

# Rician-Nakagami 信道中正交空时分组码的近似性能分析

闫秋娜<sup>1</sup> 徐峰<sup>1</sup> 岳殿武<sup>1</sup>

## 摘要

在 Rician-Nakagami 信道中,正交空时分组码在 MPSK 和 MQAM 调制下符号错误概率已有精确的闭式表达式.这些结果由复杂的多元超几何函数表示.为了降低理论分析的复杂度,采用梯形法理论进行近似性能分析,即在 MPSK 和 MQAM 调制下,将两者的平均符号错误概率的积分表达式进行分段,每个分段区间用梯形取代,并给出了其符号错误概率的近似封闭表达式.仿真结果表明,即使在较小的分段数目下,采用梯形法的近似性能曲线与精确性能曲线仍吻合很好.

## 关键词

正交空时分组码; Rician-Nakagami 信道; MPSK 调制; MQAM 调制; 符号错误概率

中图分类号 TN929.5

文献标志码 A

## 0 引言

### Introduction

近些年来一种新的无线通信技术——空时编码越来越受到人们的广泛关注<sup>[1-3]</sup>.它将编码、调制、分集技术结合起来,是提高系统频谱利用率和系统可靠性的有效方法之一.在空时编码中,正交空时分组码(OSTBC)作为一种简单有效的发射分集方案,已经被 3GPP 采纳.由于其具有较高的分集增益和简单的编译码方法,从而成为研究和应用最为广泛的空时编码技术之一<sup>[4-5]</sup>.

大多数文献通常采用较为简单的 Rayleigh、Rician、Nakagami 衰落信道模型进行 OSTBC 性能分析.然而这些信道模型只适用于陆上市区移动通信环境.而对于偏远或农村环境(即便于采用陆上移动卫星 Land-Mobile-Satellite(LMS)通信系统)下的 OSTBC 性能分析,则要采用较为复杂的信道模型——R-L(Rician-Lognormal)衰落信道模型<sup>[6]</sup>.R-L 衰落信道模型假定接收信号的振幅服从 Rician 分布,且 Rician 分布中的直射分量受对数正态阴影效应的影响.这种 R-L 信道模式虽然很精确,但是数学表达式很复杂.鉴于此,用一种相对简单且逼近效果良好的模型——R-N(Rician-Nakagami)信道模型<sup>[7]</sup>来代替 R-L 信道模型,它和 R-L 信道模型的不同在于其直射分量服从 Nakagami 分布.因此,基于 R-N 信道模型下的系统性能分析可以很好的预测 R-L 模型下的系统性能.

文献[8]研究了 OSTBC 在 R-N 衰落信道下的性能,并给出了在 MPSK 和 MQAM 调制下符号错误概率(SER)的精确表达式.然而这些表达式由于引入了复杂的特殊函数,并不利于计算机仿真和进一步的理论分析.本文则采用梯形近似法<sup>[9]</sup>推出了相应的近似封闭表达式,并通过仿真观察近似效果,总结一些性能规律.

## 1 系统模型

### System model

LMS 通信系统是一个平坦的慢衰落信道,且在一帧周期内恒定不变,同时假设接收端准确知道信道状态信息,而发射端不知任何信道状态信息,设发射天线数为  $n_T$ ,接收天线数为  $n_R$ ,每次输入空时分组编码器  $K$  个复调制信号  $x_1, x_2, \dots, x_K$ ,空时编码器输出  $n_T \times T$  的矩阵为

收稿日期 2009-06-24

资助项目 国家自然科学基金(60672030)

作者简介

闫秋娜,女,讲师,博士,研究方向为无线通信与软件无线电. qiu7589@yahoo.com.cn

岳殿武,男,教授,博士生导师,主要研究无线通信技术. dianwuyue@yahoo.com

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{s}_1^1 & \cdots & \mathbf{s}_1^T \\ \vdots & & \vdots \\ \mathbf{s}_{n_T}^1 & \cdots & \mathbf{s}_{n_T}^T \end{bmatrix}, \quad (1)$$

其中  $\mathbf{s}_i^T$  是  $x_1, x_2, \dots, x_K$  和其复共轭的线性组合. 此矩阵上的信号通过  $n_T$  个天线经过  $T$  个时刻发射出去, 第  $t$  个时刻发送码字矩阵的第  $t$  列信号, 所以其编码速率为  $R = K/T$ . 在时刻  $t$ , 第  $j$  副接收天线的信号为

$$r_t^j = \sum_{i=1}^{n_T} \bar{h}_{i,j} s_i^t + \eta_t^j. \quad (2)$$

其中噪声  $\eta_t^j$  为独立的零均值复高斯随机变量, 每维方差为  $n_T/(2\rho)$ , 其中  $\rho$  为接收端每个接收天线的信噪比 (SNR).  $\bar{h}_{i,j}$  为衰落系数, 服从 R-N 特性, 假定均值能量为 1.

采用最大似然判决标准, 接收端判决式为<sup>[10]</sup>

$$D = \sum_{i=1}^T \sum_{j=1}^{n_R} \left| r_t^j - \sum_{i=1}^{n_T} \bar{h}_{i,j} s_i^t \right|^2. \quad (3)$$

搜索所有码字, 使得  $D$  的总和最小的码字即为判决码字. 由于矩阵  $\mathbf{G}$  的正交性,  $D$  可以分解为  $K$  个部分, 而每部分为  $x_k (k=1, 2, \dots, K)$  的函数. 等效表达式为<sup>[11]</sup>

$$y_k = \frac{1}{R} \|\mathbf{H}\|_F^2 x_k + w_k. \quad (4)$$

这里  $w_k$  为均值为零、每维方差为  $1/R \|\mathbf{H}\|_F^2 N_0/2$  的复高斯噪声. 定义  $\alpha = \|\mathbf{H}\|_F^2$ , 其中  $\|\cdot\|_F$  为  $F$  范数 (Frobenius norm). 由于 OSTBC 能够进行逐符号译码, 每个输出符号的瞬时信噪比为

$$\gamma = \alpha\rho/(n_T R). \quad (5)$$

基于文献[8], 得出  $\gamma$  的矩母函数 (MGF) 为

$$\Phi_\gamma(s) = \frac{1}{(1+s\Omega)^{n_T n_R}} \left( \frac{1+s\Omega}{1+s\Omega+s\Omega K/m} \right)^{m n_T n_R}. \quad (6)$$

其中:  $\Omega = \frac{1}{(1+K) n_T R N_0}$ ;  $K$  为 Rician 衰落参数 (直射分量与非直射分量功率之比).

## 2 近似性能表达式

### Approximate performance expression

下面就梯形法对 OSTBC 在 MPSK 和 MQAM 调制星座下的性能进行分析. 所谓梯形法即是对积分表达式进行梯形分块, 每个分段区间用梯形取代<sup>[9]</sup>.

### 2.1 MPSK 调制方式

在 R-N 衰落信道环境下, OSTBC 在 MPSK 调制星座下的平均符号错误概率为<sup>[8]</sup>

$$P_{\text{MPSK}}(e) = \frac{1}{\pi} \int_0^{(M-1)\pi/M} \Phi_\gamma \left( \frac{g_{\text{MPSK}}}{\sin^2 \theta} \right) d\theta. \quad (7)$$

其中  $g_{\text{MPSK}} = \sin^2(\pi/M)$ . 利用梯形法, 将整个积分区间  $(0, \pi - \pi/M)$  划分  $I$  段, 如

$$\theta_0 = 0, \theta_1, \dots, \theta_{I-1}, \theta_I = \pi - \pi/M,$$

从而最终的表达式为

$$P_{\text{MPSK}}(E) \approx \sum_{i=1}^I a_{i_1} [\phi_\gamma(b_{i_1}) + \phi_\gamma(b_{i-1_1})]. \quad (8)$$

其中:  $a_{i_1} = \frac{\theta_i - \theta_{i-1}}{2\pi}$ ;  $b_{i_1} = \frac{g_{\text{MPSK}}}{\sin^2 \theta_i}$ .

### 2.2 MQAM 调制方式

MQAM 调制星座情况下的分析过程与 MPSK 调制星座下类似. 在 R-N 衰落信道环境下, OSTBC 在 MQAM 调制星座下的平均符号错误概率为<sup>[8]</sup>

$$P_{\text{MQAM}}(e) = \frac{4 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}}\right)}{\pi} \int_0^{\pi/2} \Phi_\gamma \left( \frac{g_{\text{MQAM}}}{\sin^2 \theta} \right) d\theta - \frac{4 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}}\right)^2}{\pi} \int_0^{\pi/4} \Phi_\gamma \left( \frac{g_{\text{MQAM}}}{\sin^2 \theta} \right) d\theta. \quad (9)$$

其中  $g_{\text{MQAM}} = \frac{3}{2(M-1)}$ . 同理, 利用梯形法对式中的两个积分表达式分别进行划分  $N_1, N_2$  段, 如  $\theta_0 = 0, \dots, \theta_{N_1} = \pi/2$ ;  $\vartheta_0 = 0, \dots, \vartheta_{N_2} = \pi/4$ , 从而最终的近似表达式为

$$P_{\text{MQAM}}(E) \approx \sum_{i=1}^{N_1} a_{i_2} [\phi_\gamma(b_{i_2}) + \phi_\gamma(b_{(i-1)_2})] - \sum_{i=1}^{N_2} c_{i_2} [\phi_\gamma(d_{i_2}) + \phi_\gamma(d_{(i-1)_2})]. \quad (10)$$

其中:

$$a_{i_2} = \frac{4 \left(1 - 1/\sqrt{M}\right)}{2\pi} (\theta_i - \theta_{i-1}); b_{i_2} = \frac{g_{\text{MQAM}}}{\sin^2 \theta_i};$$

$$c_{i_2} = \frac{4 \left(1 - 1/\sqrt{M}\right)^2}{2\pi} (\vartheta_i - \vartheta_{i-1}); d_{i_2} = \frac{g_{\text{MQAM}}}{\sin^2 \vartheta_i}.$$

## 3 仿真结果

### Simulation results

现在来看通过观察梯形法的近似效果.

MPSK 和 MQAM 调制方式下的精确曲线分别为采用文献[5]中的公式(13)和(29)得到, 近似结果分别为采用本文中的公式(8)和(10)得到. Ragleigh 衰落可以看成 R-N 信道的一种特例 ( $K=0$  或  $m=1$ ). 从图 1~4 可以看出, 本文所采用的梯形法很好地拟合精确曲线, 然而这能使实现复杂度大大降低.

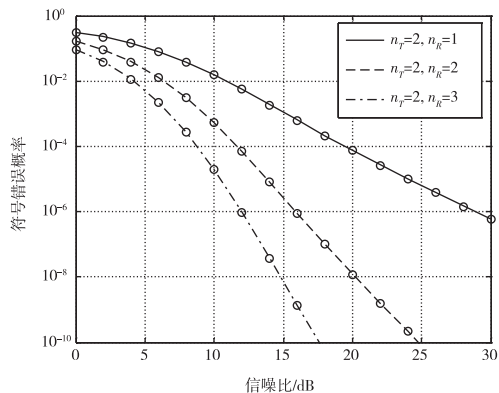


图1 QPSK 调制下的符号错误概率( $K=4, m=4, M=4, I=4$ ) (曲线为精确结果, 圆点为梯形近似结果)

Fig. 1 Symbol error probability under QPSK ( $K=4, m=4, M=4, I=4$ )

(The exact expression is represented by the curves and the approximate results are represented by the circle dots)

图1 针对不同天线配置比较符号错误概率. 从中可以明显看出, 随着天线数的增加, 曲线陡降越快, 因而系统的分集增益越大. 图2 研究了不同调制阶数对系统性能的影响. 调制阶数越大, 性能越差. 由于系统性能由信号星座图中的最小欧式距离决定. 调制阶数越大, 最小欧式距离越小, 因而符号错误概率越大, 性能越差. 但不同调制方式并未改变系统的分集阶数.

中发现改变衰落参数  $m$ , 所有曲线在高信噪比情形下保持平行, 即  $m$  并不能改变系统的分集度而仅仅提高编码增益. 这是由 Rician 信道特性决定的, 在  $K < \infty$  和充分大的 SNR 条件下, 所有曲线的斜率一致.

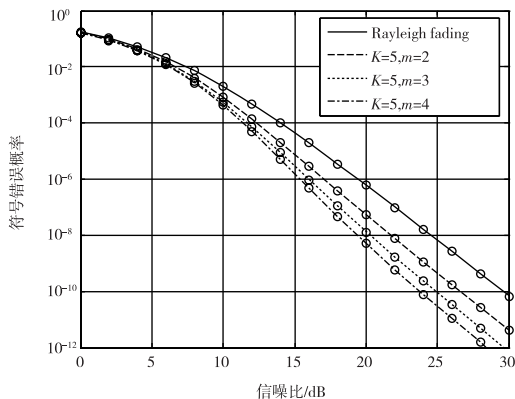


图3 QPSK 调制下的符号错误概率( $n_T=2, n_R=2, M=4, I=4$ ) (曲线为精确结果, 圆点为梯形近似结果)

Fig. 3 Symbol error probability under QPSK ( $n_T=2, n_R=2, M=4, I=4$ )

(Exact expression is represented by the curves and the approximate results are represented by the circle dots)

图4 针对不同的分段数进行了研究. 从中发现, 仅当  $N_1 = 2$  时, 近似曲线就很靠近精确曲线, 而当

图3 演示了信道参数对系统性能的影响. 从图3

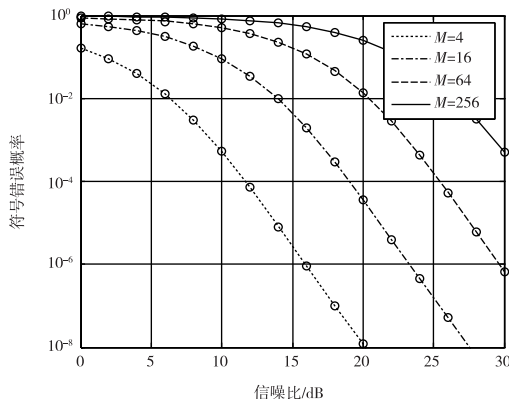


图2 MQAM 调制下的符号错误概率( $n_T=4, n_R=1, N_1=8, N_2=4$ ) (曲线为精确结果, 圆点为梯形近似结果)

Fig. 2 Symbol error probability under MQAM ( $n_T=4, n_R=1, N_1=8, N_2=4$ )

(Exact expression is represented by the curves and the approximate results are represented by the circle dots)

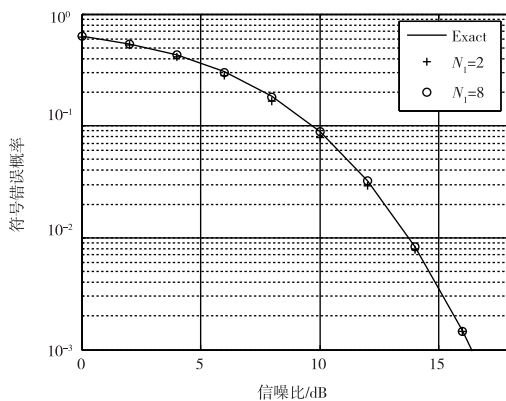


图4 16QAM 调制下的符号错误概率( $n_T=4, n_R=1, M=16, N_2=N_1/2$ ) (曲线为精确结果, 圆点和加号为梯形近似结果)

Fig. 4 Symbol error probability under 16QAM ( $n_T=4, n_R=1, M=16, N_2=N_1/2$ )

(The exact expression is represented by the curve and the approximate results are represented by the circle dots and plus signs)

$N_1 = 8$  时,从图中就很难分辨出精确曲线和近似曲线. 因此实际研究中采用  $N_1 = 4$  或 8 就能满足要求.

## 4 结束语

### Concluding remarks

本文研究了基于数值积分中的梯形法下的 Rician-Nakagami 信道中 OSTBC 系统近似性能,并给出了简洁而有效的近似表达式. 通过对近似曲线与精确曲线的仿真比较,验证了梯形近似的良好效果. 由于采用较小分段数目就能满足实际需求,因此本文给出的近似表达式可会使系统分析和仿真的复杂度大幅降低.

## 参考文献

### References

- [ 1 ] Vucetic B, Yuan J. Space-time coding [ M ]. New York: Wiley, 2003
- [ 2 ] Li X, Luo T, Yue G, et al. A square method to simplify the decoding of orthogonal space-time block codes [ J ]. IEEE Trans, Commun, 2001, 49( 10 ): 1700-1703
- [ 3 ] Sandhu S, Paulraj A. Space-time block codes: a capacity perspective [ J ]. IEEE Commun Lett, 2000, 4( 12 ): 384-386
- [ 4 ] Alamouti S M. A simple transmit diversity technique for wireless communications [ J ]. IEEE J on Selected Areas in Commun, 1998, 16( 8 ): 1451-1458
- [ 5 ] Tarokh V, Jafarkhani H, Calderbank A R. Space-time block codes from orthogonal designs [ J ]. IEEE Trans Inf Theory, 1999, 45( 5 ): 1456-1467
- [ 6 ] Loo C. A statistical model for a land mobile satellite link [ J ]. IEEE Trans, 1985, 34: 122-127
- [ 7 ] Abdi A, Lau W C, Alouini M S, et al. A new simple model for land mobile satellite channels: first and second-order statistics [ J ]. IEEE Trans Wirel Commun, 2003, 12( 3 ): 519-528
- [ 8 ] Xu F, Yue D W, Lau F C M, et al. Closed-form expressions for symbol error probability of orthogonal space-time block codes over Rician-Nakagami channels [ J ]. IET Commun, 2007, 1( 4 ): 655-661
- [ 9 ] 徐峰, 岳殿武, 张颖. 正交空时分组码近似性能分析 [ J ]. 北京邮电大学学报, 2007, 30( 3 ): 5-10  
XU Feng, YUE Dianwu, ZHANG Ying. Approximate performance analysis for orthogonal space-time block code [ J ]. Journal of Beijing University of Posts and Telecommunications, 2007, 30( 3 ): 5-10
- [ 10 ] Tarokh V, Jafarkhani H, Calderbank A R. Space-time block coding for wireless communication: performance results [ J ]. IEEE J on Selected Areas in Commun, 1999, 17( 3 ): 451-460
- [ 11 ] Zhang H, Gulliver T A. Capacity and error probability analysis for orthogonal space time block codes over fading channels [ J ]. IEEE Trans Wireless Commun, 2005, 4( 2 ): 808-819

# Approximate performance analysis of orthogonal space-time block code over Rician-Nakagami fading channels

YAN Qiuna<sup>1</sup> XU Feng<sup>1</sup> YUE Dianwu<sup>1</sup>

<sup>1</sup> College of Information Engineering, Dalian Maritime University, Dalian 116026

**Abstract** The exact closed-form symbol error probability (SEB) expressions of orthogonal space-time block code (OSTBC) with M-ary phase shift keying (MPSK) and M-ary quadrature amplitude modulation (MQAM) over Rician-Nakagami fading channels have been achieved. These results are expressed in terms of intractable multivariate hypergeometric function. Hence, in order to reduce the theoretical analysis complexity, the trapezia methods for approximate performance analysis are adopted, that is, under MPSK and MQAM, dividing their average SEB integral expressions into segments, each replaced by a trapezium, and the approximate closed-forms for SEB are given. The simulation proves that the approximate performance curves perfectly agree with the theoretically precise ones even though the segments for trapezia method become very small.

**Key words** orthogonal space-time block code; Rician-Nakagami channel; MPSK; MQAM; SEB