

# 仿人机器人的可变 ZMP 步态规划

张颖超<sup>1</sup> 葛壮<sup>1</sup> 胡凯<sup>1</sup>

## 摘要

为使仿人机器人能够稳定地行走,基于三维倒立摆模型,采用了可变 ZMP (Zero-Moment Point) 来进行仿人机器人的步态规划. 在单脚支撑期依据可变 ZMP 来规划 COG (Center of Gravity) 的轨迹,在双脚支撑期内则让 ZMP 保持低速匀速运动,由此来规划此时间段的 COG 轨迹. 仿真结果验证了规划的合理性,保证了更强的稳定性,并且使得采用此规划的仿人机器人的行走和人类的行走更加相似.

## 关键词

仿人机器人;可变 ZMP;三维倒立摆

中图分类号 TP242.6

文献标志码 A

## 0 引言

仿人机器人可以很容易越过轮式和履带式机器人无法越过的障碍,而且仿人机器人的外形也很容易被大众接受,但是对仿人机器人的研究还是比较困难的,难点在于步态规划问题. 很多学者已经提出过许多的策略方法<sup>[1-5]</sup>,运用 Vukobratovic 等<sup>[6]</sup>首先提出的 ZMP (Zero-Moment Point) 稳定判据,可以使用 ZMP 的力矩为零的关系对仿人机器人进行动态步行规划. 基于 ZMP 稳定判据,步态规划与控制的方法都已得到迅速发展<sup>[7-11]</sup>.

迄今为止,仿人机器人和双脚行走机器人的发展已经取得了辉煌的成就,如日本 Honda 公司的 ASIMO 机器人,日本 Tokyo University 的 HRP 系列机器人,日本 Waseda University 的 WABIAN 机器人等,但是这些仿人机器人的 ZMP 基本上都是固定在仿人机器人脚底的某个固定点,这导致了仿人机器人的行走比较呆板,缺少灵活性,与人类的行走差距比较大. 实际上,人类和仿人机器人在行走时,ZMP 在稳定多边形内是不断移动的,那样会使得仿人机器人能够像人类那样自然灵活,所以本文采用可变 ZMP 来规划仿人机器人的行走<sup>[9]</sup>.

在文献[9]中,按线性变化 ZMP 方法确实可以改善仿人机器人的步态,但这样线性化 ZMP 轨迹也不尽合理. 首先,在双脚支撑期,ZMP 运动的速度也比较大,在仿人机器人双脚交替的时候会增加仿人机器人不稳定性;其次,在单脚支撑期时,先进行减速再进行加速,使得仿人机器人在初始和结束时的速度都最大,即在换脚前后速度最大,不利于仿人机器人的稳定控制. 本文针对这 2 点进行改进,使得仿人机器人在行走时更像人类的行走,并在实验中得到预期的效果.

## 1 仿人机器人的步态规划

### 1.1 基于三维线性倒立摆建模

为了能形象直观地说明,本文采用了三维倒立摆<sup>[12]</sup>模型:将仿人机器人近似为一个集中了所有质量的点(即质心,COG)和一个连接 COG 与支撑点  $O$ ,可以伸缩的无质量的腿两部分组成的倒立摆,如图 1 所示. 在这个模型中就把仿人机器人简化为一个质心,该质心的运动就代表了仿人机器人的运动;又因为在  $Z$  方向上的位置设定为  $Z_{\text{cog}}$  之后,质心在  $X$ 、 $Y$  方向上的运动都只与该方向上运动分量有关,所以这样的倒立摆也称为三维线性倒立摆.

收稿日期 2011-03-11

资助项目 江苏省产学研联合创新资金 (BY-2009104);南京信息工程大学科研基金 (2007-0063)

## 作者简介

张颖超,男,教授,博士生导师,主要研究复杂系统建模与仿真、自动化与信息技术、嵌入式技术等. zyc@nuist.edu.cn

<sup>1</sup> 南京信息工程大学 信息与控制学院,南京,210044

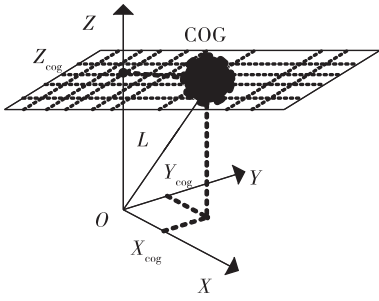


图1 三维倒立摆

Fig. 1 3D-Inverted Pendulum

图1中的COG是仿人机器人的质心,代表了仿人机器人,该质心的质量为仿人机器人的质量,其坐标为  $\mathbf{P}_{\text{cog}} = [x_{\text{cog}}, y_{\text{cog}}, z_{\text{cog}}]^T$ . COG通过一个可以伸缩的连杆  $r$  连接到支撑点(在图1中为原点)处,连杆的长度与其受力大小成正比,COG可以在三维坐标中任意移动.假设质心COG在仿人机器人正常步行时在  $Z$  方向的大小  $Z_{\text{cog}}$  固定不变,即  $\ddot{z}_{\text{cog}} = 0$ . 记ZMP的坐标为  $\mathbf{P}_{\text{zmp}} = [x_{\text{zmp}}, y_{\text{zmp}}, z_{\text{zmp}}]^T$ ,由ZMP点的合力矩为零可得

$$\ddot{\mathbf{P}}_{\text{cog}} = \begin{bmatrix} \ddot{x}_{\text{cog}} \\ \ddot{y}_{\text{cog}} \\ \ddot{z}_{\text{cog}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega^2(x_{\text{cog}} - x_{\text{zmp}}) \\ \omega^2(y_{\text{cog}} - y_{\text{zmp}}) \\ 0 \end{bmatrix} = \omega^2[\mathbf{P}_{\text{cog}} - \mathbf{P}_{\text{zmp}}], \quad (1)$$

式(1)中  $\omega = \sqrt{g/Z_{\text{cog}}}$ ,可得COG在  $X$  方向上的微分运动方程

$$\ddot{x}_{\text{cog}}(t) = \omega^2[x_{\text{cog}}(t) - x_{\text{zmp}}(t)]. \quad (2)$$

## 1.2 基于线性变化 ZMP 的步态规划

本文的步态规划分为如下几个阶段:起步阶段、单脚支撑阶段和双脚支撑阶段,如图2所示.本文对ZMP的变化轨迹进行了如下的规划.

1) 在双脚支撑期时,ZMP在此时从一只脚切换到另外一只脚,本文规划此时ZMP匀速运动,速度为  $v_0$ ;

2) 在单脚支撑期,ZMP在脚底移动,如图3所示.区域  $ABCD$  为脚底,本文ZMP被设定在稳定区域  $abcd$  里,从而保证了稳定性,其中  $l_s$  为脚长,  $l_{\text{szmp}}$  为ZMP移动的长度,  $\Delta d_x$  为  $X$  方向上的稳定量.对ZMP位移  $S_{\text{zmp}}$  的规划轨迹如图4所示,轨迹方程为

$$x_{\text{zmp}}(t) = -\frac{v_{\text{max}} - v_0}{t_{\text{sa}}} \times \left( \frac{1}{3}t^3 - t_{\text{sa}} \times t^2 + t_{\text{sa}}^2 \times t \right) + v_{\text{max}} \times t, \quad t \in [0, T_s]. \quad (3)$$

式(3)中,  $v_{\text{max}}$  是单脚支撑期里COG的最大速度,  $t_{\text{sa}}$  为COG在单脚支撑期内加速运动的时间.

### 1.2.1 起步阶段

起步阶段如图2所示的  $AB$  段.此阶段ZMP在脚底匀加速运动,从  $A$  点开始至  $B$  点结束,ZMP的速度由0加速到  $v_0$ ,所用时间为  $t_{a_0}$ ,COG的位移为  $s_0$ ,COG的轨迹方程为

$$s_0 = \frac{1}{2}a_0 t^2, \quad t \in [0, t_{a_0}]. \quad (4)$$

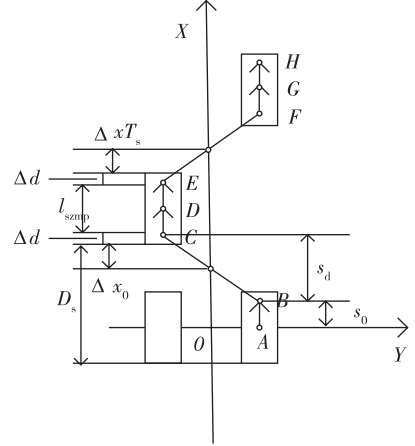


图2 仿人机器人的步行规划

Fig. 2 Walking pattern synthesis of humanoid robot

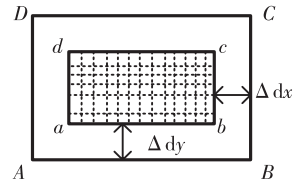


图3 ZMP 的稳定区域

Fig. 3 Stable area of ZMP

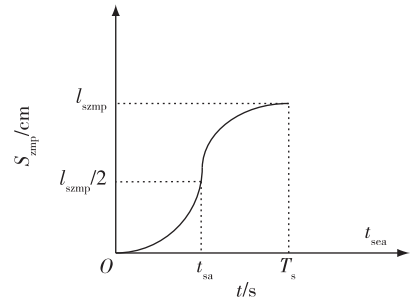


图4 单脚支撑期 ZMP 轨迹规划

Fig. 4 Design of ZMP trajectory in single leg support phase

### 1.2.2 单脚支撑期

单脚支撑期如图2所示的  $CE$  段.在此阶段,ZMP的轨迹如式(4),质心的速度由  $v_0$  开始加速,在  $D$  点的速度达到最大  $v_{\text{max}}$ ,所用时间为  $T_s$ ,规划条件

为  $x_{\text{cog}}(0) = -\Delta x_0, x_{\text{cog}}(0) = l_{\text{szmp}} + \Delta x_{T_s}, v_{\text{cog}}(0) = v_0, v_{\text{cog}}(t_{\text{sa}}) = v_{\text{max}}, v_{\text{cog}}(T_s) = v_0$ . 代入式(2)求微分方程可得

$$x_{\text{cog}}(t) = -\frac{v_{\text{max}} - v_0}{t_{\text{sa}}} \times \left( \frac{1}{3}t^3 - t_{\text{sa}} \times t^2 + t_{\text{sa}}^2 \times t \right) + v_{\text{max}} \times t + \frac{1}{\sinh(\omega T_s)} \{ \Delta x_{T_s} \times \sinh(\omega t) + \Delta x_0 \times \sinh[\omega(t - T_s)] \}, t \in [0, T_s]. \quad (5)$$

### 1.2.3 双脚支撑期

双脚支撑期如图2所示的BC和EF段. 在此阶段,ZMP的运动看作匀速运动,速度大小为  $v_0$ ,所用时间为  $T_d$ ,位移为  $s_d$ ,COG的方程如下:

$$s_d = v_0 \times t, \quad t \in [0, T_d]. \quad (6)$$

## 2 仿真及实验结果

对式(5)、(6)的一阶导数和二阶导数分别进行仿真计算即可得到对应的位移、速度和加速度曲线,如图5—7. 从图7中可以看出仿人机器人在进入正常的步行状态之后,每次都是先从一个很小的速度  $v_0$  加速到  $v_{\text{max}}$ ,再从  $v_{\text{max}}$  减速到  $v_0$ ,然后进入双脚支撑期,此时ZMP从与地面接触的那只脚转移到行走的那只脚上,2只脚相互交替行走需要用很小的速度移动来保证仿人机器人的COG能够稳定的运动. 在刚进入单脚支撑期时,产生了一个瞬时加速度,其最大值为  $62.5 \text{ mm/s}^2$ ,由于机器人本身质量不大,在实验中通过L298n芯片控制步进电机很容易就能实现这个瞬时较大的加速度,之后只要提供速度逐渐降低的速度脉冲即可实现控制机器人稳定行走.

仿真计算所用参数如下:  $D_s = 200 \text{ mm}, l_s = 140 \text{ mm}, \Delta d_x = 10 \text{ mm}, \Delta x_0 = \Delta x_{T_s} = 20 \text{ mm}, T_s = 4 \text{ s}, t_{\text{sa}} = 2 \text{ s}, T_d = 1 \text{ s}, g = 9.8 \text{ N/mm}^2$ . 其中,  $D_s$  为单脚支撑期内COG的位移,即步长;  $\Delta x_0$  是单脚支撑期开始时COG与脚掌之间的距离,  $\Delta x_{T_s}$  是单脚支撑期结束时COG与脚掌之间的距离.

## 3 结束语

本文主要通过研究ZMP的轨迹来规划COG的轨迹从而规划仿人机器人的步态. 文中提出的ZMP规划轨迹,使得仿人机器人在抬脚和落脚时速度很小,确保抬脚和落脚的稳定性,在行走中先加速再减速提高行走速度,双腿交替时速度很低,也提高了仿人机器人的整体稳定性. 本文的规划在保证稳定性的前提下,使得仿人机器人的行走和人类的行走更加近似.

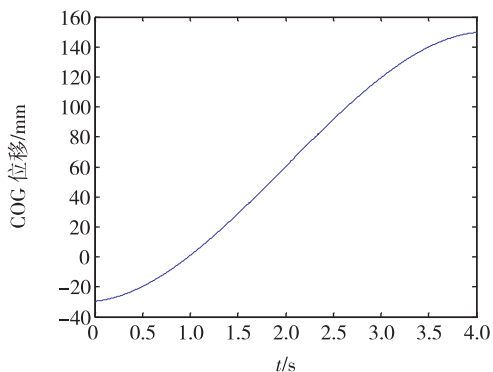


图5 单脚支撑期COG位移轨迹

Fig. 5 Trajectory of ZMP displacement in single leg support phase

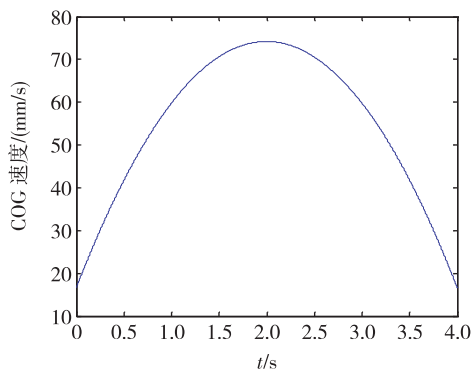


图6 单脚支撑期COG速度轨迹

Fig. 6 Trajectory of ZMP velocity in single leg support phase

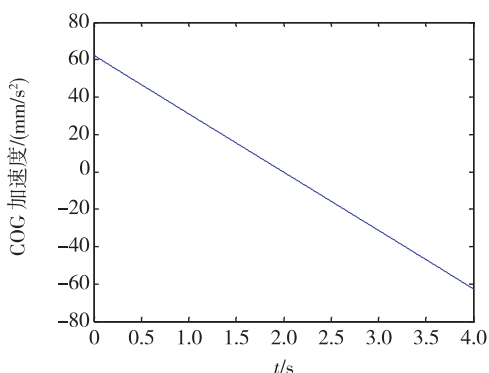


图7 单脚支撑期COG加速度轨迹

Fig. 7 Trajectory of ZMP acceleration in single leg support phase

## 参考文献

### References

[1] Miyazaki F, Arimoto S. A control theoretic study on dy-

- namical biped locomotion [J]. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 1980, 102(4):233-239
- [ 2 ] Sano A, Furusho J. 3D dynamic walking of biped locomotion robot in consideration of angular momentum [J]. Transactions of the Society of Instrument and Control Engineers, 1990, 26(4):459-466
- [ 3 ] Goswami A, Kalleem V. Rate of change of angular momentum and balance maintenance of biped robots [C] // Proceedings of the 2004 IEEE International Conference on Robotics & Automation, 2004:3785-3790
- [ 4 ] Kajita S, Tani K, Kobayashi A. Dynamic walk control of a biped robot along the potential energy conserving orbit [J]. IEEE International Workshop on Intelligent Robots and Systems, 1990, 2:789-794
- [ 5 ] Kajita S, Kanehiro F, Kaneko K, et al. A real time pattern generator for biped walking [C] // Proceedings of the 2002 IEEE International Conference on Robotics & Automation, 2002:31-37
- [ 6 ] Vukobratovic M, Stepanenko J. On the stability of anthropomorphic system [J]. Mathematical Biosciences, 1972, 15(1/2):1-37
- [ 7 ] Takanishi, Ishida, Yamazaki, et al. Realization of dynamic walking on biped locomotion robot WL-10RD [J]. Journal of Robotic Society of Japan, 1985, 3(4):67-78
- [ 8 ] Hirai K, Hirose M, Haikawa Y, et al. The development of Honda humanoid robot [C] // Proceedings of the 1998 IEEE International Conference on Robotics & Automation, 1998:1321-1326
- [ 9 ] Zhu C, Tomizawa Y, Luo X, et al. Biped walking with variable ZMP, frictional constraint, and inverted pendulum model [C] // IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics, 2004:425-430
- [ 10 ] Erbatur K, Kurt O. Natural ZMP trajectories for biped robot reference generation [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2009, 56(3):835-845
- [ 11 ] Kajima H, Doi M, Hasegawa Y, et al. A study on a brachiation controller for a multi-locomotion robot-realization of smooth continuous brachiation [J]. Advanced Robotics, 2004, 18(10):1025-1038
- [ 12 ] 梶田秀司. 仿人机器人 [M]. 北京:清华大学出版社, 2007.  
Shuuji Kajita. Humanoid robots [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2007

## A new walking pattern synthesis with variable ZMP of humanoid robot

ZHANG Yingchao<sup>1</sup> GE Zhuang<sup>1</sup> HU Kai<sup>1</sup>

<sup>1</sup> School of Information and Cybernetics, Nanjing University of Information Science & Technology, Nanjing 210044

**Abstract** Based on the 3D Inverted Pendulum model, a new walking pattern synthesis was proposed, which can make a humanoid robot walk smoothly by variable ZMP (Zero-Moment Point). By the new way, in the single leg support phase, the COG (Center of Gravity) trajectory equation of the humanoid robot can be deduced through the variable ZMP; while in the double leg support phase, the COG trajectory can be deduced by the ZMP moving at a lower constant velocity. Simulation results verifies the proposed method, which can guarantee a relatively high stability. And the humanoid robot in this walking pattern can walk more smoothly, and in a more similar way to human walking.

**Key words** humanoid robot; variable ZMP; 3D Inverted Pendulum