

基于空间算子代数的高效率机器人反向动力学建模方法

刘云平^{1,2}

摘要

针对大规模多体系统动力学建模过程复杂及计算效率、精度不高的难题,在空间算子代数理论的基础上,通过旋量表达的有关力学量和运动量,将包含机构拓扑关系及运动、力递推关系的移位算子直接与 Newton-Euler 递推动力学计算相结合,实现了广义速度、广义加速度、广义力和广义质量沿着链正向或反向递推,避免了交叉运算和不必要的积分运算,得到了高效率、高精度的动力学建模方法。该方法形式简洁、物理意义明确,适于计算机编程和运算,具有重要的科学意义和工程应用价值,并通过算例验证了结果的正确性和有效性。

关键词

动力学建模; 递推; 高效率; 空间算子代数

中图分类号 TP241.2

文献标志码 A

收稿日期 2010-09-01

资助项目 国防十一五预研项目; 淮阴工学院数字化制造技术重点实验室开放课题(HG-DML0904)

作者简介

刘云平,男,博士,讲师,从事机器人多体系统动力学研究, liuyunping@nuist.edu.cn.

0 引言

机器人多体系统是机械多体系统的一个典型代表,其动力学建模是一个相当复杂的过程,计算机的发展为其提供了有力的研究工具。随着车辆、飞机、机器人等工业技术,特别是宇航技术的急速发展,使得机械多体系统动力学的研究对象体的组成数目变得越来越多,机械多体系统动力学建模也随之变得更加复杂,对其计算效率及计算精度也提出了更高的要求。因此,找到一种易于计算机编程实现、计算效率及计算精度高的建模方法成为当前研究的热点。20世纪90年代以来,美国 NASA 科学家发展了基于空间算子代数(Spatial Operator Algebra, SOA)的多体系统动力学方法,其结果在理论上消除了具体操作细节的复杂性,算法上提高了计算效率,其计算效率为 $O(N)$ 量级^[1-2](系统自由度数目一次方量级的计算量),实践上有效解决了若干美国航天飞行器的分析计算,还可进一步推广到机器人多体系统及其他工程类型的多体系统中,且其建模过程是面向计算机编程实现的。与传统的计算量一般为 $O(N^3)$ 的 Newton-Euler 方程为代表的矢量力学方法相比,高出 2 个数量级;而以拉格朗日方程为代表的分析力学方法,以及兼有矢量力学和分析力学优点的凯恩方法,计算量为 $O(N^2)$ 。

移位算子是空间算子代数的高效率多体系统建模方法的核心,它是多体系统拓扑结构关系、运动及力关系的共因子,将其与 Newton-Euler 动力学计算相结合,由此实现了多体系统结构描述与力学计算的一体化,恢复了多体系统运动关系的本来面目。“多体系统各典型体的绝对运动是一系列体间相对运动的总和”^[3]。通过它可以实现广义速度、广义加速度、广义力,甚至广义质量沿着链正向或反向递推计算,而且有关力学量和运动量的表达采用旋量表达,满足易于计算机编程实现的特点,每一次计算结果都为以后的计算做准备,避免了重复计算、交叉运算和不必要的积分运算,达到了一种“精益计算”的结果,计算量为 $O(N)$ ^[3-4]。

因此,以空间算子代数理论为基础的机器人动力学建模方法,使得复杂的动力学问题变得简洁直观,而且物理意义明确、编程效率高,易于计算机程序实现,为高效率、高精度建模以及实时控制奠定了基础,具有重要的科学意义和工程应用价值。

1 南京信息工程大学 信息与控制学院 南京, 210044

2 淮阴工学院 数字化制造技术重点实验室, 淮安 223003

1 反向动力学建模

多体系统根据其通路情况, 可以分成树系统和非树系统 2 大类, 非树系统可以将其回路拆开转变成树系统来研究, 而树系统由链式系统组成, 链式系统是其特例. 本部分以一个 n 个自由度的链式系统为例(图 1), 体 B_k 与体 B_{k+1} 之间通过关节 J_k 连接, 对其反向动力学建模过程进行分析.

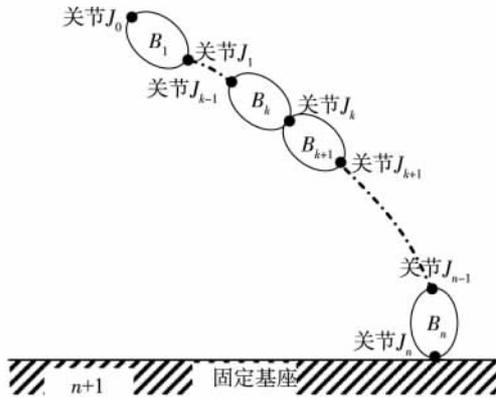


图 1 链式机械臂
Fig. 1 Chain manipulator

建立机器人多体系统的递推反向动力学方程为

$$\mathcal{M} \ddot{\theta} + C + Jf(0) = T. \quad (1)$$

其中: θ 表示关节角 $f(0)$ 为链式系统末端所受的力矩 T 为驱动力矩, \mathcal{M} 为广义质量, 表达式为

$$\mathcal{M} = H\phi M\phi^* H^*. \quad (2)$$

式(2)中 H 为状态空间到关节空间的投影算子. 其功能是把关节处的 6 维空间力投影到关节轴线上. 对于具有 n 个自由度的铰链来说, 在具有运动自由度的坐标方向取 1, 而在无自由度坐标方向上取 0, 整个系统的投影算子为

$$H = \text{diag}[H(1), \dots, H(n)], \quad (3)$$

对于转动副 $H(k) = [0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0]$, $\phi \in \mathbf{R}^{6n \times 6n}$ 为全局整体移位算子^[5-6],

$$\phi = (I - \varepsilon_\phi)^{-1} = I + \varepsilon_\phi + \dots + \varepsilon_\phi^{n-1} = \begin{pmatrix} I & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \phi(2,1) & I & \dots & 0 & 0 \\ \phi(3,1) & \phi(3,2) & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ \phi(n,1) & \phi(n,2) & \dots & \phi(n,n-1) & I \end{pmatrix}, \quad (4)$$

全局整体移位算子进一步反映了多体系统力和速度计算中所需要的所有物体之间的力和速度的传递关系.

M 为刚体系统的无联系集成质量度规算子, 定义为

$$M = \text{diag}[M(1), \dots, M(n)],$$

其中: $M(k)$ 为 B_k 体(如图 2, O_c 为质心, L_k 为 O_k 到 O_{k-1} 的矢量)的 6 维质量,

$$M(k) = \begin{bmatrix} J(k) & m(k)\bar{p}(k) \\ -m(k)\bar{p}(k) & m(k)I \end{bmatrix}. \quad (5)$$

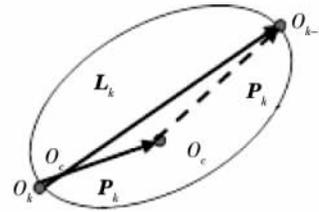


图 2 刚体 B_k
Fig. 2 Rigid body B_k

式(5)中 $J(k)$ 为 k 号刚体相对于参考点 O 的转动惯量 $m(k)$ 为 k 号刚体的质量 $\bar{p}(k)$ 为矢量从 $k-1$ 号刚体参考点指向质心的反对称阵.

C 为哥氏力项, 表达式为

$$C = H\phi(M\phi^* a + b). \quad (6)$$

式(6)中:

$$a(k) := \phi^*(k+1, k) V(k+1) + \dot{H}^*(k) \dot{\theta}(k);$$

$$b(k) = \dot{M}(k) V(k) - \dot{\phi}(p(k)) M(k) V(k).$$

J 为雅可比, 表达式为

$$J = B\phi H^*. \quad (7)$$

$$\text{其中 } B = \begin{bmatrix} \phi(1,0) \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{6n \times 6}.$$

通过以上对基于空间算子代数理论的高效率反向动力学建模方法的介绍, 总结其计算过程(图 3)如下:

- 1) 建立模型, 设定坐标系及相应的坐标参数;
- 2) 定义各个空间算子, 并计算机编程实现;
- 3) 调用算子, 完成运动学和动力学建模;
- 4) 输入 DH 参数及连杆其他参数, 得到系统的数学模型.

2 算例及仿真

以 6 轴转动关节的机械手臂为例, 计算其反向动力学模型来说明整个建模过程, 同理可以递推实现更多自由度的多体系统. DH 参数见表 1.

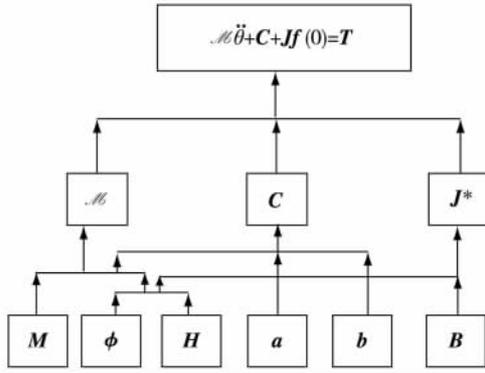


图3 算子调用示意

Fig. 3 The transfer of operator

表1 6R机械手DH参数

Table 1 DH parameter of 6R manipulator

序号	θ_i	D_i	a_i	α_i
0	w	0	L_6	w
1	θ_6	0	L_5	0
2	θ_5	0	L_4	0
3	θ_4	0	L_3	0
4	θ_3	0	L_2	0
5	θ_2	0	L_1	0
6	θ_1	0	0	0

因为结果太长 本文只示例部分算子:

$$M(2) =$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_1^2 m(2) & 0 & 0 & 0 & -L_1 m(2) \\ 0 & 0 & L_1^2 m(2) & 0 & L_1 m(2) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m(2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_1 m(2) & 0 & m(2) & 0 \\ 0 & -L_1 m(2) & 0 & 0 & 0 & m(2) \end{bmatrix},$$

$$\phi(2) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -L_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & L_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \text{其他类同.}$$

为了简化计算 假设各个关节均以正弦函数 $\sin t$ 运动, 分析其各关节力矩时间历程曲线. 令 $m_i = 2 \text{ kg}$, $l_i = 1 \text{ m}$ ($i = 1 \sim 6$). 结果如图4所示.

经过程序计算发现, 对6轴转动关节操作手的关节扭矩计算时, 只需800次乘法和596次加法的计算量. 与Hollerbach^[8]证明的Euler-Lagrange方

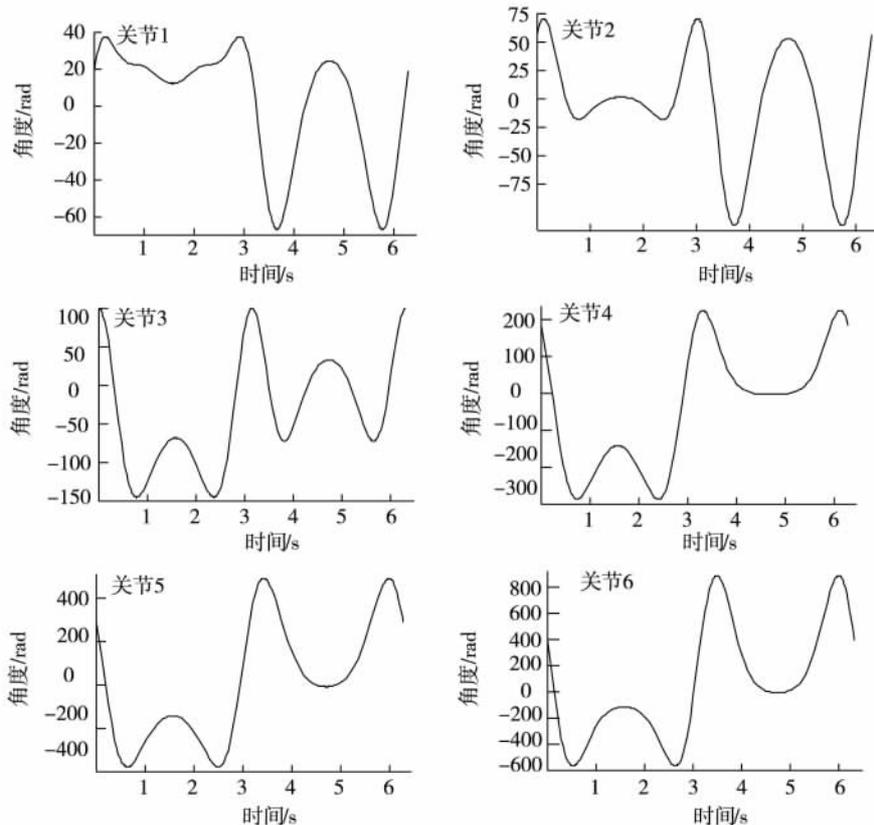


图4 关节力矩曲线

Fig. 3 The moment of joint

程计算同样类型的机械手臂,需 66 271 次乘法和 51 548 次加法,以及递推的 Euler-Lagrange 算法也需 2 195 次乘法和 1 719 次加法相比,其计算效率的提高是显著的.

3 结论

将包含机构拓扑关系及运动、力递推关系的移位算子直接与 Newton-Euler 递推动力学计算相结合,实现了广义速度、广义加速度、广义力和广义质量沿着链正向或反向递推,避免了重复运算、交叉运算和不必要的积分运算,并且通过旋量表达有关运动量和力学量,基于空间算子代数理论的高效率机器人反向动力学建模方法使得大规模复杂动力学建模变得易于计算机编程实现,物理意义更加明确且容易理解,为高效率、高精度的建模以及实时控制奠定了基础,具有重要的科学意义和工程应用价值.

参考文献

References

- [1] Jain A ,Rodriguez G. Computational robot dynamics using spatial operator[C]//Proceedings of the 2000 IEEE International Conference on Robotics and Automation , 2000: 843-849
- [2] Rodriguez G ,Jain A ,Kreutz-Delgado K. Spatial operator algebra for multibody system dynamics [J]. The Journal of the Astronautical Sciences ,1992 ,40(3) : 27-50
- [3] Anderson K S ,Critchley J H. Improved ‘Order-N’ performance algorithm for the simulation of cconstrained multi-rigid-body dynamic systems [J]. Multibody Systems Dynamics 2003 9(2) : 185-212
- [4] Featherstone R ,Orin D. Robot dynamics: Equations and algorithms [C]//Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation 2000: 826-834
- [5] Featherstone R. Modeling and control of contact between constrained rigid bodies [J]. IEEE Transactions on Robotics & Automation 2004 20(1) : 82-92
- [6] Featherstone R. Efficient factorization of the joint space inertia matrix for branched kinematic trees [J]. The International Journal of Robotics Research ,2005 ,24(6) : 487-500
- [7] Hwang Y L. Recursive Newton-Euler formulation for flexible dynamic manufacturing analysis of open-loop robotic systems [J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology 2006 29 (5/6) : 598-604
- [8] Hollerbach J M. A recursive Lagrangian formulation of manipulator dynamics and a comparative study of dynamics formulation complexity [J]. IEEE Transactions on Systems ,Man and Cybernetics ,1980 ,10(11) : 730-736

Research of high efficient inverse dynamics of robot based on spatial operator algebra

LIU Yunping^{1 2}

1 College of Information and Control ,Nanjing University of Information Science & Technology ,Nanjing 210044

2 Jiangsu Provincial Key Laboratory of Digital Manufacturing Technology ,Huaiyin Institute of Technology ,Huaiian 223003

Abstract For the complex dynamics modelling process ,low computational efficiency & accuracy of large scale multibody system ,an efficient and precise dynamics modelling method is proposed based on spatial operator algebraic. The method combines transformation operators ,which include recursive relations of system topology structure , motion and strength ,with recursive dynamics of Newton-Euler through the dynamics variables expressed by screw. This method achieves forward & backward recursion of generalized velocity ,acceleration force ,strength and mass , and avoids cross operation and unnecessary integrals. It is valuable in scientific and engineering aspects for its brief modeling process ,clear physical meaning ,and suitability in computer programming and calculation. An example is given to verify this method.

Key words dynamics modeling; recursive; efficient; spatial operator algebra