

# 加权演化的交通网络模型研究

马杰良<sup>1</sup> 王俊超<sup>2</sup> 郑伟才<sup>2</sup>

## 摘要

加权网络是复杂网络研究的一个重要领域,交通网络是一个典型的加权网络.交通网络的发展演化对国民经济的繁荣发展起着至关重要的作用.综合复杂网络的拓扑结构和交通流量计算的顾客选择理论,提出了一种随时间演化基于乘客中转路径的交通系统发展演化模型,并对模型进行了分析和数学验证,分析结果为该模型的点强度、点度和权重分布性质和 BBV 模型完全一致;网络是无尺度网络,点强度和点度分布都服从幂律分布,并且指数在 2.33 ~ 3.00 之间.最后通过仿真实验对演化模型进行仿真,结合中国交通网络的实证分析验证了模型的合理性.

## 关键词

复杂网络;加权演化;计算机仿真;点强度;集聚系数

中图分类号 TP751

文献标志码 A

收稿日期 2009-08-01

## 作者简介

马杰良,男,博士,副教授,硕士生导师,主要从事复杂网络、离散系统与图论方面的研究. njkmjl@163.com

王俊超(通信作者),男,硕士生,研究方向为复杂网络应用. nanxingong@163.com

## 0 引言

### Introduction

随着对大量实际加权网络的深入研究,人们发现了许多无权网络中所没有的现象以及与权重有关的丰富的统计性质.如何构造加权网络模型来再现这些性质就自然成为加权网络研究的重点问题.生成加权网络的一个简单途径是:给定的度分布  $P(k)$  生成一个随机网络,再按照一定的边权的分布  $P(w)$  独立地为每一条边赋予权重,然后就可以计算点强度分布等统计性质了.但这样的模型显然不能揭示实际加权网络的演化行为,因此,需要建立网络拓扑结构和权重分布的耦合演化机制,在加权网络演化模型方面已经有大量的研究工作,其中的关键问题是如何给边赋予权重.对已有的演化模型,根据赋权方式大致可以分为两类<sup>[1]</sup>:一种是在引入边时就按照一定的规则为边赋权,在以后网络拓扑结构的演化中边权不再改变,将其称之为边权固定模型;另一种是网络中每一条边的边权都会随着网络结构的演化而不断改变,称其为边权演化模型.

最早的无尺度网络演化模型是用增长机制和偏好原理解释了无尺度网络的生成机制,称为 BA 模型(由 Barabasi 和 Albert 提出)<sup>[2]</sup>.在此基础上,许多学者通过改变影响因素提出了各种加权网络的演变模型,以便更真实地解释实际网络. Yook 等<sup>[3]</sup>提出了一种简单的考虑权重的无标度网络演化模型(YJBT 模型);Zhang 等<sup>[4]</sup>的模型把 YJBT 模型进行了推广,在给连接赋予权重时,综合考虑了节点的度和适应度;Antal 等<sup>[5]</sup>提出的 AK 模型改变了 BA 模型中以度值为驱动因素的偏好连接机制,考虑了边权对网络结构演化的影响,改为偏好连接点强度大的点;BBV 模型是基于点强度驱动和边权逐渐加强机制建立的网络演化模型<sup>[6]</sup>,可以模仿现实系统中相互作用强度的变化.

与以往研究加权演化的交通网络模型不同,本文将通过复杂网络的拓扑结构和交通流量计算的顾客选择理论,利用基于乘客中转选择行为引起的权重变化来建立演化模型,从而得出较好的结论为交通事业的发展提供方法和理论支持.

## 1 加权交通网络演化模型的构建

Construction of an evolution model for the weighted transportation network

在交通网络中,乘客的路径选择行为是交通网络演化背后的推

1 南京信息工程大学 电子与信息工程学院,南京,210044

2 南京信息工程大学 信息与控制学院,南京,210044

动力量,影响到交通枢纽的形成和网络演化的模式. 交通网络的每条边包含了空间距离、费用、流量信息,它是一个加权的复杂网络上的流量是个别乘客选择后的聚集结果. 本文的加权复杂网络研究基于综合复杂网络的拓扑结构和交通流量计算的顾客选择理论. 而路径有可能是直接连接,也可能需要经过其他地点中转. 因此本文提出了一个权重变化是由乘客中转选择行为引起的加权网络演化模型,反映现实交通网络和社会网络的特性和演变规律.

在交通网络演化模型中,网络中节点间的关系(权重)用客流量  $W_{ij}$  来描述,  $W_{ij}$  表示节点  $i$  和节点  $j$  之间的客流量,不同的节点间的客流量是不同的,但是按照统计调查的结果显示,在较大范围内节点之间的客流量基本处于平衡状态,即  $W_{ij} = W_{ji}$ . 因此,交通网络可以看作无向网络,而节点  $i$  在整个交通网络中的重要程度主要体现在节点  $i$  和所有相邻节点间的客流量,即网络中节点的强度  $S_i$ ,其定义为  $S_i = \sum_{j \in V_i} W_{ij}$ ,其中  $V_i$  为所有与节点  $i$  有路线的节点集合.

图1为交通网络模型演化,假设最初网络有  $N_0$  个点,这些点之间已经存在  $M$  条边,每条边上各自具有初始客流量  $W_0$ ,为了简单可以设为1.

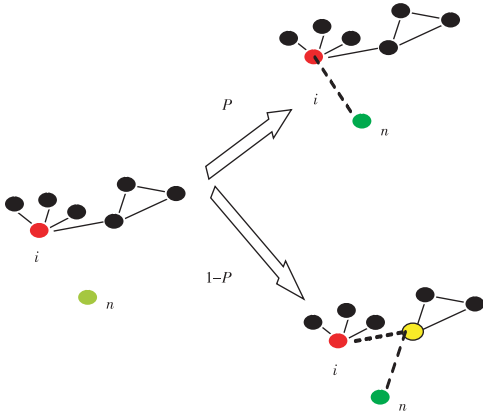


图1 交通网络模型演化示意

Fig. 1 View of traffic network evolution model

1) 从起初数量很少的节点开始,在每个时间步  $t$  里,一个新节点  $n$  (其度为  $m$ ,且  $m$  为一小于  $N_0$  的小正整数,即每一个阶段新节点的引入伴随着  $m$  个目的地的产生)被加入到网络中来,每个新节点  $n$  与网络中  $N_0$  个已存在的点建立连接.

2) 选择一个概率  $p$  ( $p \in [0,1]$ ,  $p$  为时间的函数),新节点  $n$  随即连接到一个已经存在的节点  $i$  产

生一条新边,流量增加1,其概率为  $\prod_{n \rightarrow i} = \frac{S_i}{\sum_{l \in v(i)} S_l}$ .

其中:  $V_i$  为所有与节点  $i$  有路线的节点集合;这里  $S_i$  是节点  $i$  的点强度,也即该点的进出总流量. 该演化规则改变了依据度值的偏好连接机制,而是关注点强度对连接的驱动作用,即点强度越大的点被连接到的概率越高,交通网络流量大的点一般都是商业文化交流频繁的点,对人们吸引力比较大,因此容易产生出行需求.

3) 新节点  $n$  以  $1-p$  的概率选择中转路径. 以概率  $\prod_{n \rightarrow i} = \frac{W_{ij}}{\sum_{l \in v(i)} S_l}$  与  $j$  相连,并且新节点  $n$  与中转节点  $j$  之间的流量增加1,中转节点  $j$  与旧节点  $i$  之间的流量也增加1. 因此有

$$\sum_l S_l \approx 2mt(p + 2(1-p)),$$

$$S_i(t) = m, \quad K_i(t) = m. \quad (1)$$

其中  $S_i(t)$ 、 $K_i(t)$  分别代表时间步  $t$  时刻节点  $i$  的度.

## 2 演化模型统计分析与仿真

Statistical analysis and simulation of the evolution model

根据本文提出的乘客中转路径交通网络演化模型,利用现有计算机模拟器生成过程,并得出相关数据,绘出仿真图形. 下面分别从点度和点强度分布、加权集聚系数、相关性这3个复杂网络的参数入手分析演化模型.

### 2.1 点度和点强度分布

网络中节点的度分布  $P(k)$ ,描述的是一个任意选择的节点恰好有  $k$  条边的概率. 令  $S_i(t)$  表示在  $t$  时间步节点  $i$  的点强度,假设点  $i$  是在第  $t$  个时间步进入网络的. 到  $t$  时间步,网络中共增加了  $t$  个点和  $mt$  条连线. 当  $m$  条边连接完成后,再给节点  $i$  的每条边赋予权重

$$W_{ij} (= W_{ji}): W_{ij} = \frac{k_j}{\sum_{j' \in \{j'\}} k_{j'}},$$

$\{j'\}$  代表新点  $i$  所要连接的点的集合,因此新点的点强度为

$$S_i = \sum_j W_{ij} = 1. \quad (2)$$

根据连续性理论,把  $S_i(t)$  和  $K_i(t)$  看做是连续函数,则可以得到动力学方程<sup>[7]</sup>

$$\frac{dS_i}{dt} = m \frac{S_i}{\sum_l S_l} + 2m(1-p) \sum_{j \in v(i)} \frac{S_j}{\sum_l S_l} \frac{W_{ij}}{S_j}$$

由式(1)和(2)得

$$\frac{dS_i}{dt} = \frac{3-2p}{4-2p} \frac{S_i}{t}, \quad S_i = m \left( \frac{t}{i} \right)^\alpha, \quad \alpha = \frac{3-2p}{4-2p}$$

可以得到如下分布:

$$P(s) \propto s^{-\gamma}, \quad P(k) \propto k^{-\gamma},$$

$$r = 1 + 1/\alpha = 1 + \frac{4-2p}{3-2p} = \frac{7-4p}{3-2p}$$

当  $p=1$  的时候,则得到 AK 点强度驱动模型.

如果令  $1-p=\delta$ ,则得到的点强度、点度和权重分布性质和 BBV 模型完全一致. 因为概率  $p$  在 0 和 1 之间,当  $p=0$  时,  $r=2.33$ ; 当  $p=1$  时,  $r=3$ , 所以  $2.33 \leq r \leq 3$ . 说明得到的网络是无尺度网络,点强度和点度分布都服从幂律分布,并且指数在 2.33~3 之间.

在用计算机模拟此网络模型生成过程中,网络总结点数取 10 000 个,  $p$  分别取 0, 0.3, 0.5, 1. 对 20 个结果做平均最终得到点度与点强度分布,如图 2、图 3 所示.  $P(k), P(s)$  分别代表度为  $k$  和  $s$  的节点的度分布和点强度.

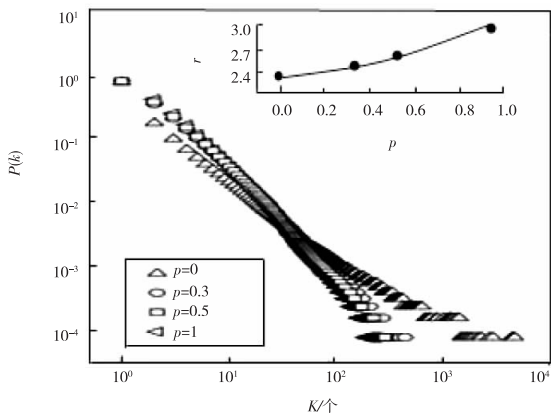


图 2 模型度分布

Fig. 2 Diagram of node degree distribution of the model

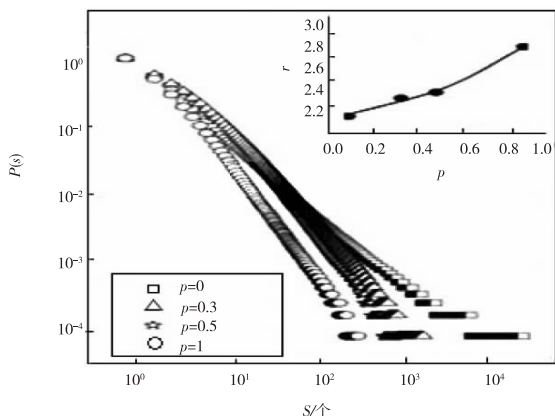


图 3 模型点强度分布

Fig. 3 Diagram of point intensity distribution of the model

因此加权交通网络集聚系数<sup>[8]</sup>为

$$C_i = \frac{1}{k_i(k_i-1)} \sum_{j,k} \frac{W_{ij} + W_{ik}}{2} a_{ij} a_{jk} a_{ki}$$

其中:  $k_i$  表示节点  $i$  的度;  $a_{ij}$  为邻接矩阵元, 当节点  $i, j$  相邻时值为 1, 否则为 0. 整个网络的集聚系数为网络中所有点的集聚系数的平均值, 即

$$C = \frac{1}{N} \sum_i C_i,$$

其中  $N$  为整个网络的节点个数. 取  $N=1000$ , 对 20 个结果作平均后结果如图 4 所示, 其中  $C(k)$  代表度为  $k$  的节点的集聚系数.

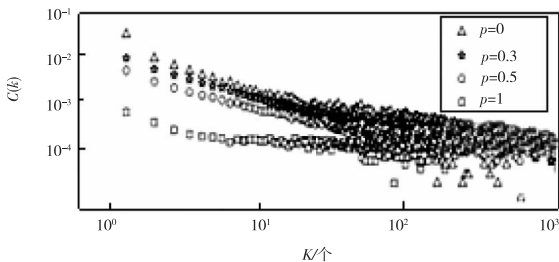


图 4 集聚系数演化分布

Fig. 4 The evolving distribution of clustering coefficients

## 2.2 加权集聚系数

网络的群集系数是用来衡量网络节点聚类情况的参数. 一个节点  $i$  的簇系数是指它所有相邻节点之间连边的数目占可能的最大连边数目的比例, 顶点的集聚系数反映该顶点的一级近邻之间的集团性质, 近邻之间联系越紧密, 该顶点的集聚系数越高. 在无权网络集聚系数的基础上, 发展了加权网络集聚系数. 在这里定义权重为节点之间的客流量  $W_{ij}$ ,

网络集聚系数随着度  $k$  的下降而下降, 具有负的相关性, 说明度小的节点比度大的节点更倾向于集聚成团. 集聚系数与度的关系可以近似表示为  $C(k) \propto k^{-1}$ , 意味着该网络具有层次性, 并且和  $p$  有关.  $p$  增大时集聚系数变化曲线相对平坦,  $p$  减小时中转连接的概率大, 而中转行为影响到 3 个点, 增加了点和点之间联系, 所以集聚系数变化曲线逐渐升高.

### 3 结论

#### Conclusion

目前,利用复杂网络整体论的观点对交通网络演化模型进行全面研究刚刚起步,考虑到交通网络节点数量的局限性,本文利用实证和理论相结合的方法来对交通网络的演化、发展进行了研究,从中得到了一些有益的结论,也存在着一些需要继续研究和探讨的问题.

1) 在演化网络模型中,只是对网络实证分析进行数值模拟,这并不能说明本文的网络模型的完全符合实际,这还有待进一步研究.

2) 在加权网络演化模型中,诱导的网络节点的权值增加量是一个变量,不同的网络节点对间的增加量是不同的,不容易定量分析.

3) 对于交通网络的演化应考虑多年的交通运输数据,根据这些数据对交通网络的时间演化进行分析,可以发现交通网络演变的特征;同时也能从中分析交通政策、替代交通对交通网络结构的

影响.

### 参考文献

#### References

- [ 1 ] 郭雷,许晓明. 复杂网络[M]. 上海:上海科技教育出版社, 2006;33-46  
GUO Lei, XU Xiaoming. Complex network [ M ]. Shanghai: Shanghai Science and Technology Education Press, 2006;33-46
- [ 2 ] Barabasi A L, Albert R, Jeong H. Mean-field theory for scale-free random networks [J]. Physical A, 1999, 272:173-187
- [ 3 ] Yook S H, Jeong H, Barabasi A L, et al. Weighted evolving networks [J]. Physical Review Letters, 2001, 86:5835-5838
- [ 4 ] ZHENG D, Trimper S, ZHENG B, et al. Weighted scale-free networks with stochastic weight assignments [ P ]. USA, Phys Rev E, 67040102. 2003-04-25
- [ 5 ] Antal T, Krapivsky P L. Weight-driven growing networks [ P ]. USA, Phys Rev E, 71026103. 2005-02-08
- [ 6 ] Barrat A, Barthelemy M, Vespignani A. Weighted evolving networks: coupling topology and weight dynamics [ P ]. USA, Phys Rev Lett, 92228701. 2004-06-04
- [ 7 ] Kwangho P, Yingcheng L, Nong Y. Characterization of weighted complex networks [ P ]. USA, 70026109. 2004-08-03
- [ 8 ] Barrat A, Barthelemy M, Pastor-Satorras R. Proc Natl Acad Sci [ P ]. USA, 1013747. 2004-03-08

## Research on the weighted evolving traffic network model

MA Jieliang<sup>1</sup> WANG Junchao<sup>2</sup> ZHENG Weicai<sup>2</sup>

1 School of Electronic and Information Engineering, Nanjing University of Information Science and Technology, Nanjing 210044

2 School of Information Science and Technology, Nanjing University of Information Science and Technology, Nanjing 210044

**Abstract** The weighted network is an important field concerning a complex network and the traffic network is a typical weighted network. The development and evolution of traffic networks play a vital role for the prosperity and development of the national economy. Combining complex network topology and traffic flow calculation in terms of customer choice theory, this paper presents a development & evolution model of traffic system evolving with time based on the passenger's transit path, and makes some analysis and mathematical verification. The results are that the distribution properties of point intensity, node degree and weight are fully consistent with the BBV model; the network is scale-free, with the point intensity distribution and degree distribution obeying power-law distribution and the index lying between 2.33 and 3. Finally through experimental simulation, combining the empirical analysis of China's traffic network, this paper verifies the reasonableness of the model, thus providing reference in theory for the research on China's construction of railroad traffic network in the future.

**Key words** complex networks; weighted evolution; computer simulation; point intensity; clustering coefficient