

基于梯形模糊数的指标权重确定方法的应用研究

刘雨华¹

摘要

综合评价过程中指标权重确定得合理与否,直接关系到综合评价的质量与效果,通过将梯形模糊数与层次分析法相结合给出一种新的确定指标权重方法,并将其运用到高校节约型校园综合评价中进行实证分析,证明该方法客观、有效、具有较好的通用性。

关键词

梯形模糊数; 综合评价; 权重; 节约型校园

中图分类号 N945.12

文献标志码 A

0 引言

Introduction

综合评价是人类社会中一项经常性、极重要的认识活动,是决策中的基础性工作,综合评价过程中指标权重确定得合理与否,直接关系到综合评价的质量与效果^[1-2]。目前确定权重最常用的方法是 AHP 法,AHP 法中关键一步是通过求解判断矩阵最大特征根及其对应的特征向量,来决定某一元素的排序权值,而判断矩阵则是通过对元素进行两两重要性比较确定。由于人们思维判断的模糊性和客观对象的复杂性,在对元素两两重要性比较的结果赋值时用精确数来表示是很困难的,而用“稍微”、“明显”、“强烈”等模糊概念来表示则显得更为合理自然。因此,为了使 AHP 方法在复杂系统中能更客观、更确切地反映所研究的问题,就有必要研究 AHP 在模糊环境下的扩展^[3],本文将梯形模糊数与层次分析法相结合确定指标权重并进行综合评价。

1 基于梯形模糊数的指标权重确定方法

Method of fixing on index weights based on trapezoidal fuzzy numbers

1.1 构建梯形模糊判断矩阵

层次分析法构建的判断矩阵,各元素值一般采用的是“1~9”比较标度法。但“1~9”标度法也存在一些缺陷,这种标度并不能比较“精确地”反映实际思维。例如,若 a 比 b “略微重要”,则二者的重要性比在“1~9 标度法”中取为 3:1,也即 0.75:0.25,这显然不够合理;而取为 0.6:0.4 则是可以接受的。为了能够比较准确地反映实际的思维,即按标度给出的相对重要性大小要与定性分析的结果基本相符,本文采用改进后的标度等级,并用表 1 所列的梯形模糊数隶属度函数计算对应的梯形模糊数,计算后得到的标度等级赋值如表 2 所示。

1.2 一致性检验与调整

本文一致性检验的基本思想是利用梯形重心公式把梯形模糊数清晰化,从而把模糊判断矩阵转化为一般判断矩阵。对转化后的判断矩阵进行一致性检验,如果该矩阵不一致则说明原梯形模糊判断矩阵是不一致的,就由该矩阵的每一行构造一个一致性矩阵,在这些矩阵中找出一个与该一般判断矩阵最贴近的矩阵,然后将该行所在原梯形模糊数矩阵的数据构成一个一致性梯形模糊数矩阵并与原梯形

收稿日期 2009-06-27

资助项目 南京信息工程大学科研基金 (SK2008-0152)

作者简介

刘雨华,男,硕士,助理研究员,主要从事综合评价、财务管理等工作。cwc@nuist.edu.cn

¹ 南京信息工程大学 财务处,南京,210044

表 1 梯形模糊数及其相应的隶属度函数^[5]

Table 1 The trapezoidal fuzzy numbers and their corresponding functions of membership degree

梯形模糊数	隶属度函数
$\tilde{1}$	$\left(1, 1, \frac{3}{2}, 2\right)$
$\tilde{x}$	$\left(x-1, x-\frac{1}{2}, x+\frac{1}{2}, x+1\right)$ for $x=2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$
$\tilde{9}$	$\left(8, \frac{17}{2}, 9, 9\right)$

注: $\tilde{A} = (l, m, n, s)$ 表示梯形模糊数, 其中 l, m, n, s 代表梯形模糊数隶属函数的自变量.

表 2 元素两两对比时的重要性等级及其赋值

Table 2 Importance level and its value assignments when every two elements are contrasted with each other

元素 x_i 与 x_j 重要性比较	传统 r_{ij} 赋值	改进 r_{ij} 赋值	$\tilde{r}_{ij}$ 赋值
相等	1	5/5	$\tilde{5}/\tilde{5} = (1, 1, 1, 1)$
稍微重要	3	6/4	$\tilde{6}/\tilde{4} = \left(1, \frac{11}{9}, \frac{13}{7}, \frac{7}{3}\right)$
明显重要	5	7/3	$\tilde{7}/\tilde{3} = \left(\frac{3}{2}, \frac{13}{7}, 3, 4\right)$
强烈重要	7	8/2	$\tilde{8}/\tilde{2} = \left(\frac{7}{3}, 3, \frac{17}{3}, 9\right)$
极端重要	9	9/1	$\tilde{9}/\tilde{1} = \left(4, \frac{17}{3}, 9, 9\right)$

注①: 对任意两个梯形模糊数 $\tilde{A}_1 = (l_1, m_1, n_1, s_1)$ 和 $\tilde{A}_2 = (l_2, m_2, n_2, s_2)$ (其中 $\tilde{A}_1 > 0, \tilde{A}_2 > 0$), 则 $\tilde{A}_1/\tilde{A}_2 = \left(\frac{l_1}{s_2}, \frac{m_1}{n_2}, \frac{n_1}{m_2}, \frac{s_1}{l_2}\right)$.

例如 $\tilde{6}/\tilde{4} = \left(\frac{5, \frac{11}{2}, \frac{13}{2}, 7}{3, \frac{7}{2}, \frac{9}{2}, 5}\right) = \left(1, \frac{11}{9}, \frac{13}{7}, \frac{7}{3}\right)$.

注②: $\tilde{r}_{ji} = (\tilde{r}_{ij})^{-1}$.

模糊数矩阵整合, 从而完成一致性调整^[4], 具体步骤参见文献[3].

1.3 梯形模糊权重的计算

假设同时聘请 $L (L > 1)$ 位专家 (设各专家处于平等地位) 分别对同一指标集中的进行两两比较判断, 并分别给出梯形模糊数互反判断矩阵, 并经过一致性检验或调整. 记第 k 位专家给出的判断矩阵为

$R^{(k)} = (\tilde{r}_{ij}^{(k)})_{n \times n}$,

其中

$\tilde{r}_{ij}^{(k)} = (l_{ij}^{(k)}, m_{ij}^{(k)}, n_{ij}^{(k)}, s_{ij}^{(k)}),$
 $k = 1, 2, \dots, L; i, j \in \mathbf{N}.$

下面给出梯形模糊权重计算的过程和步骤^[5].

1) 综合各专家的偏好信息, 其计算公式为

$$\tilde{r}_{ij} = (l_{ij}, m_{ij}, n_{ij}, s_{ij}) =$$
$$\frac{1}{L} \otimes (\tilde{r}_{ij}^1, \tilde{r}_{ij}^2, \dots, \tilde{r}_{ij}^L) =$$
$$\left(\frac{1}{L} \otimes \sum_{k=1}^L l_{ij}^k, \frac{1}{L} \otimes \sum_{k=1}^L m_{ij}^k, \frac{1}{L} \otimes \sum_{k=1}^L n_{ij}^k, \frac{1}{L} \otimes \sum_{k=1}^L s_{ij}^k\right).$$
 (1)

其中符号“ $\otimes$ ”表示梯形模糊数乘法运算.

2) 计算各指标 x_i 的模糊评价值 $\tilde{v}_i (i \in \mathbf{N})$, 其计算公式为

$$\tilde{v}_i = (\alpha_i \delta^{-1}, \beta_i \gamma^{-1}, \gamma_i \beta^{-1}, \delta_i \alpha^{-1}).$$
 (2)

其中:

$$\alpha_i = \left[\prod_{j=1}^n l_{ij}\right]^{1/n}, \quad \alpha = \sum_{i=1}^n \alpha_i;$$
$$\beta_i = \left[\prod_{j=1}^n m_{ij}\right]^{1/n}, \quad \beta = \sum_{i=1}^n \beta_i;$$
$$\gamma_i = \left[\prod_{j=1}^n n_{ij}\right]^{1/n}, \quad \gamma = \sum_{i=1}^n \gamma_i;$$
$$\delta_i = \left[\prod_{j=1}^n s_{ij}\right]^{1/n}, \quad \delta = \sum_{i=1}^n \delta_i.$$

为减小个别专家的极端意见对权重结果的影响, 此处采用几何平均数代替算术平均数求解 $\tilde{v}_i (i \in \mathbf{N})$.

3) 计算指标 x_i 的模糊评价值的期望, 由于 $\tilde{v}_i (i \in \mathbf{N})$ 为梯形模糊数, 先计算出 $\tilde{v}_i$ 的期望值.

$$I(\tilde{v}_i) = \alpha I^L(\tilde{v}_i) + (1 - \alpha) I^R(\tilde{v}_i),$$
$$0 \leq \alpha \leq 1, \quad i \in \mathbf{N}.$$
 (3)

通常可取 $\alpha = 0.5$ ^[5], 为此, 式(3)变形为

$$I(\tilde{v}_i) = \frac{l_i + m_i + n_i + s_i}{4}, \quad i \in \mathbf{N}.$$
 (4)

特别地, $m_i = n_i$ 时, $\tilde{r}_{ij}$ 是三角模糊数,

$$I(\tilde{v}_i) = \frac{l_i + 2m_i + s_i}{4}, \quad i \in \mathbf{N}.$$

显然, 式(4)期望值越大, 表明其对应的指标越重要.

4) 计算指标值的权重. 对式(4)进行归一化即得各指标相对上一层的权重

$$w_i^{(k)} = \frac{I(\tilde{v}_i)}{\sum_{i=1}^n I(\tilde{v}_i)}, \quad i \in \mathbf{N}.$$
 (5)

式(5)中 $w_i^{(k)}$ 表示 k 层指标 x_i 相对 $k-1$ 层的权重.

5) 综合指标权重

将指标层各指标的权重分别与准则层、子目标相对应的指标权重相乘, 可计算得出指标层各指标相对总目标的权重 w_i .

有了权重就可以计算得到对应的综合评价结

果,根据得到的综合评价结果可以进行排序、评价,并提出相应的对策和建议.

2 实证分析

Analysis of a real case

在倡导建设节约型社会的今天,各高校都在创建节约型校园,如何评价节约型校园建设成效,已成为大家关注的焦点,而指标权重确定的合理与否直接关系到节约型校园建设综合评价的效果. 文献[6]采用了层次分析法确定指标权重,通过聘请专家填写判断矩阵,求解各矩阵的最大特征值和相应的特征向量,进行归一化处理和一致性检验,得到对应的指标权重. 其中判断矩阵则是通过专家对元素进行两两重要性比较采用“1~9”标度确定,由于人们思维判断的模糊性和客观对象的复杂性,在对元素两两重要性比较的结果赋值时用精确数来表示是很困难的,而用“稍微”、“明显”、“强烈”等模糊概念来表示则显得更为合理自然. 本文将梯形模糊数确定指标权重方法运用到文献[6]构建的节约型校园综合评价指标体系,聘请了本领域的相关专家进行问题讨论,并分别填写两两比较判断矩阵表. 为符合专家思维习惯,本文采用“相等”、“稍微重要”、“明显重要”、“强烈重要”、“极端重要”、“稍微次要”、“明显次要”、“强烈次要”、“极端次要”共9个模糊比较词对元素两两重要性进行比较,共收回有效问卷8份. 为方便计算,编写了相应软件,将专家两两比较得出的模糊比较词直接输入评价软件,经计算输出对应指标的权重结果. 本软件只需对判断矩阵的上三角元素逐个进行选择,减少了比较次数,可方便快捷地应用到各类综合评价中确定各指标的权重. 经计算得到的指标权重如表3所示.

从表3可以看出,两种计算方法得出的指标权重结果基本一致. 将本文计算的权重代入文献[6]中计算得

$B=AR=(0.626\ 6,0.234\ 2,0.112\ 6,0.026\ 6)$,按照最大隶属度原则,最大数字 $b_1=0.626\ 6$ 对应绩效级别为好,即同济大学节约型校园的绩效为好,结论与文献[6]的结论一致.

3 结束语

Concluding remarks

本文将梯形模糊数与层次分析法相结合给出一种新的指标权重确定方法,并将其运用到高校节约

表3 两种方法确定指标权重比较
Table 3 Contrast of index weights determined by the two methods

目标层	控制层	本文权重	文献[6]权重	指标层	本文权重	文献[6]权重
节约型校园评价	节能	0.20	0.231	建筑维护结构	0.23	0.212
				通风	0.06	0.043
				空调	0.18	0.226
				照明	0.15	0.056
				热水	0.18	0.269
				可再生能源利用	0.20	0.194
	节水	0.13	0.156	管网漏损	0.36	0.342
				中水利用	0.21	0.201
				雨水利用	0.17	0.121
				景观用水	0.26	0.336
	节地	0.15	0.112	场地选址	0.21	0.225
				功能布局	0.31	0.432
				人均用地	0.48	0.343
	节材	0.11	0.101	绿色建材	0.17	0.121
				旧建筑改造	0.31	0.246
				旧建筑材料利用	0.14	0.142
				施工废弃物处理	0.18	0.235
				垃圾处理	0.20	0.256
	环保	0.19	0.187	污水处理和回用	0.22	0.166
				施工环境影响	0.14	0.134
				CO ₂ 减量	0.32	0.422
				绿化	0.32	0.278
	管理宣传	0.22	0.213	节约制度建设	0.44	0.567
				能源管理系统	0.28	0.187
				宣传教育	0.28	0.246

型校园的综合评价中,证明该方法客观、有效、具有较好的通用性. 研究发现本方法采用模糊比较词进行比较,大大减轻专家工作量,而且该方法比 AHP 法更贴近实际,更符合人类思维习惯,能更客观确定评价指标权重;同时通过软件编程实现,将模糊概念精确化,大大减轻计算工作量,具有较好的通用性,可推广应用到其它领域的综合评价过程中.

参考文献

References

[1] 郭亚军. 综合评价理论与方法[M]. 北京:科学出版社,2002
GUO Yajun. The theory and method of comprehensive evaluation [M]. Beijing: Science Press, 2002

[2] 张颖超,周媛,刘雨华. 基于范数灰关联度的指标权重确定方法[J]. 统计与决策,2006(1):20-21
ZHANG Yingchao, ZHOU Yuan, LIU Yuhua. The method of fixing on index weights based on norm gray relevance degree[J]. Statis-

tics & Decision,2006(1);20-21

[3] 刘雨华. 江苏省沿江开发综合评价研究[D]. 南京:南京信息工程大学信息与控制学院,2006

LIU Yuhua. Research on the comprehensive evaluation of the development of the areas along the Yangtze River in Jiangsu Province [D]. Nanjing:Nanjing University of Information Science & Technology,2006

[4] Lipovetsky S,Conklin M. Robust estimation of priorities in the AHP [J]. European Journal of Operational Research, 2002, 137: 110-122

[5] 牟琼. 多属性决策方法及其应用[D]. 南宁:广西大学数学与信息科学系,2004

MOU Qiong. Method of multi-attribute decision-making and its application[D]. Nanning:Guangxi University,2004

[6] 陈翔. 节约型校园建设与评价的研究[D]. 上海:同济大学,2008

CHEN Yi. Study on construction and evaluation of economization-oriented universities[D]. Shanghai:Tongji University,2008

Study on application of the method of determining index weights
based on trapezoidal fuzzy numbers

LIU Yuhua¹

1 Section of Finance,Nanjing University of Information Science & Technology,Nanjing 210044

Abstract In the course of comprehensive evaluation ,whether or not the determination of the index weight is reasonable is directly important to the quality and result of the comprehensive evaluation. A new method of fixing on index weights based on the trapezoidal fuzzy numbers is given by combining the numbers with the level analysis approach. This new method is applied to the real case analysis in the comprehensive evaluation of the economization-oriented universities and proves to be objective and effective with fairly good universal validity.

Key words trapezoidal fuzzy numbers ;comprehensive evaluation ;weighting ;economization-oriented universities