

# 相关性对 BLAST 系统信道容量性能的影响

张唯希<sup>1</sup> 周杰<sup>1</sup>

## 摘要

贝尔实验室分层空-时 (Bell Labs Layered Space-Time, BLAST) 通信系统相比其他的通信系统具有更高的频谱效率, 能有效地提高系统信道容量. 利用指数相关矩阵和均匀相关矩阵模型, 分析比较了相关信道下 BLAST 系统的信道容量, 并利用 Matlab 进行仿真. 仿真结果表明: 利用指数相关矩阵模型, BLAST 系统可以获得更好的系统性能; 在天线数目较小或信噪比较高时, 两模型具有较高的近似度.

## 关键词

贝尔实验室分层空-时码; 信道容量; 相关性

中图分类号 TN929.53

文献标志码 A

## 0 引言

贝尔实验室分层空-时 (BLAST) 技术是一个新兴的研究领域, 是由 Bell 实验室首次提出, 在发送端和接收端用多天线实现的高速率无线传输通信结构, 可以有效地提高系统信道容量, 其应用于诸如室内无线局域网、固定无线接入网、建筑物间的无线通信等领域. 主要有两种结构: D-BLAST (Diagonal Bell Labs Layered Space-Time) 和 V-BLAST (Vertical Bell Labs Layered Space-Time), 前者性能比后者好, 但其复杂度较后者高<sup>[1-2]</sup>.

现实环境中, 由于传播信道的复杂性, 使得信道间存在着相关性, 再加上一些未知的干扰, 这些因素从很大程度上影响了 BLAST 系统的性能<sup>[3]</sup>. 本文利用指数相关矩阵和均匀相关矩阵模型, 研究了 BLAST 系统的信道容量, 分析得出了估算信道容量的公式, 用来验证模型的有效性. 仿真分析结果证明: 在两种模型下, 相关性的增加意味着信噪比的减小; 利用指数相关矩阵模型, BLAST 系统可以获得更好的系统性能; 在天线数目较小或信噪比较高时, 两模型具有较高的近似度.

## 1 BLAST 系统信道容量

图 1 表示一个具有  $N_t$  副发射天线和  $N_r$  副接收天线的 BLAST 系统.

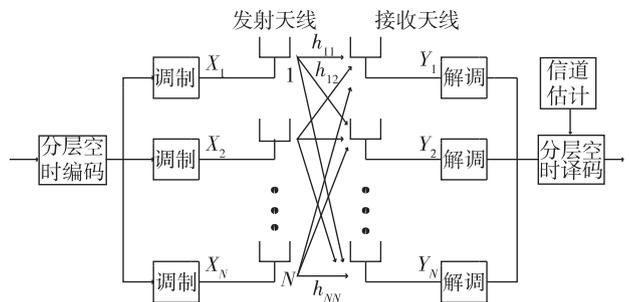


图 1  $N$  副发射和接收天线的 BLAST 系统结构框

Fig. 1 BLAST architecture with  $N$  pairs of transmitting and receiving antenna

这里假设  $N_t = N_r = N$ , 即发射天线和接收天线均为  $N$  副. 对于一个  $N \times N$  维的白高斯噪声信道, BLAST 系统的信道容量为

$$C = \log_2 \det(\mathbf{I} + (\rho/N) \cdot \mathbf{H} \cdot \mathbf{H}^+). \quad (1)$$

收稿日期 2010-09-14

资助项目 教育部留学基金委启动项目 (教外司留 [2007]1108); 江苏省高校自然科学基金计划 (08KJB510009)

## 作者简介

张唯希, 男, 硕士生, 研究方向为无线通信. zwx\_chris@163.com.

周杰 (通信作者), 男, 教授, 博导, 主要从事移动通信的研究. zhoujie@nuist.edu.cn.

<sup>1</sup> 南京信息工程大学 电子与信息工程学院, 南京 210044

其中:  $N$  表示发射与接收天线数目;  $\rho$  表示平均信噪比;  $\mathbf{I}$  表示单位矩阵;  $\mathbf{H}$  表示一个归一化信道矩阵;  $\mathbf{H}^+$  表示  $\mathbf{H}$  的共轭转置. 这里  $\mathbf{H}$  中的元素  $h_{ij}$  满足以下归一化情况:

$$\sum_{i,j=1}^N |h_{ij}|^2 = N. \quad (2)$$

当所有的平行信道独立且  $\mathbf{H} = \mathbf{I}$  则  $\rho/N$  表示每个接收分支的信噪比.

为了有效地研究相关性的影响, 不考虑接收功率不相等的情况, 即:

$$\sigma_i \stackrel{\text{def}}{=} \sum_j |h_{ij}|^2 = 1. \quad (3)$$

换句话说  $N$  副接收天线的接收功率是相等的. 由式(3) 可将式(1) 简化为<sup>[4]</sup>

$$C = \log_2 \det \left( \mathbf{I} + \frac{\rho}{N} \mathbf{R} \right). \quad (4)$$

其中  $\mathbf{R}$  表示归一化信道相关矩阵, 它的元素  $r_{ij}$  满足以下条件:

$$r_{ij} = \frac{1}{\sqrt{\sigma_i \sigma_j}} \sum_k h_{ik} h_{jk}^* = \sum_k h_{ik} h_{jk}^*, \quad |r_{ij}| \leq 1. \quad (5)$$

由于接收功率相同, 所以由式(4) 得出  $r_{ij} = r_{ji}^*$ .

实际上, 信道是随机的, 信道容量也是随机的. 因此要考虑的是平均值, 或者叫遍历容量. 公式为

$$C = E \left[ \log_2 \det \left( \mathbf{I} + \frac{\rho}{N} \cdot \mathbf{H} \cdot \mathbf{H}^+ \right) \right]. \quad (6)$$

根据 Jensen 不等式和  $\log_2 |\cdot|$  的限制<sup>[5]</sup>, 式(6) 中的平均容量被限制为

$$\bar{C} = \log_2 \det \left( \mathbf{I} + \frac{\rho}{N} E[\mathbf{H} \cdot \mathbf{H}^+] \right). \quad (7)$$

将式(4) 中行列式下的矩阵用  $\mathbf{Z}$  表示, 得

$$\det(\mathbf{Z}) = \left( 1 + \frac{\rho}{N} \right)^N \Delta_N. \quad (8)$$

其中,

$$\Delta_N = \det \begin{bmatrix} 1 & \beta r_{12} & \beta r_{13} & \cdots & \beta r_{1N} \\ \beta r_{12}^* & 1 & \beta r_{23} & \cdots & \beta r_{2N} \\ \beta r_{13}^* & \beta r_{23}^* & 1 & \cdots & \beta r_{3N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \beta r_{1N}^* & \beta r_{2N}^* & \beta r_{3N}^* & \cdots & 1 \end{bmatrix}, \quad (9)$$

这里, “\*” 表示复共轭,  $\beta = \frac{\rho}{N} \left( 1 + \frac{\rho}{N} \right)^{-1}$ .

因此, BLAST 系统的信道容量可以表示为

$$C = N \cdot \log_2 \left( 1 + \frac{\rho}{N} \right) + \log_2 \Delta_N. \quad (10)$$

式(10) 中  $N \cdot \log_2 \left( 1 + \frac{\rho}{N} \right)$  表示 BLAST 系统  $N$  条平行独立信道的容量,  $\log_2 \Delta_N$  表示信道间的相关性对信道容量的影响度, 因为  $0 \leq \Delta_N \leq 1$ , 所以  $\log_2 \Delta_N \leq 0$ . 对于较高的信噪比 ( $\rho/N \gg 1$ )  $\beta \approx 1$ , 此时  $\Delta_N$  的大小只取决于相关矩阵. 事实上,  $\Delta_N$  是一个格莱姆行列式<sup>[6]</sup>, 因此, 为了估计出相关信道下 BLAST 系统的信道容量, 必须计算出  $\Delta_N$ .

## 2 指数相关矩阵模型

在指数相关矩阵模型中,  $\mathbf{R}$  的元素  $r_{ij}$  可表示为<sup>[7]</sup>

$$r_{ij} = \begin{cases} r^{j-i}, & i \leq j, \\ r_{ji}^*, & i > j; \end{cases} \quad |r| \leq 1, \quad \text{Im}[r] = 0. \quad (11)$$

这里的  $r$  表示相邻接收天线间的相关性.

将式(11) 代入式(9), 经过一系列行列式变换, 可以得到:

$$\Delta_N = \det \begin{bmatrix} 1 - \beta |r|^2 & (\beta - 1)r & 0 & \cdots & 0 \\ \beta r^* m & 1 - \beta |r|^2 & (\beta - 1)r & \cdots & 0 \\ \beta (r^*)^2 m & \beta r^* m & 1 - \beta |r|^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \beta (r^*)^{n-1} & \beta (r^*)^{n-2} & \beta (r^*)^{n-3} & \cdots & 1 \end{bmatrix}. \quad (12)$$

式(12) 中  $m = 1 - |r|^2$ . 由式(12) 知, 当具有高信噪比 ( $\rho/N \gg 1$ ) 且  $1 - \beta \ll 1$  时, 可以得到一个简单的闭型递归公式. 此时  $\Delta_N$  值的大小主要取决于主对角线上的元素, 故  $\Delta_N \approx (1 - \beta |r|^2)^{N-1}$ . 从而可以得到指数相关矩阵模型下 BLAST 系统信道容量近似公式:

$$C \approx N \cdot \log_2 \left( 1 + \frac{\rho}{N} (1 - |r|^2) \right) + \log_2 \left( \frac{1 + \frac{\rho}{N}}{1 + \frac{\rho}{N} (1 - |r|^2)} \right). \quad (13)$$

对于  $N \gg 1$ ,  $r < 1$ , 可以得出:

$$C \approx N \cdot \log_2 \left( 1 + \frac{\rho}{N} (1 - |r|^2) \right). \quad (14)$$

如果  $N \rightarrow \infty$ , 由式(14) 得:

$$C_\infty \approx \frac{\rho}{\ln 2} (1 - |r|^2). \quad (15)$$

当  $r=0$  时, 式(14) 和式(15) 可以简写为

$$C \approx N \cdot \log_2 \left( 1 + \frac{\rho}{N} \right), \quad C_\infty \approx \frac{\rho}{\ln 2}. \quad (16)$$

比较式(14)、(15)和(16),可以看出相关性对系统容量的影响等价于系统信噪比的减小.

### 3 均匀相关矩阵模型

类似于指数相关矩阵模型,在此模型中  $\mathbf{R}$  的元素  $r_{ij}$  如下表示<sup>[8]</sup>:

$$r_{ij} = \begin{cases} r, & i \neq j, \\ 1, & i = j, \end{cases} \quad |r| \leq 1, \quad \text{Im}[r] = 0. \quad (17)$$

这里的  $r$  表示相邻接收天线间的相关性.

将式(17)代入式(9),经过一系列的行列式变换,可以得到均匀相关矩阵模型下 BLAST 系统信道容量近似公式<sup>[9]</sup>:

$$C \approx N \cdot \log_2 \left( 1 + \frac{\rho}{N} (1-r) \right) + \log_2 \left( 1 + \rho \cdot r \cdot \left( 1 + \frac{\rho}{N} (1-r) \right)^{-1} \right). \quad (18)$$

对于  $N \gg 1$ ,  $r < 1$ , 可以得出:

$$C \approx N \cdot \log_2 \left( 1 + \frac{\rho}{N} (1-r) \right). \quad (19)$$

如果  $N \rightarrow \infty$ , 由式(19)得出:

$$C_\infty \approx \frac{\rho(1-r)}{\ln 2}. \quad (20)$$

当  $r=0$  时,式(19)和式(20)可以简写为

$$C \approx N \cdot \log_2 \left( 1 + \frac{\rho}{N} \right), \quad C_\infty \approx \frac{\rho}{\ln 2}. \quad (21)$$

类似指数相关矩阵模型,比较式(19)、(20)和(21),可以看出相关性对系统容量的影响等价于系统信噪比的减小.

### 4 仿真结果与分析

利用式(13)和(18),取  $\rho = 30$  dB,分别取  $N = 10$ ,  $N = 50$ ,  $N = 100$ ,画出 BLAST 系统容量  $C$  随  $r$  变化而变化的曲线(图2).从图2可以看出,随着  $r$  的增加,系统容量随之下降.在相同条件下,BLAST 系统容量与天线数目呈线性关系,天线数目越多,系统容量就越高.在一定条件下,指数相关矩阵模型比均匀相关矩阵模型具有更高的信道容量.在  $0 < r < 0.8$  区间内,系统容量下降得比较缓慢,但在  $0.8 < r < 1$  这个区间内,系统容量下降得相当明显.其次,在天线数目较小时,两模型下的系统具有相近的信道容量.

利用式(13)和(18),取  $\rho = 40$  dB,分别取  $N = 10$ ,  $N = 50$ ,  $N = 100$ ,画出 BLAST 系统容量  $C$  随  $r$  变化而变化的曲线(图3).从图3可以看出,随着  $r$  的增加,系统容量随之下降.在相同条件下,BLAST 系

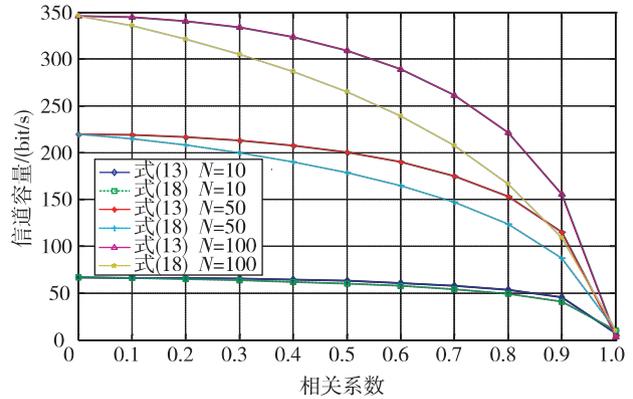


图2 BLAST 系统信道容量( $\rho = 30$  dB)

Fig. 2 Channel capacity of BLAST architecture( $\rho = 30$  dB)

统容量与天线数目呈线性关系,即天线数目越多,系统容量就越高,反之亦然.在一定条件下,指数相关矩阵模型比均匀相关矩阵模型具有较高的信道容量,在  $0.9 < r < 1$  这个区间内,系统容量下降得相当明显.其次,在天线数目较小时,两模型具有较高的近似度.

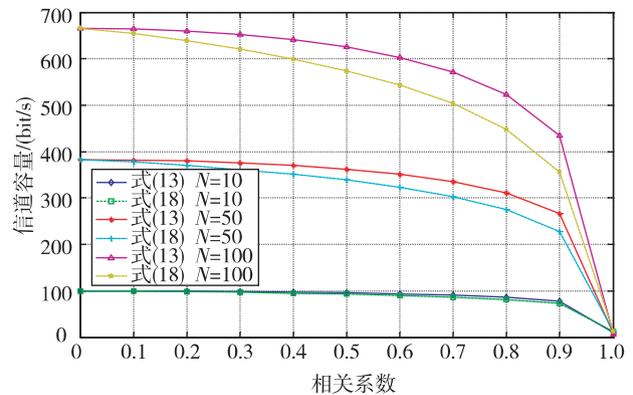


图3 BLAST 系统信道容量( $\rho = 40$  dB)

Fig. 3 Channel capacity of BLAST architecture( $\rho = 40$  dB)

利用式(13)和(18),取  $\rho = 80$  dB,分别取  $N = 10$ ,  $N = 50$ ,  $N = 100$ ,画出 BLAST 系统容量  $C$  随  $r$  变化而变化的曲线(图4).从图4可以看出,随着  $r$  的增加,系统容量随之下降.在相同条件下,系统容量与天线数目呈线性关系,即天线数目越多,系统容量就越高,反之亦然.在一定条件下,指数相关矩阵模型比均匀相关矩阵模型具有较高的信道容量,在  $0.9 < r < 1$  这个区间内,系统容量下降得相当明显.其次,随着信噪比的升高,在天线数目较小时,两模型信道容量曲线图几乎重合.

比较图2、图3和图4,可以发现,在相同的条件

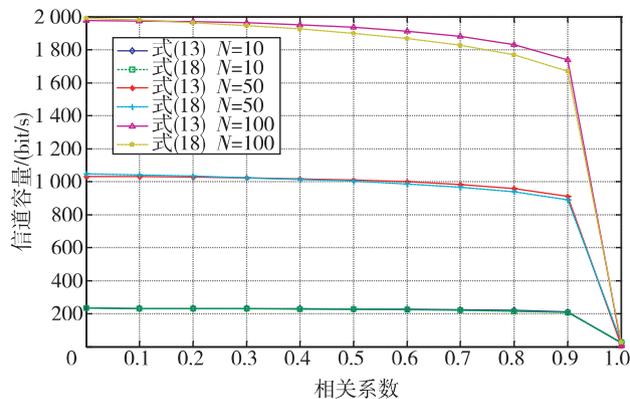


图4 BLAST系统信道容量( $\rho = 80$  dB)

Fig. 4 Channel capacity of BLAST architecture( $\rho = 80$  dB)

下,信噪比越高,系统容量就越高,天线数目越多,系统容量就越高,指数相关矩阵模型比均匀相关矩阵模型具有较高的信道容量.天线数目越多,系统容量受相关性的影响就越大.在较小的天线数目或者较高的信噪比情况下,两模型具有较高的近似度.

利用式(13)和(18),取 $N = 10$ ,分别取 $\rho = 30$  dB  $\rho = 40$  dB  $\rho = 80$  dB,画出BLAST系统容量 $C$ 随 $r$ 变化而变化的曲线(图5).从图5可以看出,随着 $r$ 的增加,系统容量也随之增加.在相同条件下,系统容量与信噪比高低呈线性关系,信噪比越高,系统容量越高.在一定的条件下,指数相关矩阵模型比均匀相关矩阵模型具有更高的信道容量,且两模型具有较好的近似度.

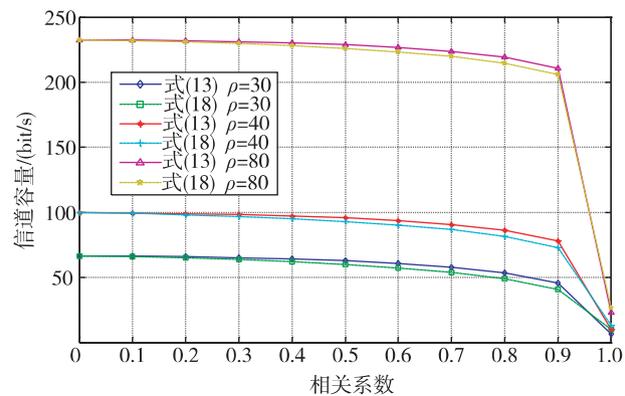


图5 BLAST系统信道容量( $N = 10$ )

Fig. 5 Channel capacity of BLAST architecture( $N = 10$ )

利用式(13)和(18),取 $N = 50$ ,分别取 $\rho = 30$  dB  $\rho = 40$  dB  $\rho = 80$  dB,画出BLAST系统容量 $C$ 随 $r$ 变化而变化的曲线(图6).由图6可以看出,随着 $r$ 的增加,系统容量也随之增加.在相同条件下,系统容量与信噪比高低呈线性关系,信噪比越高,系统容

量越高.在一定的条件下,指数相关矩阵模型比均匀相关矩阵模型具有更高的信道容量.但比较图5,两模型相似度降低.

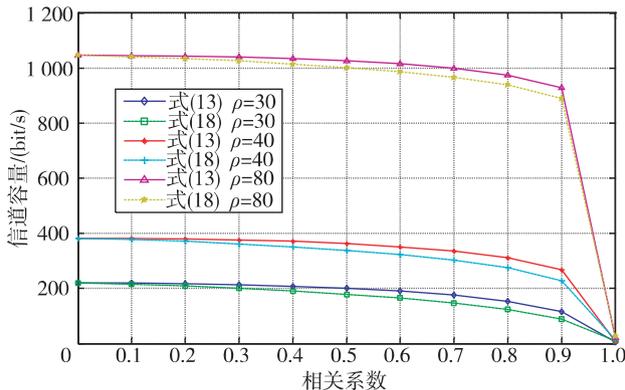


图6 BLAST系统信道容量( $N = 50$ )

Fig. 6 Channel capacity of BLAST architecture( $N = 50$ )

利用式(13)和(18),取 $N = 100$ ,分别取 $\rho = 30$  dB  $\rho = 40$  dB  $\rho = 80$  dB,画出BLAST系统容量 $C$ 随 $r$ 变化而变化的曲线(图7).从图7可以看出,随着 $r$ 的增加,系统容量也随之增加.在相同条件下,系统容量与信噪比高低呈线性关系,信噪比越高,系统容量越高.在一定的条件下,指数相关矩阵模型比均匀相关矩阵模型具有更高的信道容量.

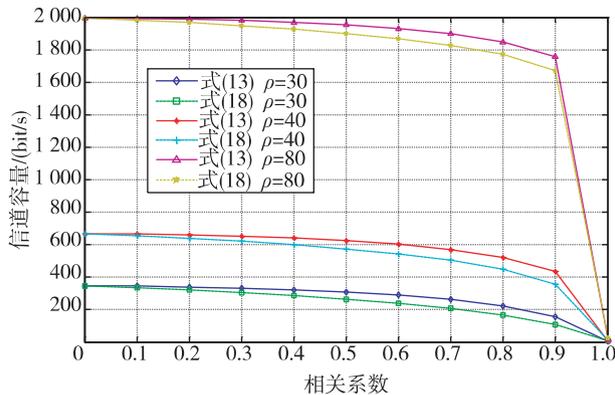


图7 BLAST系统信道容量( $N = 100$ )

Fig. 7 Channel capacity of BLAST architecture( $N = 100$ )

比较图5、图6和图7,可以发现,在相同的条件下,信噪比越高,BLAST系统容量就越高,天线数目越多,系统容量就越高,信噪比越高,系统容量越高,指数相关矩阵模型比均匀相关矩阵模型具有较高的信道容量.在天线数目较小或信噪比较高时,两模型具有较好的近似度.

## 5 结论

BLAST 系统容量主要取决于矩阵信道各子信道间的相关性,当相关性为零时,系统容量达到最大值.在本文中,利用指数相关矩阵和均匀相关矩阵模型,研究了相关信道下 BLAST 系统信道容量,推导了系统信道容量的公式.信道相关性的增加意味着系统信噪比的减小,利用指数相关矩阵模型 BLAST 系统可以获得更好的系统性能.在天线数目较小或信噪比较高时,两模型具有较高的近似度.

## 参考文献

### References

- [1] Foschini G J, Gans M J. On limits of wireless communications in a fading environment when using multiple antennas [J]. *Wireless Personal Communications*, 1998, 6(3): 311-335
- [2] 黄韬,袁超伟,杨睿哲,等. MIMO 相关技术与应用 [M]. 北京:机械工业出版社,2007  
HUANG Tao, YUAN Chaowei, YANG Ruizhe, et al. MIMO techniques and applications [M]. Beijing: China Ma-

- chine Press, 2007
- [3] Golden G D, Foschini G J, Valenzuela R A, et al. Detection algorithm and initial laboratory results using V-BLAST space-time communication architecture [J]. *Electronics Letters*, 1999, 35(1): 14-16
- [4] Loyka S L, Mosig J R. Channel capacity of n-antenna BLAST architecture [J]. *Electronics Letters*, 2000, 36(7): 660-661
- [5] Cover T M, Thomas J A. *Elements of information theory* [M]. New York: Wiley, 1991
- [6] Hazewinkel M. *Encyclopedia of mathematics* [M]. Dordrecht, Holland: Kluwer Academic, 1989
- [7] Loyka S, Tsoulos G. Estimating MIMO system performance using the correlation matrix approach [J]. *IEEE Communications Letters*, 2002, 6(1): 19-21
- [8] Loyka S, Kouki A. On the use of Jensen's inequality for MIMO channel capacity estimation [C] // Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering. Toronto, 2001: 475-480
- [9] Loyka S, Kouki A. The impact of correlation on multi-antenna system performance: Correlation matrix approach [C] // 54th IEEE Vehicular Technology Conference. Atlantic, 2001: 533-537

# The impact of correlation on channel capacity of BLAST architecture

ZHANG Weixi<sup>1</sup> ZHOU Jie<sup>1</sup>

<sup>1</sup> School of Electronic & Information Engineering, Nanjing University of Information Science & Technology, Nanjing 210044

**Abstract** The Bell Labs Layered Space-Time (BLAST) communication system has higher spectral efficiencies far beyond those offered by conventional techniques and is able to increase the channel capacity effectively. In this paper, we investigate the channel capacities of BLAST architecture using the exponential correlation matrix and the uniform correlation matrix model. Numerical simulations are performed with Matlab to verify the proposed formulas. Simulation results show that the exponential correlation matrix model predicts better BLAST performance than the uniform correlation matrix model. With small antenna numbers or high signal-to-noise ratio (SNR), these two models approximate perfectly.

**Key words** BLAST; channel capacity; correlation