带有滞弹性大气运动方程组初值问题的解析分析

王曰朋¹

摘要

利用分层理论的方法在可微函数类中给出了带有滞弹性大气运动方程组初值问题适定的充要条件,写出了局部解意义下适定问题解析解的表达式;根据适定的充要条件判断出在超平面 $\{t=0\}$ 上初值问题是不适定的,并以实例做了验证,同时,提出了修改不适定结论的意见.

关键词

滞弹性;大气运动方程组;分层理论;初值问题

中图分类号 O175.29;P458.1

文献标志码 A

0 引言

Introduction

目前滞弹性近似方程组已被广泛应用于中尺度动力气象学的理论研究、观察分析和数值模拟,尤其在描述深对流天气现象的变化规律方面较其它近似方程组更为合理.作为对地球旋转流体——大气运动规律的反映,滞弹性方程组不仅考虑了地球的旋转以及重力场的作用,而更为典型的是其反映质量守恒的连续方程采用了滞弹性近似,即 $\nabla \cdot \rho_0 V = 0$,其中 ρ_0 仅是垂直坐标 z 的函数,这与无粘、可压、绝热流体的 Euler 方程(其连续方程 $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho V = 0$)是不同的.关于滞弹性近似已有很多研究^[1-4],如,讨论可压缩流体运动近似方程时,为了对高频运动加以限制而要求运动时间尺度和重力波接近;为简化计算过程而在滞弹性连续方程中加入一个扰动气压时间变化项等.2003年,Terry等^[5]对滞弹性近似的有效性用标准模方法做了进一步分析,从而使有关滞弹性近似的理论相对更加完善,但目前关于滞弹性方程组初值问题的研究尚不多见.本文将在分层理论^[6-7]的框架内讨论滞弹性大气运动方程组初值问题的适定性以及适定问题的解析解,这在实际应用中无论是对数值预报工作者设计精度较高的格式还是对观测资料的初始化方面都有着一定的参考价值.

在局地直角坐标系下描述深对流现象的滞弹性方程组原型如下^[8]:

$$D: \begin{cases} \frac{du}{dt} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial x} + fv, \\ \frac{dv}{dt} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial y} - fu, \\ \frac{dw}{dt} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial z} - g \left(\frac{1}{c_s^2} \frac{p'}{\rho_0} - \frac{\theta'}{\theta_0} \right), \\ \frac{\partial \rho_0 u}{\partial x} + \frac{\partial \rho_0 v}{\partial y} + \frac{\partial \rho_0 w}{\partial z} = 0, \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\theta'}{\theta_0} \right) + \frac{N^2}{g} w = 0. \end{cases}$$

其中: u, v, w 分别为流体速度在3个坐标轴 (x, y, z) 上的分量; c_s^2 为绝热声速, $c_s^2 = \gamma RT_0$,而 $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ 为绝热指数, $c_p = 1\ 000\ \text{J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$,为干

收稿日期 2009-05-02

资助项目 公益性行业(气象)科研专项(GY-HY200806029);南京信息工程大学科研基金(20070126);江苏省气象灾害实验室资助项目(KLME060201)

作者简介

王曰朋,男,博士,副教授,主要从事偏微分方程的理论分析及气象资料同化方面的研究. eduwyp@163.com

¹ 南京信息工程大学 数理学院,南京,210044

空气比定压热容, $c_p = 717 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$, 为干空气比定容热容; $\theta = T \left(\frac{1000}{p} \right)^{\frac{R}{c_p}}$, θ 表示位温; p', θ' 分别表示叠加在基本场热力学变量 p_0, θ_0 上的扰动量, 且有 $|p'| \ll p_0, |\theta'| \ll \theta_0$, 基本场热力学变量 ρ_0, p_0, T_0 和 θ_0 都仅是 z 的函数, 它们满足 $\frac{\partial p_0}{\partial z} = -\rho_0 g, p_0 = \rho_0 R T_0$; f 为科氏参数(地转参数); g 为地球重力加速度; $N^2 = g \frac{\partial}{\partial z} (\ln \theta_0)$ 为 Brunt-Vaisala 频率. 这里未知函数为 u, v, w, p' 和 $\frac{\theta'}{\theta_0}$. 值得注意的是: c_s^2 是 z 的函数; $\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} + w \frac{\partial}{\partial z}$.

设未知函数

$$(u, v, w, p', \frac{\theta'}{\theta_0}) = (u_1, u_2, u_3, u_4, u_5)$$

的初始值分别为 $\bar{u}_i \in C^\infty, (i = 1, 2, 3, 4, 5)$, 取超曲面 $\Sigma: \{t = G(x, y, z)\} \subseteq V = \mathbf{R}^4$ 作为初始曲面, 则滞弹性方程组的初值问题如下:

$$\begin{cases} D, & (1) \\ u_i |_\Sigma = \bar{u}_i. & (2) \end{cases}$$

其中: $i = 1, 2, 3, 4, 5$. 围绕着滞弹性方程组的初值问题(1)(2), 本文首先把滞弹性方程组改写为 Ehresmann 空间 $J^1(V, Z)$ 的一个子集 D , 并计算其本方程; 在此基础上从参数化的初始条件开始, 按照分层理论的条件要求, 经计算得出一提升序列. 这个过程不仅能够给出方程初值问题适定的充要条件, 并且可以对方程(1)在超曲面 $\{t = 0\}$ 上的常见初值问题适定与否作出判断; 而且还能够提供局部解意义下适定初值问题级数解的各项系数. 有关分层理论的术语, 可参看文献[7].

1 改写方程并计算其本方程

Rewriting the equation and computing its gradually associated equations

1.1 改写方程

首先设 $(x, y, z, t) = (x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbf{R}^4 = V$,

$$(u, v, w, p', \frac{\theta'}{\theta_0}) = (u_1, u_2, u_3, u_4, u_5) \in \mathbf{R}^3 \times (\mathbf{R}_+^*)^2 = Z,$$

用 Ehresmann 空间的局部坐标 $\beta = (x_1, x_2, x_3, x_4, p_1^1, \dots, p_4^5) \in J^1(V, Z)$ 改写方程组为 D 如下:

$$D: \begin{cases} f_1: p_4^1 + u_1 p_1^1 + u_2 p_2^1 + u_3 p_3^1 + \frac{1}{\rho_0} p_1^4 - F_{1,0} = 0, \\ f_2: p_4^2 + u_1 p_1^2 + u_2 p_2^2 + u_3 p_3^2 + \frac{1}{\rho_0} p_2^4 - F_{2,0} = 0, \\ f_3: p_4^3 + u_1 p_1^3 + u_2 p_2^3 + u_3 p_3^3 + \frac{1}{\rho_0} p_3^4 - F_{3,0} = 0, \\ f_4: p_1^1 + p_2^2 + p_3^3 - F_{4,0} = 0, \\ f_5: p_4^5 + u_1 p_1^5 + u_2 p_2^5 + u_3 p_3^5 - F_{5,0} = 0. \end{cases}$$

其中: $F_{1,0} = f v; F_{2,0} = -f u; F_{3,0} = -g \left(\frac{1}{c_s^2 \rho_0} p_1' - \frac{\theta'}{\theta_0} \right);$

$F_{4,0} = -w \frac{\partial \ln \rho_0}{\partial z}; F_{5,0} = -w \frac{N^2}{g}; p_j^i = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} (i = 1, 2, 3, 4,$

$5; j = 1, 2, 3, 4)$.

若令

$$f = (f_1, f_2, f_3, f_4, f_5): J^1(V, Z) \rightarrow \mathbf{R},$$

则 D 可作为 $f = (f_1, f_2, f_3, f_4, f_5)$ 的零点集合, 即

$$D = f^{-1}(0) = V(f_1, f_2, f_3, f_4, f_5) \subseteq J^1(V, Z).$$

1.2 计算本方程

引理 D 的准本方程 D'_* 与本方程 D_* 重合, 即

$$D'_* = D_*.$$

可根据本方程的定义^[7], 经过计算得到结论

$$D'_* = D_*.$$

这里给出 D 的各阶本方程 D_* 如下:

$$D_{-1} = J^{-1}(V, Z) = V;$$

$$D_0 = J^0(V, Z) = V \times Z;$$

$$D_1 = D = V(f_1, f_2, f_3, f_4, f_5) \subseteq J^1(V, Z);$$

⋮

$$D_k = V(e_{i_1 i_2 i_3 \dots i_{k-1}}(f_i), e_{i_1 i_2 i_3 \dots i_{k-2}}(f_i), \dots, e_{i_1}(f_i), f_i). (i = 1, 2, 3, 4, 5; i_1, i_2, \dots, i_{k-1} = 1, 2, 3, 4 \text{ 且 } i_1 \leq i_2 \leq \dots \leq i_{k-1}).$$

2 初值问题的适定性条件和解析解的计算

The well-posed conditions for initial value problem and computation of analytical solution

设 $(x_1^0, x_2^0, x_3^0, x_4^0) \in \Sigma \subseteq V$ 是给定的一点, 用分层理论的术语可将初始条件(2)表述为

$$\begin{cases} \sigma(\zeta) = (x_1^0 + \zeta_1, x_2^0 + \zeta_2, x_3^0 + \zeta_3, x_4^0 + g(\zeta)), \\ \gamma(\zeta) = (\sigma(\zeta), \bar{u}_i(\zeta)). \end{cases}$$

其中,

$$g(\zeta) = g(\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3) = G(x_1, x_2, x_3) - x_4^0 \in C^\infty \quad (3)$$

且 $g(0, 0, 0) = 0, (\sigma, \gamma) \in I_\infty(\Sigma, D)$ ^[7], 根据 $I_\infty(\Sigma, D)$ 的定义, 有如下关系式

$$\begin{aligned} \alpha_0^1 \cdot \gamma_1 &= \gamma, \\ \alpha_{-1}^1 \cdot \gamma_1 &= \sigma, \\ \gamma_1^* \omega &= 0, \forall \omega \in I_1(V, Z), \\ \text{Im} \gamma_1 &\in D_1. \end{aligned}$$

其中 $\alpha_0^1: J^1(V, Z) \rightarrow V \times Z$ 代表典则对应; $I_1(V, Z)$ 是 $J^1(V, Z)$ 的 Cartan-Ehresmann 理想子代数; $\gamma_1^* \omega$ 称为 ω 由 γ_1 的诱导形式. 相应地, 得到如下关于 $p_4^i (i=1, 2, 3, 4, 5)$ 的线性代数方程组:

$$\begin{cases} \delta p_4^1 - \frac{1}{\rho_0} \delta_1 p_4^4 = F_{10} - (\bar{u}_1 \bar{u}_1(1) + \bar{u}_2 \bar{u}_1(2) + \bar{u}_3 \bar{u}_1(3) + \frac{1}{\rho_0} \bar{u}_4(1)), \\ \delta p_4^2 - \frac{1}{\rho_0} \delta_2 p_4^4 = F_{20} - (\bar{u}_1 \bar{u}_2(1) + \bar{u}_2 \bar{u}_2(2) + \bar{u}_3 \bar{u}_2(3) + \frac{1}{\rho_0} \bar{u}_4(2)), \\ \delta p_4^3 - \frac{1}{\rho_0} \delta_3 p_4^4 = F_{30} - (\bar{u}_1 \bar{u}_3(1) + \bar{u}_2 \bar{u}_3(2) + \bar{u}_3 \bar{u}_3(3) + \frac{1}{\rho_0} \bar{u}_4(3)), \\ -\delta_1 p_4^1 - \delta_2 p_4^2 - \delta_3 p_4^3 = F_{40} - (\bar{u}_1(1) + \bar{u}_2(2) + \bar{u}_3(3)), \\ \delta p_4^5 = F_{50} - (\bar{u}_1 \bar{u}_5(1) + \bar{u}_2 \bar{u}_5(2) + \bar{u}_3 \bar{u}_5(3)). \end{cases} \quad (4)$$

其中:

$$\begin{aligned} \bar{u}_i(j) &= \frac{\partial \bar{u}_i(\zeta)}{\partial \zeta_j}, \quad \delta_j = \frac{\partial g(\zeta)}{\partial \zeta_j}, \quad j=1, 2, 3; \\ \delta &= 1 - \bar{u}_1 \delta_1 - \bar{u}_2 \delta_2 - \bar{u}_3 \delta_3. \end{aligned}$$

方程组(4)存在唯一解的充要条件是:

$$\begin{cases} 1 - \bar{u}_1 \delta_1 - \bar{u}_2 \delta_2 - \bar{u}_3 \delta_3 \neq 0, \\ \delta_1^2 + \delta_2^2 + \delta_3^2 \neq 0. \end{cases} \quad (5)$$

而其他 $p_j^i (i=1, 2, 3, 4, 5; j=1, 2, 3)$ 可通过 $\gamma_1^* \omega = 0$ 计算出 $p_l^i = \bar{u}_i(l) - \delta_l p_4^i, (l=1, 2, 3)$. 于是就得到了 $\gamma(\zeta)$ 的一个提升 $\gamma_1(\zeta) = (\gamma(\zeta), p_j^i(\zeta))$.

假如当 $k > 1$ 时, 并已经知道 $\gamma_{k-1}(\zeta)$, 则根据关系式

$$\alpha_{k-1}^k \cdot \gamma_k = \gamma_{k-1}, \quad \alpha_{-1}^k \cdot \gamma_k = \sigma,$$

$$\gamma_k^* \omega = 0, \quad \omega \in I_k(V, Z), \quad \text{Im} \gamma_k \in D_k.$$

整理得到以下方程组, 其未知数为 $p_{4k}^i(\zeta) (i=1, 2, 3, 4, 5)$:

$$\begin{cases} \delta p_{4k}^1 - \frac{1}{\rho_0} \delta_1 p_{4k}^4 = \Psi_{1,k-1}^{(4)}, \\ \delta p_{4k}^2 - \frac{1}{\rho_0} \delta_2 p_{4k}^4 = \Psi_{2,k-1}^{(4)}, \\ \delta p_{4k}^3 - \frac{1}{\rho_0} \delta_3 p_{4k}^4 = \Psi_{3,k-1}^{(4)}, \\ -\delta_1 p_{4k}^1 - \delta_2 p_{4k}^2 - \delta_3 p_{4k}^3 = \Psi_{4,k-1}^{(4)}, \\ \delta p_{4k}^5 = \Psi_{5,k-1}^{(4)}. \end{cases} \quad (6)$$

其中:

$$\begin{aligned} \Psi_{m,k-1}^{(4)} &= \psi_{m,k-1}^{(4)} - (u_1 p_{4k-1}^m(1) + u_2 p_{4k-1}^m(2) + u_3 p_{4k-1}^m(3) + \frac{1}{\rho_0} p_{4k-1}^4(m)), \quad m=1, 2, 3; \\ \Psi_{4,k-1}^{(4)} &= \psi_{4,k-1}^{(4)} - (p_{4k-1}^1(1) + p_{4k-1}^2(2) + p_{4k-1}^3(3)); \\ \Psi_{5,k-1}^{(4)} &= \psi_{5,k-1}^{(4)} - (u_1 p_{4k-1}^5(1) + u_2 p_{4k-1}^5(2) + u_3 p_{4k-1}^5(3)); \\ \psi_{m,k-1}^{(4)} &= \frac{\partial^{k-1}}{\partial x_4^{k-1}}(F_{m0}) - \sum_{i=1}^{k-1} C_{k-1}^i (p_{4i}^1 p_{14k-1-i}^m + p_{4i}^2 p_{24k-1-i}^m + p_{4i}^3 p_{34k-1-i}^m), \quad m=1, 2, 3; \\ \psi_{4,k-1}^{(4)} &= \frac{\partial^{k-1}}{\partial x_4^{k-1}}(F_{4,0}); \\ \psi_{5,k-1}^{(4)} &= \frac{\partial^{k-1}}{\partial x_4^{k-1}}(F_{50}) - \sum_{i=1}^{k-1} C_{k-1}^i (p_{4i}^1 p_{14k-1-i}^5 + p_{4i}^2 p_{24k-1-i}^5 + p_{4i}^3 p_{34k-1-i}^5). \end{aligned}$$

若方程组(6)满足条件(5), 则有唯一解 $p_{4k}^i(\zeta)$. 至于 $p_{j\lambda}^i(\zeta) (l=1, 2, 3; j^\lambda = j_1^\lambda j_2^\lambda j_3^\lambda j_4^\lambda; |\lambda| = k-1)$, 则可由 $p_{j\lambda}^i = p_{j\lambda}^i(l) - \delta_l p_{j\lambda}^i, (l=1, 2, 3)$ 求得, 这样, 从整个过程得到一个提升序列 $\{\gamma_k\} = \{\gamma_{k-1}, p_{j\lambda}^i, p_{j\lambda}^i\}$.

通过上述讨论, 并根据表达式(3), 有如下结论:

定理 初值问题(1)、(2)适定的充要条件是:

$$1 - \bar{u}_1 \frac{\partial G}{\partial x_1} - \bar{u}_2 \frac{\partial G}{\partial x_2} - \bar{u}_3 \frac{\partial G}{\partial x_3} \neq 0; \quad (7)$$

$$\left[\frac{\partial G}{\partial x_1} \right]^2 + \left[\frac{\partial G}{\partial x_2} \right]^2 + \left[\frac{\partial G}{\partial x_3} \right]^2 \neq 0. \quad (8)$$

并且在点 $(x_1^0, x_2^0, x_3^0, x_4^0)$ 的邻域, 可以写出初值问题(1)、(2)的解如下:

$$u^i(x_1, x_2, x_3, x_4) = \sum_{\lambda} \frac{1}{\lambda_1! \lambda_2! \lambda_3! \lambda_4!} p_{j\lambda}^i(0, 0, 0)(x_1 - x_1^0)^{\lambda_1} (x_2 - x_2^0)^{\lambda_2} (x_3 - x_3^0)^{\lambda_3} (x_4 - x_4^0)^{\lambda_4}. \quad (9)$$

其中 $j^\lambda = j_1^{\lambda_1} j_2^{\lambda_2} j_3^{\lambda_3} j_4^{\lambda_4}$, 而 $p_{j\lambda}^i(\zeta)$ 由提升序列 $\{\gamma_k\}$ 所决定.

推论 在 C^∞ 超平面 $\{t=0\}$ 上, 初值问题是不适定的.

例如:在 $\Sigma: \{t=0\}$ 上考虑初值问题

$$D, \begin{cases} u|_{\Sigma} = 0, v|_{\Sigma} = \frac{1}{f}, w|_{\Sigma} = \frac{\rho_0 g}{\rho_0 \gamma f^4}, \\ p'|_{\Sigma} = \varepsilon_1 \gamma p_0, \frac{\theta'}{\theta}|_{\Sigma} = \varepsilon_2. \end{cases}$$

可构造两组满足同一初始条件的解如下:

$$U_1: \begin{cases} u = \frac{1}{f} \left[\sin(ft) + \frac{1}{f} \cos(ft) - \frac{1}{f} \right], \\ v = \frac{1}{f} \left[\cos(ft) - \frac{1}{f} \sin(ft) + t \right], \\ w = \frac{\rho_0 g}{f^2 \rho_0 \gamma} \left[\frac{1}{f} \left(\frac{1}{2} t^2 - \frac{1}{f^2} + t \right) \sin(ft) + \left(\frac{t}{f^2} - \frac{1}{2} t^2 + \frac{1}{f^2} \right) \cos(ft) - \frac{1}{6} t^3 \right] - g(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)t - \frac{\rho_0 g}{2\rho_0 \gamma} x t^2, \\ p' = \varepsilon_1 \gamma p_0 + \rho_0 x t, \\ \frac{\theta'}{\theta_0} = \varepsilon_2; \end{cases}$$

$$U_2: \begin{cases} u = \frac{1}{f} \sin(ft), \\ v = \frac{1}{f} \cos(ft), \\ w = \frac{\rho_0 g}{f^4 \rho_0 \gamma} - g(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)t, \\ p' = \varepsilon_1 \gamma p_0, \\ \frac{\theta'}{\theta_0} = \varepsilon_2. \end{cases}$$

这里 $\varepsilon_i (i=1,2)$ 是远小于 1 的常数,取 $\theta_0, \rho_0, \rho_0, f$ 为常数;从实际应用角度,若考虑量纲,则 $v|_{\Sigma} = \frac{1}{f}$ 中的“1”可取为 1 m.

滞弹性方程组在 C^∞ 超平面 $\{t=0\}$ 上,初值问题是不适定的.但这并不代表对此初值问题无法可想,大气科学中就大气历史观测资料的使用提出过“以过去推测未来”的理论^[9-10],而这类初值问题不适定的纯数学结论恰好印证了这种“推测”,说明在超平面 $\{t=0\} \subseteq \mathbf{R}^4$ 上的初值问题的提法并不准确.尽管此初值问题是不适定的,但根据这一类初值问题适定的充要条件(7)、(8)可知,完全有可能对这一类问题所给的定解条件进行“修正”,从而改变原有问题的不稳定性,比如以下修正就是可能的方向之一:设在超平面 $\Sigma_\varepsilon: \{t=\varepsilon x\} \subset V(\varepsilon \in \mathbf{R}^*)$ 上给出初始值

$$u_i \Big|_{\Sigma_\varepsilon} = u_i^\varepsilon = 0 (i=1,2,3,4,5).$$

则定解问题是适定的.

3 结论

Conclusion

1) 对大气、海洋动力学中的某些问题,在逐步研究和认识的过程中,数学方法的应用一定程度上能够帮助人们获得更多有价值的信息,详见文献[11-14].本文利用分层理论提供的方法,给出了带有滞弹性大气运动方程组初值问题适定的充要条件(7)、(8),同时得到了解析解的计算公式(9);利用充要条件判断出在 C^∞ 超平面 $\{t=0\}$ 上,初值问题是不适定的,由定解条件入手,从理论上给出了修改不适定结论的意见,但如果要仅从滞弹性方程本身考虑而使此不适定结论有所改变的话,根据文献[15],那只能是把连续方程中的滞弹性近似恢复到原来的完全可压缩形式.至于滞弹性近似方程组边值问题的适定性,会在后续相应的讨论研究中给出.

2) 文中提供了满足同一初始条件的两组解,意在说明初始曲面 $\{t=0\}$ 上初值问题的不稳定性,在应用上并没有实际意义.事实上,可以给出满足同一初始条件的无穷多组形式解^[16].

参考文献

References

- [1] Ogura Y, Phillips N A. Scale analysis of deep and shallow convection in the atmosphere[J]. J Atmos Sci, 1962, 19(2): 173-179
- [2] Anderson J R, Droegemeier K K, Wilhelmson R B. Simulation of the thunderstorm subcloud environment[R]. Preprints, 14th conf on Severe Local Storm. Indianapolis; AMS, 1985: 147-150
- [3] Durran D R. Improving the anelastic approximation[J]. J Atmos Sci, 1989, 46(11): 1453-1461
- [4] Bannon P. On the anelastic approximation for a compressible atmosphere[J]. J Atmos Sci, 1996, 53(23): 3618-3628
- [5] Terry D, Andrew S, Nigel W, et al. Validity of anelastic and other equation sets as inferred from normal-mode analysis[J]. Q J R Meteorol Soc, 2003, 129(593): 2761-2775
- [6] SHI W H. Solutions analytiques de quelques equations aux derives partielles en mecanique des fluides[M]. Paris: Hermann Paris, 1992
- [7] 施惟慧, 陈达段, 何幼桦. 分层理论与非线性偏微分方程基础[M]. 上海: 上海大学出版社, 2001
SHI Weihui, CHEN Daduan, HE Youhua. The foundations of stratification theory and partial differential equation[M]. Shanghai: Shanghai University Press, 2001
- [8] 张玉玲. 中尺度大气动力学引论[M]. 北京: 气象出版社, 1999: 14
ZHANG Yuling. Introduction to meso-scale atmospheric dynamics[M]. Beijing: Meteorological Press, 1999: 14
- [9] 顾震潮. 天气数值预报中过去资料的使用问题[J]. 气象学报, 1958, 29(3): 176-184

- GU Zhenchao. On application of the past data in NWP [J]. Acta Meteorologica Sinica, 1958, 29(3): 176-184
- [10] 丑纪范. 天气预报中使用过去资料的问题[J]. 中国科学, 1974, 17(6): 814-825
- CHOU Jifan. On the problem of using the past data in Weather Prediction[J]. Science in China, 1974, 17(6): 814-825
- [11] 黄思训, 蔡其发, 项杰, 等. 台风风场分解[J]. 物理学报, 2007, 56(5): 3022-3027
- HUANG Sixun, CAI Qifa, XIANG Jie, et al. On decomposition of typhoon flow field [J]. Acta Physica Sinica, 2007, 56(5): 3022-3027
- [12] 方涵先, 王廷芳, 黄思训, 等. 变分伴随方法应用于大气化学初值和参数反演研究[J]. 南京气象学院学报, 2007, 30(2): 216-223
- FANG Hanxian, WANG Tingfang, HUANG Sixun, et al. Retrieval of the initial values and parameters in atmospheric chemistry by the variational adjoint method [J]. Journal of Nanjing Institute of Meteorology, 2007, 30(2): 216-223
- [13] 陆维松, 陶丽. 强迫耗散非线性临界层动力学的初步研究 [J]. 南京气象学院学报, 1996, 19(3): 303-308
- LU Weisong, TAO Li. Preliminary research of dynamics for a forced dissipative nonlinear critical layer [J]. Journal of Nanjing Institute of Meteorology, 1996, 19(3): 303-308
- [14] 路秀娟, 陆维松, 陶丽. 大气自由模与中高纬准双周振荡[J]. 南京气象学院学报, 2004, 2(3): 356-364.
- LU Xiujuan, LU Weisong, TAO Li. Free mode and low-frequency variability [J]. Journal of Nanjing Institute of Meteorology, 2004, 2(3): 356-364
- [15] 王曰朋. 无粘、可压、绝热流体的 Euler 方程初值问题的适定性[J]. 应用数学和力学, 2005, 26(7): 794-800
- WANG Yuepeng. Well-posedness of initial value problem for Euler equations of inviscid compressible adiabatic fluid [J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2005, 26(7): 865-871
- [16] 施惟慧, 沈臻. 偏微分方程组的形式解与投影极限[J]. 应用数学和力学, 2003, 24(11): 1281-1289
- SHI Weihui, SHEN Zhen. Formal solutions of PDE and projective limit [J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2003, 24(11): 1281-1289

Analytic study of the initial value problem for the equations set of atmospheric motion with anelasticity

WANG Yuepeng¹

¹ School of Mathematics & Physics, Nanjing University of Information Science and Technology, Nanjing 210044

Abstract Based on the method provided by stratification theory, the necessary and sufficient condition to be well-posed for the initial value problem of the equations set of atmospheric motion with anelasticity is discussed and given in the differentiable function classes, and the computation formula of analytical solution to the well-posed problem was also presented in the sense of local solution; According to the necessary and sufficient condition, it can be so concluded that the initial value problem on hyper surface $\{t=0\}$ was ill-posed, which is further illustrated by an example, and the corresponding suggestion of being modified is proposed.

Key words anelasticity; the equations set of atmospheric motion; stratification theory; initial value problem