研究越来越多.1993 年 NCAR 研制了第一部较实用的双基地天气雷达网<sup>[1-2]</sup>,并进行了外 场试验. De Elia 等<sup>[3]</sup>在利用这个系统做了几年的研究之后,对双(多) 基地天气雷达系统研究成果作了概括性的总结. Satoh 等<sup>[4]</sup>研究了双 基地天气雷达的测风精度,指出双基地天气雷达的测风精度主要与 双基地角有关.莫月琴等<sup>[5]</sup>推导出了小圆球形粒子群双基地雷达气 象方程,并对双基地雷达探测能力进行了分析.在结合双基地双偏振 多普勒雷达探测开展非球形粒子对雷达波的侧向散射特性研究<sup>[68]</sup> 的同时,"有效照射体积"的概念和有关理论在双基地雷达系统天线 控制、资料处理和分析应用中也很重要.

单部雷达"有效照射体积"的概念在文献[9]中有明确描述为由 雷达波束宽度和脉冲长度决定. 双基地雷达的有效照射体积(*V<sub>b</sub>*)在 文献[4-5,10]中都借助于单部雷达"有效照射体积 *V<sub>m</sub>*"和"双基地角 β"来描述:

$$V_{\rm b} = \frac{V_{\rm m}}{\cos^2(\beta/2)}.$$
 (1)

文献[10]在研究副瓣对双基地雷达系统测量的影响时,对式(1)进行了 详细的推导和说明,其中假设椭球面为平面,在此假设的前提下,才能 得到两椭球面在发射天线径向上的距离(文献[10]式 D5)为

$$b = \frac{c\tau}{2\cos^2(\beta/2)}.$$
 (2)

收稿日期 2011-04-25

资助项目 国家自然科学基金(40875016);教 育部高等学校博士学科点专项科研基金 (20060300002)

作者简介

王振会,男,教授,博士生导师,研究方向 为大气探测与大气摇感.eiap@nuist.edu.cn

- 1 南京信息工程大学 气象灾害省部共建教 育部重点实验室 南京 210044
- 2 南京信息工程大学 大气物理学院 南京, 210044

进而得到文献 [10]中的式 D6 即本文式(1).因为式(2) 是一个近似式, 给人感觉式(1) 也是近似的.此结果被文献 [4]引用,亦见文献 [5].文 献 [11]详细且系统地分析了双基地雷达系统,可能是由于其目的不在 气象应用领域,内容没有涉及"有效照射体积"的概念,但其对"距离分 辨力"的描述(文献 [11]104页)包含与式(2)相同的表达式.

本文根据双基地雷达系统"有效照射体"的基本概念,采用微分 求导的理论来回避上述假设,推导了双基地雷达系统有效照射体积 以及双基地雷达系统各几何量之间的关系表达式,并分析了在双基 地雷达系统探测过程中有效照射体积随有关量变化的特征,为双基

#### 1 双基地雷达有效照射体积的概念与表达式

所谓双基地雷达有效照射体积,就是在该体积 内各粒子的散射信号可以同时到达辅站接收天线, 即发射波从主站雷达到达辅站接收天线的时间为常 量,这意味着这些粒子要分布在以主站雷达和辅站 天线为焦点的椭圆(图1)绕基线(主站雷达和辅站 天线之连线 $\overline{oo_r}$ )旋转而成的椭球面上.图1中 $R_r$ 为 双基地系统主站径向距离 $R_r$ 为辅站径向距离.又由 于主站雷达发射脉冲宽度为 $\tau$ ,所以有效照射体积 是由以主站雷达和辅站天线为焦点、以

$$(R_{t} + R_{r}) = R$$
, (3)

和

$$(R_{t} + R_{r}) = R + c\tau \qquad (4)$$

为约束的两个椭圆经旋转而成的两椭球面之间的 "椭球壳"体积.式(4)中 c 为电磁波传播速度.

通常是只考虑主站雷达主波束(即忽略主站雷达旁瓣)且辅站接收天线为"宽波束"的情况,这样, 双基地系统有效照射体积V。由主站雷达主波束和 两椭球面所围成的区域决定.



#### 图1 双基地雷达系统有效照射体积

Fig. 1 Sketch of effective sampling volume for bistatic radar system

双基地角 β 在主站天线主轴和辅站天线主轴共 同构成的平面(又称双基地平面)内 ,是以目标为定 点、主站天线、辅站天线和目标连线之间的夹角 ,是主 站天线和辅站天线的共面方位角之差 即图 1 中

$$\beta = \Phi_{\rm r} - \Phi. \tag{5}$$

其中 Φ 和 Φ, 分别为主站和辅站天线的共面方位 角 根据文献[11] 有

$$\varphi = \cos^{-1}(\cos\phi\cos\theta)$$
,  
 $\varphi_{\rm r} = \cos^{-1}(\cos\phi_{\rm r}\cos\theta_{\rm r})$ .

WANG Zhenhui et al. Effective sampling volume for bistatic weather radar system.

其中: $\varphi_{\gamma}\theta$ 是主站天线方位和仰角, $\varphi_{r}_{\gamma}\theta_{r}$ 是辅站天线方位和仰角.

β 又是粒子的散射角,对于描述粒子侧向散射 特征非常重要<sup>[6-3]</sup>,但在双基地雷达系统主、辅站观 测工作的协调和资料处理中,用以主站天线为原点 的共面方位角和距离表示 V<sub>b</sub>,则更便于理解.

记图 1 中 $oo_r = 2f$  为椭圆焦距,也是双基地系统 两站之间的距离,又称系统基线长度. 椭圆半长轴、 半短轴长度分别记为  $a \ b$ ,由于要满足  $a^2 - b^2 = f^2$ , 所以  $a \ge f$ . 根据椭圆性质,旋转椭球面上任一点到  $O \ O_r$ 的距离之和为常数 2a 即

$$(R_{t} + R_{r}) = R = 2a.$$
 (6)

由(3)和(4) R 的最大值与最小值的差异为

$$\Delta R = 2a + c\tau - 2a = c\tau . \tag{7}$$

由式(6) 
$$式(7)$$
 中 $\Delta R = c\tau$ 相当于

$$\Delta a = (\Delta R_{\rm t} + \Delta R_{\rm r})/2 = c\tau/2.$$
 (8)

根据椭圆的极坐标方程,可得分别以 *O*、*O*,为极 点的主、辅站极坐标方程(图1)为

$$R_{t} = \frac{a^2 - f^2}{a - f \cos \phi} , \qquad (9)$$

$$R_{\rm r} = \frac{a^2 - f^2}{a + f \cos \phi_{\rm r}} , \qquad (10)$$

根据式(9)

$$\frac{\mathrm{d}R_{\mathrm{t}}}{\mathrm{d}a} = \frac{a^2 + f^2 - 2af\cos\phi}{\left(a - f\cos\phi\right)^2}.$$
 (11)

这样就有

$$\Delta R_{i} = \frac{\mathrm{d}R_{i}}{\mathrm{d}a} \Delta a = \frac{a^{2} + f^{2} - 2af\cos\phi}{\left(a - f\cos\phi\right)^{2}} c\tau/2.$$
(12)

单基地雷达的  $\Delta R_1 = c\tau/2$ (相当于式(12)中f = 0). 由图1,有效照射体积就是主站发射天线波束的横截 面积与  $\Delta R_1$ 之乘积,可见, $V_b$ 与 $V_m$ 之比值,就是双基 地雷达系统的  $\Delta R_i$ (式(12))与单基地雷达的  $\Delta R_i = c\tau/2$ 之比值,即

$$V_{\rm b} = V_{\rm m} \frac{\mathrm{d}R_{\rm t}}{\mathrm{d}a} = \frac{a^2 + f^2 - 2af\cos\phi}{(a - f\cos\phi)^2} V_{\rm m}.$$
 (13)

可以证明,式(13)和式(1)等同.

#### 2 结果讨论

在实际观测中,以主站天线共面方位( $\Phi$ )和发 射波径向传输距离( $R_1$ )作为基本参数比较方便,辅 站在任何时刻接收到的回波所对应的有效照射体积 的大小和空间位置就可以确定了,所需要的公式为 由式(9)、(6)、(10)分别得到的

$$a = 0.5(R_t + \sqrt{R_t^2 - 4R_t f \cos \phi + 4f^2}).$$
 (14)

### **南京信息 エビメ 学**学报:自然科学版 2012 A(2):139-144

Journal of Nanjing University of Information Science and Technology: Natural Science Edition 2012 4(2): 139-144

$$R_{\rm r} = 2a - R_{\rm t} \tag{15}$$

$$\phi_{\rm r} = \arccos\left(\frac{a^2 - f^2 - R_{\rm r}a}{R_{\rm r}f}\right)$$
(16)

和式(13).如果用式(1)计算比值  $V_{\rm b}/V_{\rm m}$  则 $\beta = \Phi_r - \Phi$ 即式(5).也可以按照图1中的三角形由  $2f_{\rm s}R_{\rm t}$ 、 $\Phi$ 和 $\beta$ 之间的关系解出.

下面用图形直接展示 2f = 60 km 情况下  $V_{\rm b}/V_{\rm m}$ 、 $R_{\rm t}$ 、 $\Phi$ 、 $R_{\rm r}$ 、 $\Phi_{\rm r}$ 、 $\beta$  等各量之间的一些关系 ,以及 2f = 20 km 情况下 5 km 等高面和 5°仰角 PPI(平面 位置显示) 面上  $V_{\rm b}/V_{\rm m}$  的分布特征.

2.1 主站固定方向发射时  $V_{\rm b}/V_{\rm m}$  与  $R_{\rm t}$  之间的关系

取  $\Phi = 60^{\circ}$ ,即主站向固定的方向发射,计算得 到  $a_{\Lambda}R_{r} \Phi_{r} \beta = V_{b}/V_{m} \pi R_{t}$ 之间的关系如图 2. 可见 a 随  $R_{t}$  增加而增加  $\Phi_{r} \pi \beta$  随  $R_{t}$  增加而减小并趋向 于不变. 注意  $R_{r}$  先随  $R_{t}$  增加而减小  $A = R_{t} = 30$  km 处达最小后随  $R_{t}$  增加而增加. 显然这 " $R_{r}$  存在最小 值",这一特征与  $\Phi$  的取值有关,代表从辅站到主站 发射电磁波射线的距离在垂足处最短.  $V_{b}/V_{m}$  从  $R_{t} = 0$  时为 4 开始随  $R_{t}$  增加而逐渐减小到 1.

# 2.2 在以主站为中心、半径为 R<sub>t</sub> 的球面上 ,V<sub>b</sub> / V<sub>m</sub> 与 Φ 之间的关系

取  $R_t = 80$  km ,以主站为中心、半径为  $R_t = 80$  km 的球面 ,足以将辅站罩在球内(注意 2f = 60 km).该 球面上  $\mu_{\lambda}R_r_{\lambda}\Phi_r_{\lambda}\beta$  和  $V_b/V_m$  与  $\Phi$  之间的关系计算 结果如图 3. 可见 , $a_{\lambda}R_r_{\lambda}\Phi_r$ 都随  $\Phi$  增大而增大 ,这 结合图 1 可以很容易理解.  $V_{\rm b}/V_{\rm m}$  在基线方向为 1, 在其他方位都大于 1,在  $\Phi$  大约 40°处,  $V_{\rm b}/V_{\rm m}$  和  $\beta$ 分别达最大 1.2 和 48°,此时  $a_{\rm s}R_{\rm r}$ 、 $\Phi_{\rm r}$ 分别为 67 km、52 km、89°.

如果以主站为中心的球面半径  $R_t$  小于 2f,不足 以将辅站罩在球内,则在 Φ = 0 处出现  $Φ_r = 180°$ ,同 时 β 接近于 180°( $V_b/V_m$ 非常大、趋向于无穷大),辅 站接受"前向散射",这在实际观测中应该是要避免 的. 随着 Φ 增大  $ρ_x R_r$ 逐渐增大  $β_x V_b/V_m$  逐渐减小. 这种情况如图 4. 图 4 是  $R_t = 45$  km 球面上的计算 结果.

 2.3 在给定 a 的旋转椭球面上 ,V<sub>b</sub> /V<sub>m</sub> 与 Φ 之间的 关系

在 *a* = 45 km( 满足 *a* > *f*) 的旋转椭球面上,*V*<sub>b</sub>/ *V*<sub>m</sub>、*R*<sub>t</sub>、*R*<sub>r</sub>、 $\Phi_r$ 、*β* 与 *Φ* 之间的关系如图 5. 可见,*R*<sub>t</sub> 随 *Φ* 增加而减小,*R*<sub>r</sub>、 $\Phi_r$  随 *Φ* 增加而增加,这结合图 1 可以很容易理解.*V*<sub>b</sub>/*V*<sub>m</sub> 在 *Φ* = 0 和 180°( 在基线及 其延长线上) 为 1 在其他方位都大于 1. *V*<sub>b</sub>/*V*<sub>m</sub> 和 *β* 分别有一最大值, 在 *Φ* 大约 50°处, 分别为 1.8 和 84°, 此时 *R*<sub>t</sub> = *R*<sub>r</sub> = 45 km,  $\Phi_r$  = 134°.

4 基线长度 2f = 20 km 时分别在 5 km 等高面上
 和主站仰角 5 度 PPI 面上的 V<sub>b</sub>/V<sub>m</sub>

主站和辅站分别位于图 6 中 A、B 两点,计算基 线长度 2f = 20 km 时分别在 5 km 等高面上和主站仰 角 5 度 PPI 面上的 V<sub>b</sub>/V<sub>m</sub>.



图 2 基线长 2f = 60 km、主站  $\Phi = 60^{\circ}$ 发射时  $\mu_{\lambda}R_{r}, \Phi_{r}, \beta(a) \subseteq V_{b}/V_{m}(b)$  和  $R_{t}$  之间的关系 Fig. 2 The features of a,  $R_{r}$ ,  $\Phi_{r}$ ,  $\beta(a)$  and  $V_{b}/V_{m}(b)$  as a function of  $R_{t}$  in case 2f = 60 km and the transmitting antenna is pointing in  $\Phi = 60^{\circ}$ 

WANG Zhenhui et al. Effective sampling volume for bistatic weather radar system.



图 3 基线长 2f = 60 km 时在以主站为中心、半径为  $R_t = 80$  km 的球面上  $\mu \ R_r \ \Phi_r \ \beta(a)$  和  $V_b / V_m(b)$  与  $\Phi$  之间的关系 Fig. 3 The features of a,  $R_r$ ,  $\Phi_r$ ,  $\beta(a)$  and  $V_b / V_m(b)$  as a function of  $\Phi$  on the

surface of sphere centered at the transmitting antenna with the radius of  $R_1 = 80$  km in case 2f = 60 km



图 4 基线长 2f = 60 km 时在以主站为中心、半径为  $R_t = 45 \text{ km}$  的球面上  $\mu \smallsetminus R_r \backsim \Phi_r \backsim \beta$ (a) 和  $V_b / V_m$ (b) 与  $\Phi$  之间的关系 Fig. 4 The features of a,  $R_r$ ,  $\Phi_r$ ,  $\beta$ (a) and  $V_b / V_m$ (b) as a function of  $\Phi$  on the surface of sphere centered at the transmitting antenna with the radius of  $R_r = 45 \text{ km}$  in case 2f = 60 km

5 km 等高面上的  $V_{\rm b}/V_{\rm m}$  结果如图 6a. 可见在两 天线之间因 $\beta$  最大而  $V_{\rm b}/V_{\rm m}$  值最大  $V_{\rm b}/V_{\rm m}$  随着 $\beta$  变 小而变小. 这与文献 [5] 的结论是一致的.

主站仰角 5° PPI 面上的 V<sub>b</sub>/V<sub>m</sub> 结果如图 6b. 主站天线以确定的仰角进行 PPI 扫描 ,最大 β 角出现 在主站及其辅站一侧,随着离开主站的距离增加而 减小.

3 结论

本文根据椭圆性质和极坐标方程,利用以主站

为极点的极坐标方程推导了双基地雷达系统有效照 射体积以及各几何量之间的关系表达式,并分析了 在双基地雷达系统探测过程中有效照射体积随有关 量变化的特征.

1) 双基地雷达系统有效照射体积与单基地雷达有效照射体积之比值,数值上等于双基地系统主站极轴长度 $R_{t}$ 相对于半长轴长度a的导数,即 $V_{b} = V \frac{dR_{t}}{dR_{t}} \frac{dR_{t}}{dR_{t}} = 1$ 是一致的.

$$\int_{m} \frac{1}{\mathrm{d}a} \cdot \frac{1}{\mathrm{d}a} = \frac{1}{\cos^{2}(\beta/2)} = 2$$

2) 任给距离为 2f 的双基地站以及实际观测中

肉京信息エビメ学学报: 自然科学版 2012 A(2): 139-144 Journal of Nanjing University of Information Science and Technology: Natural Science Edition 2012 A(2): 139-144



图 5 基线长 2f = 60 km 时在 a = 45 km 的旋转椭球面上  $R_t \ R_r \ \Phi_r \ \beta$ (a) 与  $V_b / V_m$ (b) 和  $\Phi$  之间的关系 Fig. 5 The features of  $R_t \ R_r \ \Phi_r \ \beta$ (a) and  $V_b / V_m$ (b) as a function of  $\Phi$  on the surface of rotating spheroid determined by the transmitting and receiving antennas with a = 45 km in case 2f = 60 km



图 6 基线长 2f = 20 km 时 V<sub>b</sub>/V<sub>m</sub> 在(a) 5 km 等高面上和(b) 主站仰角 5° PPI 面上的分布 Fig. 6 V<sub>b</sub>/V<sub>m</sub> distribution on 5 km height CAPPI (a) and on 5° elevation PPI determined by transmitting antenna (b) when 2f = 20 km

任意时刻的主站天线共面方位(*Φ*)和发射波径向传 输距离(*R*<sub>i</sub>),便可利用本文结果确定出辅站在此时 刻接收到的回波所对应的有效照射体积的大小和空 间位置.

3) 用图形讨论了  $V_{\rm b}/V_{\rm m}$ 、 $R_{\rm t}$ 、 $\Phi$ 、 $R_{\rm r}$ 、 $\Phi_{\rm r}$ 、 $\beta$  等各量 之间的关系.

## 参考文献

References

- [1] Wurman J ,Heckman S ,Boccippio D. A bistatic multiple– Doppler radar network [J]. Journal of Applied Meteorolo– gy ,1993 32 (12):1802-1814
- [2] Wurman J , Randall M , Burghart C. Bistatic radar networks [C]. 30th International Conference on Radar Meteorology Munich 2001: 130–133
- [3] De Elia R Zawadzki I. Optimal layout of a bistatic radar network [J]. Journal of Atmospheric and Oceanic Technology 2001 ,18(7): 1184–1194
- [4] Satoh S ,Wurman J. Accuracy of wind fields observed by a bistatic doppler radar network [J]. Journal of Atmospheric and Oceanic Technology 2003 20(8):1077-1091
- [5] 莫月琴,刘黎平,徐宝祥,等.双基地多普勒天气雷达 探测能力分析[J]. 气象学报 2005 63(6):994-1005
   MO Yueqin,LIU Liping,XU Baoxiang, et al. Detecting capability analysis on a bistatic Doppler radar network
   [J]. Acta Meteorologica Sinica 2005 63(6):994-1005
- 【6】张培昌 殷秀良.小旋转椭球粒子群的微波散射特性
  [J]. 气象学报 2000 58(2):248-253
  ZHANG Peichang, YIN Xiuliang. Characteristics of microwave scattering for groups of small rotating spheroid particles
  [J]. Acta Meteorologica Sinica, 2000, 58(2): 248-253
- [7] 胡方超, 汪振会, 陈钟荣. 小旋转椭球粒子群轴向呈正 态分布时的散射特性[J]. 高原气象, 2005, 24(6): 948-955

HU Fangchao ,WANG Zhenhui ,CHEN Zhongrong. Scattering properties of poly-disperse small spheroid particles under normal distribution of their rotatory axes [J]. Plateau Meteorology 2005 24( 6) :948-955

[8] 杨通晓, 王振会, 张培昌, 等. 椭球雨滴群旋转轴取向 对双线偏振多普勒雷达参量影响的计算分析[J]. 高 原气象 2009 28(5):997-1005

王振会 筹. 双基地天气雷达系统的有效照射体积

WANG Zhenhui et al. Effective sampling volume for bistatic weather radar system.

YANG Tongxiao ,WANG Zhenhui ,ZHANG Peichang ,et al. Effects of axial orientations of rotating spheroidal rain– drops on polarimetric measurements of dual-polarization radar [J]. Plateau Meteorology 2009 28(5):997–1005

- [9] 张培昌 杜秉玉 戴铁丕. 雷达气象学 [M]. 北京: 气象 出版社 2001: 78
   ZHANG Peichang DU Bingyu ,DAI Tiepi. Radar meteorology [M]. Beijing: China Meteorological Press 2001: 78
- [10] De Elia R and Zawadzki I. Sidelobe contamination in bistatic radars [J]. Journal of Atmospheric and Oceanic Technology 2000 J7: 1313-1329
- [11] 杨振起 涨永顺 骆永军.双(多)基地雷达系统[M]. 北京:国防工业出版社,1998:289 YANG Zhenqi ZHANG Yongshun,LUO Yongjun. Bistatic (multistatic) radar systems[M]. Beijing: National Defense Industry Press,1998:289

# Effective sampling volume for bistatic weather radar system

WANG Zhenhui<sup>1,2</sup> WU Di<sup>1,2</sup> WANG Huiying<sup>1,2</sup> HU Fangchao<sup>2</sup> ZHANG Peichang<sup>2</sup>

1 Key Laboratory of Meteorological Disaster of Ministry of Education ,

Nanjing University of Information Science & Technology Nanjing 210044

2 School of Atmospheric Physics Nanjing University of Information Science & Technology 210044

Abstract In order to avoid the approximation of spheroid surface as flat plane in calculation of sampling volume, the differential theory is applied to derive the expression of effective sampling volume for bistatic weather radar system. It is proved that the ratio of the bistatic resolution volume to the monostatic resolution volume or  $V_b/V_m$ , numerically equals the derivative of the polar axis length ( $R_i$ ) to the semi-major axis length (a) in the bistatic radar system. Though the result from numerical calculation for sampling volume is the same as that from references approximations performed to obtain the expressions between the geometric elements for bistatic polarization radar system such as the ratio  $V_b/V_m$  the radius  $R_i$  and co-plane azimuth  $\Phi$  for the transmitter the radius  $R_i$  and co-plane azimuth  $\Phi_i$  for the receiver and the bistatic angle  $\beta$  are obtained. The features of effective sampling volume variation with the related geometric elements are analyzed. The results provide a theoretical base for bistatic polarization weather radar antenna control data processing sidelobe contamination elimination and detecting accuracy improvement.

Key words bistatic polarization radar; effective sampling volume; differential theory